

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор

з науково-педагогічної роботи



Пантелеймонов А.В.

25 червня 2019 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**ЛІНЕЙНА АЛГЕБРА І  
АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ  
1 семестр**

спеціальність: 105 Прикладна фізика та наноматеріали  
освітня програма: «Прикладна фізика енергетичних систем», «Комп’ютерна фізика», «Прикладна фізика нетрадиційної енергетики»  
факультет фізико-енергетичний

2019 / 2020 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізико-енергетичного факультету  
“25” червня 2019 року, протокол № 6/19

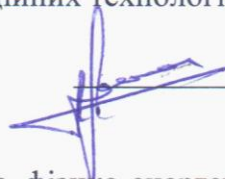
**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

Професор, доктор фізико-математичних наук, професор Немченко Костянтин Едуардович,  
старший викладач Віхтинська Тетяна Геннадіївна

Програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних  
системах

Протокол від “24”червня 2019 року № “6/19

Завідувач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

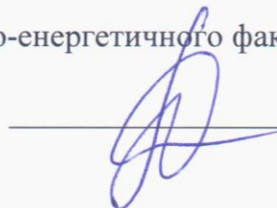


Немченко К.Е.

Програму погоджено методичною комісією фізико-енергетичного факультету

Протокол від “25”червня 2019 року № 6/19

Голова методичної комісії фізико-енергетичного факультету



Лісіна О.Ю.

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Лінійна алгебра і лінійна алгебра ” частина 1 „Лінійна алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки бакалаврів

спеціальність: 105 Прикладна фізика та наноматеріали

освітня програма: “Прикладна фізика енергетичних систем”, “Комп’ютерна фізика”, «Прикладна фізика нетрадиційної енергетики»

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна “Лінійна алгебра і лінійна алгебра ” є невід’ємною частиною базової математичної підготовки студентів і відноситься до фундаментальних дисциплін, на яких ґрунтуються методи побудови різноманітних математичних моделей процесів, пов’язаних з професійною діяльністю.

*Лінійна алгебра* – розділ математики, *об’єктом* вивчення якого є лінійні (векторні) простори, а *предметом* – розробка відповідних алгебраїчних методів і застосування їх до побудови лінійних математичних моделей реальних явищ та процесів у різноманітних галузях.

*Аналітична геометрія* – розділ математики, *об’єктом* вивчення є геометричні фігури, а *предметом* – установлення їхніх властивостей засобами алгебри.

**Метою** викладання навчальної дисципліни є ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і математичними методами аналітичної геометрії та лінійної алгебри, а саме методами векторної та матричної алгебри, дослідження геометричних об’єктів та їх властивостей шляхом вивчення властивостей рівнянь, геометричними образами яких є ці об’єкти.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними **завданнями** вивчення дисципліни є практичне застосування теоретичних положень і математичних методів аналітичної геометрії та лінійної алгебри для розв’язування задач; створення математичної бази для подальшого вивчення нормативних та спеціалізованих дисциплін, а саме

- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням методів матричного і векторного аналізу, координатного методу;
- оволодіння навичками здійснення аналізу побудованої моделі;
- набуття досвіду вільного оперування абстрактними математичними об’єктами та наочного подання результатів спостережень у різних областях знань за допомогою геометричних образів;
- формування систем знань для самостійного проведення необхідних розрахунків у рамках побудованих моделей з метою відновлення кількісних і якісних характеристик об’єктів для прогнозування та прийняття оптимальних рішень.

#### 1.3. Кількість кредитів 6

#### 1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
1-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
84 год.	год.
Індивідуальні завдання	
год.	

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання: В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

- знати:** основні поняття, теоретичні положення і методи лінійної алгебри, а саме
- основні різновиди матриць, можливості її використання при складанні математичної моделі фізичних задач,
  - визначники, їх основні властивості та способи обчислення;
  - дії над матрицями та їх властивості;
  - засоби розв'язання квадратних систем лінійних алгебраїчних рівнянь ;
  - основні поняття векторної алгебри;
  - форми подання вектора;
  - лінійні та нелінійні операції над векторами та їх властивості;
  - застосування векторів в задачах геометрії;
  - лінійну залежність та незалежність систем векторів;
  - базис простору, розклад вектора за базисом;
  - формули переходу від однієї системи координат на площині до іншої;
  - різновиди рівнянь прямої на площині та їх використання як математичної моделі прикладних задач;
  - основні задачі на пряму, взаємне розташування двох і трьох прямих на площині.

**вміти:** вибрати математичні методи лінійної алгебри для розв'язання математичних і фізичних задач, дослідження фізичних систем та набути навичок самостійного використання і вивчення літератури з математичних дисциплін, а саме

- будувати матриці як складові математичних моделей фізичних задач, виконувати дії над матрицями;
- розв'язувати квадратні системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- досліджувати квадратні системи лінійних неоднорідних рівнянь;
- визначати базис векторного лінійного простору та розкласти вектори за базисом;
- виконувати лінійні та нелінійні операції над векторами;
- складати рівняння прямої на площині.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Теорія визначників Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Теорія матриць**

#### *Тема 1. Теорія визначників довільного порядку.*

Вступ. Означення визначника другого, третього порядків. Означення перестановки. Парні, непарні перестановки. Знак перестановки. Означення визначника довільного порядку. Властивості визначників. Методи обчислення визначника третього порядків. Означення мінору, алгебраїчного доповнення.

#### *Тема 2. Теорія матриць*

. Лінійні операції над матрицями. Ранг матриці по рядках, ранг матриці по стовпчиках. Теорема про рівність рангу по рядках і рангу по стовпчиках для довільної матриці. Ранг матриці. Добуток матриць. Властивості добутку матриць. Приклади. Транспонування матриць, властивості. Деякі класи матриць (симетричні, кососиметричні матриці), їх властивості. Матричні рівняння. Невироджені матриці, їх властивості. Матриця оберненого лінійного відображення. Обернена матриця, її властивості. Метод Гаусса знаходження оберненої матриці.

#### *Тема 3. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.*

Системи лінійних рівнянь. Основна термінологія. Еквівалентність систем лінійних рівнянь. Елементарні перетворення. Приклади. Лінійно залежні, незалежні системи, їх властивості. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі). Структура множини розв'язків загальної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків неоднорідної системи лінійних рівнянь. Приклади.

Системи лінійних рівнянь другого, третього порядків. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь другого, третього порядків. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Дослідження системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Зведення системи лінійних рівнянь до східчастої форми за допомогою елементарних перетворень. Дослідження системи лінійних рівнянь за виглядом її східчастої форми. Матричний метод рішення систем рівнянь..

### **Розділ 2. Векторна алгебра**

#### *Тема 4. Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.*

Направлені відрізки. Лінійні операції над направленими відрізками. Основні тотожності. Декартові координати на прямій. Декартові координати на площині та в просторі. Відстань між двома точками. Ділення відрізка в заданому відношенні.

#### *Тема 5. Векторна алгебра в просторі*

Поняття вектора. Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Розмірність простору. Поняття базису. Поняття орієнтації. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Змішаний і подвійний добуток векторів.

### **Розділ 3. Лінійні відображення.**

#### *Тема 6. Перетворення систем координат*

Перетворення координат на площині. Перетворення декартових прямокутних координат у просторі. Полярні, циліндричні та сферичні системи координат. Заміна базису і системи координат в просторі, на площині

### Тема 7. Рівняння прямої на площині

Поняття про рівняння лінії. Теорема про те, що пряма є алгебраїчною лінією на площині першого порядку. Параметричні рівняння лінії. Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої в відрізках. Параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої через дві точки. Пряма з кутовим коефіцієнтом. Нормоване рівняння прямої. Векторні рівняння прямої. Кут між прямими. Умови перпендикулярності та паралельності прямих. Відстань від точки до прямої. Деякі задачі на пряму лінію на площині. Проекція точки на пряму. Взаємне розташування прямих. Теорема про те, що площина є алгебраїчною поверхнею в просторі першого порядку.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин										
	денна форма						заочна форма				
	усього	у тому числі					усього	у тому числі			
л		п	лаб.	інд.	с. р.	л		п	лаб.	інд.	с. р.
<b>Розділ 1. Теорія визначників Загальна теорія систем лінійних рівнянь. Теорія матриць</b>											
Тема 1. Теорія визначників довільного порядку	20	4	8			8					
Тема 2. Теорія матриць	24	4	8			12					
Тема 3. Загальна теорія систем лінійних рівнянь	24	4	8			12					
Разом за розділом 1	68	12	24			32					
<b>Розділ 2. Векторна алгебра</b>											
Тема 4. Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.	10	2	4			4					
Тема 5. Векторна алгебра в просторі	70	12	24			34					
Разом за розділом 2	80	14	28			38					
<b>Розділ 3. Лінійні відображення.</b>											
Тема 6. Перетворення систем координат	10	2	4			4					
Тема 7. Рівняння прямої на площині	22	4	8			10					
Разом за розділом 3	32	6	12			14					
Усього годин	180	32	64			84					

### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Теорія визначників довільного порядку	8
2	Теорія матриць	8
3	Загальна теорія систем лінійних рівнянь	8
4	Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.	4

5	Векторна алгебра в просторі	24
6	.Перетворення систем координат	4
7	Рівняння прямої на площині	8
	Разом	64

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Навчитися методам обчислення визначників довільного порядку	8
2	Навчитися діям над матрицями, вміти застосовувати теорію матриць	4
3	Навчитися засобам розв'язування систем неоднорідних лінійних рівнянь	8
4	Вивчити критерії сумісності прямокутних систем лінійних рівнянь	2
5	Навчитися застосовувати різні види рівняння прямої на площині	10
6	Вміти вирішувати найпростіші задачі аналітичної геометрії.	5
7	Вивчити методи та засоби векторної алгебра в просторі для вирішення прикладних задач	35
8	Вміти застосовувати метод координат для вирішення фізичних задач.	10
	Разом	84

### 6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання видаються один раз в семестр . Текст індивідуального завдання додається.

### 7. Методи контролю

#### Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.

Контроль здійснюється за модульно-рейтинговою системою.

У розділ 1 входять теми 1-3, у розділ 2 – теми 4-5, а у розділ 3 – теми 6-7. Обов'язковим для допуску к екзамену є виконання контрольних робіт, індивідуального завдання та виконання домашнього завдання (сумма балів не менш, ніж 30). Проводиться 2 контрольні роботи по 10 балів кожна. Перескладання модульної контрольної роботи дозволяється тільки з поважної причини, яка підтверджується документом, з дозволу декана та проводиться підчас консультації.

Домашнє завдання перевіряється підчас аудиторного заняття та оцінюється в 15 балів за семестр (0.5 бала за кожне повністю виконане домашнє завдання). Перескладання домашнього завдання дозволяється тільки з поважної причини, яка підтверджується документом, з дозволу декана та проводиться підчас консультації.

Індивідуальне завдання виконується підчас самостійної роботи. Наявність правильної роботи – 10 балів, захист – 5 балів, захист роботи проводиться підчас консультації. Кінцевий термін здачі індивідуальної роботи 15 грудня, захисту -22 грудня.

Робота в аудиторії – 1 бал за кожне правильно виконане завдання.

*Оцінювання за формами контролю:*

	<b>Розділ 1</b>		<b>Розділ 2</b>		<b>Розділ 3</b>	
	<i>Min. 10 балів</i>	<i>Max 21 балів</i>	<i>Min. 10 балів</i>	<i>Max 21 балів</i>	<i>Min. 10 балів</i>	<i>Max. 18 балів</i>
Активність студента на практичних	2	4	2	4		1

заняттях						
Виконання домашніх робіт	3	6	4	7	2	3
Контрольна робота 1	5	10				
Контрольна робота 2					5	10
Індивідуальне завдання			7	15		

*При простому розрахунку отримаємо:*

	Розділ 1	Розділ 2	Розділ 3	екзамен	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	10	13	7	20	50
<b>Максимум</b>	<b>20</b>	<b>26</b>	<b>14</b>	<b>40</b>	<b>100</b>

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 30 балів* для одержання іспиту обов'язковим є *перескладання модульних контрольних робіт*.

### ***Контрольні запитання до першого розділу***

1. Перестановка множини з  $n$  елементів. Знак перестановки. Довести, транспозиція змінює парність перестановки.
2. Означення визначника довільного порядку. Довести, що операція транспонування не змінює значення визначника.
3. Означення визначника довільного порядку. Довести, що якщо два рядки (стовпчика) поміняти місцями, тоді знак визначника зміниться на протилежний. Довести, що визначник є лінійною функцією елементів довільного його рядка (стовпчика).
4. Означення визначника довільного порядку. Достатні умови рівності визначника нулю.
5. Означення визначника довільного порядку. Довести, що визначник не зміниться, якщо до одного з рядків (стовпчиків) додати лінійну комбінацію інших рядків (стовпчиків).
6. Означення мінору, алгебраїчного доповнення до елемента матриці з номером  $i, j$ . Довести формулу розкладу визначника по елементах деякого рядка (стовпчика).
7. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до дослідження матриці на невивроженість.
8. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до знаходження оберненої матриці.
9. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до розв'язання визначених СЛР.
10. Елементарні перетворення як добуток матриць.
11. Як елементарні перетворення змінюють значення визначника?
12. Теорема про добуток матриць.
13. Добуток матриць. Довести, що для довільної матриці  $A \in M_{m \times n}$  виконується  $AE = EA = A$ ,  $AO = OA = O$ , де  $E$  – одинична матриця,  $O$  – нульова матриця. Довести, що для довільного числа  $\alpha \in \mathfrak{R}$ , для довільних матриць  $A \in M_{m \times r}$ ,  $B \in M_{r \times n}$  виконується  $(\alpha A)B = A(\alpha B) = \alpha(AB)$ .
14. Добуток матриць. Довести, що для довільних матриць  $A, B \in M_{m \times r}$ ,  $C \in M_{r \times n}$  виконується  $(A+B)C = AC + BC$ .
15. Добуток матриць. Довести, що для довільних матриць  $A \in M_{m \times r}$ ,  $B \in M_{r \times s}$ ,  $C \in M_{s \times n}$  виконується  $(AB)C = A(BC)$ .
16. Транспонування матриць. Довести, що для довільних матриць  $A, B \in M_{m \times n}$ , для



довільного числа  $\alpha \in \mathfrak{R}$  виконується  $(A^T)^T = A$ ,  $(A+B)^T = A^T + B^T$ ,  $(\alpha A)^T = \alpha A^T$ .

17. Транспонування матриць. Довести, що для довільних матриць  $A \in M_{m \times r}$ ,  $B \in M_{r \times n}$  виконується  $(AB)^T = B^T A^T$ .

18. Означення рангу матриці. Теорема про ранг добутку матриць.

19. Системи лінійних рівнянь: основна термінологія

20. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь.

21. Метод матричний розв'язання систем лінійних рівнянь.

22. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь

23. Теорема Кронекера-Капелі.

## ТИПОВІ ЗАВДАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 1

1. Означення визначника. Властивості визначника.

2. Обчислити  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ .

3. Розв'язати систему лінійних рівнянь

$$\begin{cases} -4x_1 - 2x_2 - 9x_3 - 4x_4 - 17x_5 = -9 \\ 12x_1 + 6x_2 + 33x_3 + 24x_4 + 68x_5 = 21 \\ 16x_1 + 8x_2 + 42x_3 + 24x_4 + 82x_5 = 34 \\ 4x_1 + 2x_2 + 9x_3 + 8x_4 + 20x_5 = 5 \end{cases}$$

4. Нехай  $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -1 & 5 & -3 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$ . Перевірити, чи існує  $A^{-1}$ . Якщо так, обчислити  $BA^{-1}$ , де

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & -8 & 5 \\ 6 & -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

5. Обчислити  $\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 \\ -3 & 5 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 1 & 7 \\ 6 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ .

## Контрольні запитання до другого розділу

1. Сума векторів (означення). Довести, що операція додавання векторів асоціативна, тобто  $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$  для довільних векторів  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ .

2. Добуток вектора на число (означення). Довести, що для довільних дійсних чисел  $\alpha, \beta$  для довільного вектора  $\vec{a}$  виконується  $\alpha(\beta \vec{a}) = (\alpha \beta) \vec{a}$ .

3. Означення рівності двох векторів. Довести, що для довільного дійсного числа  $\alpha$ , для довільних векторів  $\vec{a}, \vec{b}$  виконується  $\alpha(\vec{a} + \vec{b}) = \alpha \vec{a} + \alpha \vec{b}$ .

4. Добуток вектора на число (означення). Довести, що для довільних дійсних чисел  $\alpha, \beta$  для

довільного вектора  $\vec{a}$  виконується  $(\alpha + \beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$ .

5. Означення векторного простору. Навести приклад векторного простору.
6. Означення лінійної незалежності системи векторів. Довести, що два неколінеарних вектори на площині є лінійно незалежними.
7. Означення лінійної залежності системи векторів. Довести, що два вектори на прямій є лінійно залежними.
8. Означення лінійної залежності системи векторів. Необхідна і достатня умова лінійної залежності системи векторів.
9. Базис векторного простору (означення). Твердження про розклад довільного вектора за базисними векторами.
10. Базис векторного простору (означення). Твердження про єдиність розкладу вектора за базисом.
11. Базис векторного простору (означення). Твердження про координати вектора, який є лінійною комбінацією заданих векторів.
12. Твердження про базис на прямій, на площині, в просторі.
13. Загальна декартова система координат (означення). Задача про поділ відрізка у заданому відношенні.
14. Ортонормований базис, прямокутна декартова система координат (означення). Задача про поділ відрізка у заданому відношенні.
15. Проекція точки на площину, вектора на площину (означення). Довести, що для довільної площини  $\alpha$ , довільних векторів  $\vec{a}, \vec{b}$  виконується  $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \text{Пр}_\alpha \vec{a} = \text{Пр}_\alpha \vec{b}$ .
16. Проекція точки на пряму, вектора на пряму на площині (означення). Довести, що для довільних вектора  $\vec{a}$ , числа  $\lambda$ , прямої  $\gamma$  виконується  $\text{Пр}_\gamma (\lambda\vec{a}) = \lambda \text{Пр}_\gamma \vec{a}$ .
17. Проекція вектора на вектор (означення). Довести, що для довільних векторів  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ( $\vec{c} \neq \vec{0}$ ) виконується  $\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow \text{Пр}_{\vec{c}} \vec{a} = \text{Пр}_{\vec{c}} \vec{b}$ .
18. Проекція вектора на вектор (означення). Довести, що для довільних векторів  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  ( $\vec{c} \neq \vec{0}$ ) виконується  $\text{Пр}_{\vec{c}} (\vec{a} + \vec{b}) = \text{Пр}_{\vec{c}} \vec{a} + \text{Пр}_{\vec{c}} \vec{b}$ .
19. Скалярний добуток векторів (означення). Твердження про властивості скалярного добутку.
20. Вираз скалярного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.
21. Геометричні властивості скалярного добутку.
22. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що  $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$ .
23. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що для довільного дійсного числа  $\alpha$  виконується  $[\alpha\vec{a}, \vec{b}] = [\vec{a}, \alpha\vec{b}] = \alpha[\vec{a}, \vec{b}]$ .
24. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що  $[\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{c}] + [\vec{b}, \vec{c}]$ .
25. Вираз векторного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.
26. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів за модулем дорівнює об'єму паралелепіпеда, який побудований на цих векторах.
27. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів є додатним (від'ємним), якщо ці вектори є правою (лівою).
28. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів дорівнює 0 тоді і тільки тоді, коли вектори є компланарними.
29. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що  $([\vec{a}, \vec{b}], \vec{c}) = (\vec{a}, [\vec{b}, \vec{c}])$ . Довести, що якщо переставити місцями два вектори в мішаному добутку, то знак мішаного добутку зміниться на протилежний. Довести, що мішаний добуток векторів – лінійна функція по кожному з аргументів.

30. Вираз мішаного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.

### ТИПОВЕ ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

**1.** Скалярний добуток векторів (означення). Довести, що  $(\vec{a} + \vec{b}, \vec{c}) = (\vec{a}, \vec{c}) + (\vec{b}, \vec{c})$ .

**2.** Задано вектори  $\vec{a} = \{1, 2, -1\}$ ,  $\vec{b} = \{2, 1, 3\}$ ,  $\vec{c} = \{1, 1, 0\}$ ,  $\vec{d} = \{0, -1, 1\}$ . Перевірити, чи будуть вектори  $\vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $3\vec{c} - 2\vec{d}$ ,  $-2\vec{d} + \vec{a}$  компланарними.

**3.** У декартовій прямокутній системі координат задано точки:

$A_1(1, 4, 1)$ ,  $A_2(3, 2, 1)$ ,  $A_3(1, -1, -3)$ ,  $A_4(10, 7, 4)$

Знайти:

1. проєкцію вектора  $\overrightarrow{A_1A_2}$  на вектор  $\overrightarrow{A_1A_4}$ ;
2. кут між векторами  $\overrightarrow{A_1A_2}$ ,  $\overrightarrow{A_1A_4}$ ;
3. площу трикутника  $A_1A_2A_3$ ;
4. об'єм піраміди  $A_1A_2A_3A_4$ .
5. висоту піраміди з вершини  $A_4$
6. рівняння та довжину ребра  $\overrightarrow{A_1A_2}$ ,

**4.** Написати рівняння прямої, яка проходить через задану точку та паралельна або перпендикулярна заданій прямій.

### Контрольні запитання до третього розділу

1. Рівняння прямої на площині, яка проходить через задану точку, паралельно до заданого вектора (векторно-параметричне, параметричне, канонічне).
2. Рівняння прямої на площині, яка проходить через дві задані точки (векторно-параметричне, параметричне, канонічне).
3. Теорема, що пряма є алгебраїчною лінією першого порядку на площині.
4. Загальне рівняння прямої.
5. Нормоване рівняння прямої.
6. Рівняння прямої на площині, яка проходить через задану точку, перпендикулярно до заданого вектора.
7. Рівняння прямої на площині, яка проходить через задану точку, паралельно до заданого вектора.
8. Відхилення. Знаходження відстані від точки до прямої.
9. Взаємне розташування двох прямих на площині.
10. Взаємне розташування трьох прямих на площині.
11. Проекція точки на пряму на площині.

### ТИПОВІ ЗАВДАННЯ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ № 2

**Задача 1.** У декартовій прямокутній системі координат задано точки:

$A_1(x_1, y_1)$ ,  $A_2(x_2, y_2)$ ,  $A_3(x_3, y_3)$ .

Знайти:

1. Рівняння сторін трикутника  $A_1 A_2 A_3$ .
2. Рівняння висоти  $A_1B$ .
3. Рівняння медіани  $A_2C$ .
4. Рівняння бісектриси кута  $A_1 A_2 A_3$ .
5. Рівняння прямої, яка паралельна стороні  $A_1 A_2$ .
6. Написати всі види рівнянь прямої  $A_1 A_2$ .

В. 1.  $A_1(1, 4)$ ,  $A_2(3, 2)$ ,  $A_3(1, -1)$ ,

**Задача 2.** Знайти взаємне розташування прямих

$$(5,4)(x-4, y+5)=0 \quad \frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{3} \quad \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3t \end{cases}$$

### 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання										Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1			Контр. робота, передбачена навч. планом	Розділ 2		Індивідуальне завдання	Розділ 3		Контр. робота, передбачена навч. планом	60	40	100
T1	T2	T3		T4	T5		T6	T7				
2	4	4	10	2	9	15	1	3	10			

T1, T2 ... T12 – теми розділів.

### Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

### 9. Рекомендоване методичне забезпечення

#### Основна література

1. Немченко К.Е. Аналитическая геометрия. – М.: Эксмо, 2007. – 352 с.
2. Немченко К.Е. Аналітична геометрія. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2012. – 272 с.
3. Немченко К.Е. Аналітична геометрія. Схеми, таблиці та задачі. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2007. – 64 с.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука, 1987. – 320 с.
5. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука, 1975. – 272 с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Физматлит., 2001. – 272 с.
7. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. – М.: Физматлит., 2001. – 272 с.
8. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Линейная алгебра. – М.: Физматлит., 2001. – 368 с.
9. Курош А.Г. Курс высшей алгебры – М.: Наука, 1968. – 432 с.
10. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. – М.: Наука, 1970. – 400 с.

11. Придатченко Ю.В., Львов В.А. Алгебра для фізиків: вектори і координати: Навч. посібник. – Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2002. – 87 с.

#### Допоміжна література

12. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1968. – 912 с.
13. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Наука., 1971. – 272 с.
14. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.: Наука., 1970. – 528 с.
15. Кострикин А.И. Введение в алгебру – М.: Наука., 1977. – 496 с.
16. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия– М.: Наука., 1986. – 309 с.
17. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука., 1982. – 272 с.
18. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука., 1979. – 336 с.
19. Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. – М.: Наука., 1979. – 336 с.
20. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ: Пер. с англ.. – М.: Мир., 1989. – 655 с.

#### *в) збірники задач:*

21. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука., 1987. – 496 с.
22. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А. Линейная алгебра в вопросах и задачах. – М.: Физматлит., 2002. – 248 с.
23. Икрамов Х.Д. Задачник по линейной алгебре. – М.: Наука., 1975. – 320 с.
24. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1972. – 240 с.
25. Кострикин А.И. Сборник задач по алгебре. – М.: Физматлит., 2001. – 464 с.
26. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1976. – 384 с.
27. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Наука., 1974. – 384 с.
28. Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Задачи по высшей алгебре. – СПб.: Издательство «Лань», 2004. – 288 с.
29. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1970. – 336 с.

#### **10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf>
2. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf>
3. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_1.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_1.pdf)
4. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_2.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_2.pdf)
5. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_3.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_3.pdf)