Передмова

Фізика є наукою експериментальною. Навіть розвиток комп'ютерних технологій, які спочатку здавалися потрібними тільки для теоретичних досліджень, швидко довів, що найбільше користі вони приносять саме експериментаторам: це і автоматизація експериментів, і створення нових приладів для вимірювання фізичних величин тощо. Все це свідчить про важливість такої складової частини вивчення фізики, якою є фізичний практикум. Головною метою фізичного практикуму є пізнання природи, яке досягається тим, що студенти, керуючись порадами викладача, знайомляться з методикою постановки фізичних дослідів, із технологією вимірювання параметрів, які характеризують досліджуване фізичне явище, а також із методами обробки результатів дослідів.

До основних задач фізичного практикуму слід віднести:
- ознайомлення з найпоширенішими методами та прийомами вимірювань фізичних величин;
- набуття навичок використання основних універсальних вимірювальних приладів;
- набуття навичок із обробки результатів вимірювань із урахуванням систематичних та випадкових похибок;
- набуття навичок грамотного ведення робочих записів під час проведення досліду та правильного представлення остаточних результатів вимірювань.

Виконання робіт фізичного практикуму виховує у майбутніх фізиків такі корисні для їхньої майбутньої кар'єри риси, як акуратність, дисциплінованість та вміння працювати у колективі. Студенти, які планують займатися теоретичною фізикою, також мають відповідально поставитися до фізичного практикуму, бо його виконання дає студенту можливість по-іншому поглянути на відомі зі школи фізичні явища, сприяє розвитку нестандартного мислення. На підтвердження цього наведемо переказ історії, що трапилася з лауреатом Нобелівської премії з хімії (!), творцем теорії радіоактивності сером Ернестом Резерфордом.

Якось до Е. Резерфорда, який тоді був президентом Лондонського Королівського товариства, звернувся по допомогу

колега, який приймав іспит із фізики у студентів молодших курсів. Він збирався поставити низьку оцінку студенту, який стверджував, що заслуговує найвищого балу. Було вирішено звернутися до сторонньої особи у якості арбітра, вибір пав на Резерфорда. В екзаменаційному білеті було питання: «Як можна виміряти висоту будинку за допомогою барометра?». Відповідь студента була такою: «Слід піднятися з барометром на дах будинку, спустити барометр вниз на довгій мотузці, далі втягти його назад та виміряти довжину мотузки, що дорівнюватиме висоті будинку».

Отже, випадок був дійсно непростий: з одного боку, відповідь була точною та повною, з іншого боку, вона дуже мало стосувалася відповідного розділу фізики. Тому Резерфорд запропонував студенту за шість хвилин підготувати відповідь, яка б демонструвала його знання законів фізики. За п'ять хвилин Резерфорд підійшов до студента і побачив, що на екзаменаційному аркуші паперу нічого не написано. Але на запитання Резерфорда, чи не варто було б здатися, студент відповів, що у нього вже є кілька варіантів відповідей, просто він ще не обрав найкращий варіант.

Резерфорд зацікавився та попросив розповісти про ці варіанти. Нова відповідь була такою: «Піднявшись на дах з барометром, кинути його вниз та заміряти час падіння. Далі, використовуючи просту формулу, обчислити висоту будинку». Це змусило викладача визнати, що відповідь є задовільною, але студент наполягав, що знає кілька відповідей, тому йому запропонували оголосити ще пару відповідей. Студент продовжив. Можна вийти на вулицю у сонячний день та виміряти довжину барометра, його тіні та тіні будинку. Розв'язавши просту пропорцію, легко знайти висоту будівлі. «Непогано», – визнав Резерфорд. – «А чи є ще якісь?» – «Так, є дуже простий спосіб, який, вам обов'язково сподобається. Ви берете барометр до рук і піднімаєтеся по сходинках, прикладаючи барометр до стіни та роблячи позначки. Порахувавши кількість позначок, слід помножити її на розмір барометра, так ви визначите висоту будинку.»

На питання Резерфорда, невже студент дійсно не знає загально визнаного розв'язку цієї задачі, той відповів, що знає, але йому набридли і школа, і коледж, і вчителі, які нав'язують свій спосіб мислення та не сприймають нестандартні розв'язки. Цим студентом був Нільс Бор...

Автори висловлюють подяку шановним рецензентам, чиї слушні зауваження дозволили істотно покращити зміст рукопису.

§1. Рекомендації з вимірювання фізичних величин та загальні правила роботи у фізичних лабораторіях

1.1. Визначення похибок вимірювань

У фізиці вимірювання будь-якої величини полягає у встановленні її числового значення та похибки (помилки) вимірювань. Числове значення фізичної величини за результатами експерименту можна визначити лише з певною точністю. Відхилення результату вимірювання від «справжньої» величини називають похибкою вимірювань. Терміни «справжній» і «похибка» у теорії вимірювань не несуть позитивного або негативного навантаження, а просто відображають той рівень невизначеності знань про конкретне значення вимірюваної величини, що склався на момент проведення вимірювань. Цей рівень визначається не лише об'єктивними факторами, наприклад, якістю вимірювальної апаратури, але й суб'єктивними факторами також, наприклад, уважністю виконавців вимірювання.

Результат вимірювання величини A записується у вигляді:

$$A = X \pm \Delta X \,, \tag{1.1}$$

де X – це справжнє значення величини, ΔX – це похибка вимірювання.

1.1.1. Абсолютні та відносні похибки

У формулі (1.1) похибка ΔX записується в тих самих одиницях вимірювання, що й X. Її називають абсолютною похибкою вимірювання. Величину

$$\delta X = \frac{\Delta X}{X} \; 100\,\%, \tag{1.2}$$

називають відносною похибкою та виражають, як правило, у відсотках від вимірюваної величини.

1.1.2. Прямі та непрямі вимірювання

Якщо вимірювану величину визначають безпосередньо за показами приладу, то таке вимірювання називають прямим. Однак найчастіше величина, яка нас цікавить, не вимірюється безпосередньо, а розраховується за формулою, до якої входить низка інших величин, що підлягають прямим вимірюванням. Наприклад, у роботі «Вивчення рівноприскореного руху та визначення величини прискорення вільного падіння на машині Атвуда» величину прискорення вільного падіння визначають за формулою

$$g = (2M + m)S^2 / \left(2mS_1t^2\right),$$

де S та S_1 – це довжини шляху, що проходить тягарець при рівномірному та рівноприскореному рухах відповідно; M та m – це маси основного та допоміжного тягарців відповідно; t – час рівномірного руху. При цьому величини M, m, t, S та S_1 вимірюються безпосередньо з відповідними похибками. Отже, визначення прискорення вільного падіння у цьому випадку є результатом непрямого вимірювання.

1.1.3. Систематичні та випадкові похибки

Помилки вимірювань поділяються на два класи: систематичні та випадкові (або статистичні). Крім того, до окремої групи відносять так звані грубі похибки (або промахи), що виникають через неуважність експериментатора або несправності вимірювальної апаратури.

1.1.3.1. Систематичні похибки

Систематичні похибки – це постійні помилки або такі помилки, що повільно змінюються в часі за величиною (так звані «дрейфуючі» похибки). Вони спричиняють певний зсув вимірюваного значення відносно справжнього. Цей зсув не є випадковим, і тому його вплив не можна усунути методами статистичної обробки результатів вимірювань. Але найнеприємніша обставина при цьому полягає в тому, що на відміну від випадкових похибок систематичні похибки не

призводять до явного (наочно видимого) розкиду числових значень результатів вимірювань, і тому експериментатор може навіть не підозрювати про їхнє існування та їхній вплив на остаточний результат.

Причини систематичних похибок є різними та, по суті, вирішальним фактором для їхнього виявлення та усунення є проведення вимірювань іншим методом із використанням інших вимірювальних приладів. Дуже важливими є кваліфікація та досвід експериментатора. Кожен експериментатор поступово напрацьовує свої «алгоритми» виявлення та усунення систематичних похибок. Для набуття подібного досвіду можна рекомендувати в процесі підготовки та проведення досліду обмірковувати наступні *можливі джерела систематичних похибок:*

- недосконалість методу вимірювання, що при цьому використовується, вибір невдалої методики порівняння з еталоном. При проведенні непрямих вимірювань слід стежити, аби припущення, за яких було виведено спрощену розрахункову формулу, дійсно виконувалися в ході досліду;
- недосконалість вимірювальної апаратури, яка при цьому використовується (сюди належать помилки, що пов'язані з вибором використовуваних вимірювальних приладів недостатньо високого класу точності, тобто помилки лінійності шкал і передавальних функцій приладів, дрейф їхньої нульової точки, калібрувальні помилки, нестійкість роботи джерел живлення, наявність проміжків застою, таке інше);
- погане налаштування вимірювальної апаратури, невдало підібрані режими її роботи;
- мінливість умов досліду та вплив змін у навколишньому середовищі на вимірювану величину та вимірювальні прилади.

Серед систематичних похибок варто особливо виділити так звані «*приладові*» похибки. Навіть якщо всі інші систематичні похибки усунуто, то залишаються похибки, які обумовлено класом точності вимірювальних приладів. Величина приладової похибки для кожного приладу встановлюється внаслідок його метрологічної перевірки та калібрування, після чого записується до його паспорту (опису). Приладова похибка, як правило, і визначає неточність результату за відсутності статистичних похибок. Якщо, наприклад, багаторазові вимірювання діаметра прутка штангенциркулем із ціною поділки ноніуса *0,1 мм* дають ту саму величину – *3мм*, то результат записується у вигляді $D=(3{,}0\pm 0{,}1)$ *мм*.

1.1.3.2. Випадкові (статистичні) похибки

Випадкові похибки − це похибки, які обумовлено відхиленням (флуктуацією) результатів спостережень за певною величиною при виконанні повторних вимірювань цієї ж величини. Природа цих флуктуацій може визначатися, по-перше, «поводженням» самої вимірюваної величини або вимірювального приладу, по-друге, умовами вимірювання, або обома цими факторами одночасно. Однак важливо зазначити, що взаємодія цих причин та їхня зміна в ході виконання досліджень призводить до *випадкової* зміни результату *за величиною та знаком*.

Передбачити величину випадкової похибки одного окремого вимірювання неможливо. Але якщо є можливість провести багаторазові вимірювання, то значення вимірюваної величини та похибку її вимірювання можна визначити методами статистичної обробки результатів вимірювань, які розглядає теорія помилок. Докладно із цими методами можна познайомитися в роботах, наведених у Списку літератури. Нижче наведено найпростіші правила обробки результатів вимірювань із випадковими похибками.

1.2. Рекомендації щодо обробки результатів вимірювань та їхнього запису

Результати вимірювань можна представити в цифровому, аналітичному та графічному вигляді. Розглянемо детально кожен із них.

1.2.1. Правила запису результатів

1. Запис числових результатів вимірювань має обов'язково містити значення самої величини та похибки її

вимірювань, що виражені в однакових одиницях. Але якщо помилка записується окремо від результату, то її можна виразити у відсотках, частках тощо. Приклади:

1) діаметр прутка $D = (3{,}0\pm 0{,}1)$ *мм*;

2) константа Больцмана $k=(1{,}38049\pm 0{,}00005)10^{-23}$ *(Дж/К)*.

Зазначимо також, що для випадкової величини (наприклад, інтенсивності α-джерела), крім самого значення та статистичної похибки вимірювань, результат у загальному випадку має містити ще й довірчу ймовірність p того, що справжнє значення лежить у зазначеному діапазоні:

$X=(396\pm 6)$ частинок/с, $p=0{,}95$.

Якщо величину імовірності в явному вигляді не записано, то вважається, що вона має «*стандартне*» значення, що дорівнює *0,68* (це стосується випадку нормального розподілу Гауса). Це означає, що імовірність виникнення похибки, яка не виходить за межі інтервалу $\pm\sigma$, де σ − це величина інтервалу, в межах якого з визначеною імовірністю знаходиться відхилення дельта, δ.

Для нормального розподілу імовірність потрапляння випадкової величини до інтервалу від $-E$ до $+E$ можна виразити формулою:

$$P(-E<\delta<+E)=P(|E|<\delta)=\Phi(E)\,, \tag{1.3}$$

де $\Phi(E)=\dfrac{\alpha}{2\pi}\displaystyle\int_0^E exp(-\delta^2/2)d\delta$. При $E>0$ функцію $\Phi(E)$ називають інтегралом Лапласа, або довірчою імовірністю, що відповідає довірчому інтервалу $\pm E$.

Зазвичай довірчу імовірність обирають, виходячи з конкретних умов. Наприклад, нехай для виготовлення певного виробу задовільним значенням імовірності того, що цей виріб матиме розміри, які не виходять за межі наперед заданого інтервалу значень, дорівнює *0,995*. Відповідно до цього, імовірність того, що даний виріб не буде задовольняти зазначеним вимогам, становитиме *0,005*; тобто у середньому буде відбраковано один виріб з двохсот. Така імовірність відповідає довірчому інтервалу $\pm 2,81$. Часто на практиці використовують «правило трьох сигм», тобто довірчим інтервалом $\pm\sigma$, для якого довірча імовірність складає *0,9973*. Сформулюємо це правило в такий спосіб: якщо при багаторазовому вимірюванні однієї і тієї самої фізичної величини, величина якої з часом не змінюється, сумнівне значення результату вимірювання відрізняється від середнього значення цього вимірювання більше ніж на 3σ, тоді з імовірністю 0.997 воно є помилковим, і його не слід брати до уваги.

2. Кількість значимих цифр, які слід наводити при записі результату, залежить від точності вимірювань. Зазвичай точність вимірювань у навчальній лабораторії не перевищує одиниць відсотків, тому остаточний результат вимірювань у цьому випадку повинен містити не більше трьох значимих цифр (для прикладу розглянемо дані, які наведено в таблиці 1.1).

У проміжних розрахунках як для вимірюваних величин, так і для величин, які взято з довідників, рекомендується використовувати на одну значиму цифру більше. Остання значима цифра округляється за звичайними правилами. Якщо вимірювана величина відома з точністю до другого знака після коми, то результат рекомендується представляти саме у вигляді $3{,}2\cdot10^3$, а не 3200.

Таблиця 1.1

Запис результатів вимірювань прискорення вільного падіння *g* (*м/с^2*) залежно від величини похибки

Розрахунковий результат	Похибка	Правильний запис
9,8315±0,028165	*0,03*	*9,83±0,03*
9,8315±0,26365	*0,3*	*9,8±0,3*
9,8315±3,42816	*3*	*10±3*

1.2.2. Правила визначення похибки прямих вимірювань

На практиці розмаїття вимірюваних величин, процедур вимірювання та джерел помилок є таким багатим, що неможливо встановити спільні правила, застосування яких гарантує вірогідний результат. Тому правила, що наведено нижче, слід розглядати як деякі загальні рекомендації, що припускають ретельну перевірку можливості їхнього застосування окремо в кожному випадку.

1. Якщо вимірювана величина X за своєю природою не має статистичного характеру та розкид значень її вимірювань є істотно меншим за похибки приладів вимірювання, то похибка результату ΔX береться такою, що дорівнює *похибці приладу* $\Delta X_{пр}$. (Природно, попередньо ми маємо переконатися в можливості знехтувати іншими систематичними похибками). Відносна помилка при цьому визначається в такий спосіб: $\delta X = \Delta X/X$.

2. Якщо вимірювана величина має статистичний характер і/або результати її багаторазових вимірювань мають розкид, що перевищує похибки приладів вимірювання, то оцінка справжнього значення визначається як *середнє арифметичне:*

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k \,, \tag{1.4}$$

де X_k – це результати, що здобуті внаслідок окремих вимірювань величини X, які отримано в експерименті; $k = 1, 2... n$ – номер окремого вимірювання. Весь «набір» із n проведених окремих вимірювань називається *вибіркою* X_n.

3. Визначення *випадкової похибки* здійснюють у такий спосіб.

А. Якщо кількість спостережень n у вибірці є досить великою (що означає «велика», ми побачимо нижче, в п. 4), то величину випадкової похибки середнього значення X визначають за формулою:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\sum_{k=1}^{n} \frac{\left(X_k - \bar{X}\right)^2}{n(n-1)}} \,. \qquad (1.5)$$

Імовірність P (1.3) того, що справжнє значення вимірюваної величини належить до певного інтервалу від $\bar{X} - \Delta X$ до $\bar{X} + \Delta X$, називають довірчою ймовірністю або коефіцієнтом надійності, а сам інтервал – довірчим інтервалом.

Похибка, яку визначено співвідношенням (1.5), називається середньоквадратичною помилкою *середнього*, її визначено для довірчої ймовірності $p=0{,}68$. У цьому випадку результат вимірювань записується в наступному вигляді:

$$X = \bar{X} \pm \Delta X = \bar{X} \pm S_{\bar{x}} \,. \qquad (1.6)$$

Б. Якщо число n є невеликим, то для визначення помилки результату вводять уточнюючий коефіцієнт t_p, що його називають *коефіцієнтом Стьюдента* (див. табл. 1.2). У цьому

Таблиця 1.2

Коефіцієнти Стьюдента t_p

n-1	P			
	0,683	*0,95*	*0,99*	*0,997*
2	*1,32*	*4,70*	*9,9*	*19,2*
3	*1,20*	*3,18*	*5,8*	*9,2*
4	*1,15*	*2,78*	*4,6*	*6,6*
5	*1,11*	*2,57*	*4,0*	*5,5*
6	*1,09*	*2,45*	*3,7*	*4,9*
7	*1,08*	*2,37*	*3,5*	*4,5*
8	*1,07*	*2,31*	*3,4*	*4,3*
9	*1,06*	*2,26*	*3,2*	*4,1*
10	*1,05*	*2,23*	*3,2*	*4,0*
20	*1,03*	*2,09*	*2,8*	*3,4*
50	*1,01*	*2,01*	*2,9*	*3,9*
100	*1,00*	*1,98*	*2,6*	*3,1*
200	*1,00*	*1,97*	*2,6*	*3,0*

випадку результат вимірювань записують у наступному вигляді:

$$X = \bar{X} \pm t_p S_{\bar{x}} \,. \qquad (1.7)$$

Величина коефіцієнта Стьюдента залежить від кількості спостережень n у вибірці та від ступеня надійності результату, який ми бажаємо одержати. З таблиці 1.2 легко зрозуміти, що значить «велика» або «мала» кількість спостережень у вибірці. Якщо, наприклад, нас задовольняє надійність, за якої визначається «стандартна помилка», тобто $p=0{,}68$, то вже при кількості вимірювань $n=6$ ($n-1=5$) коефіцієнт Стьюдента дорівнює *1,11*. Це означає, що уточнення, яке внесено коефіцієнтом t_p (до *похибки вимірювань*, а не до самої середньої величини!), становить не більше 11%.

4. Зі збільшенням кількості вимірювань n у вибірці величина $S_{\bar{x}}$ випадкової помилки зменшується. Якщо є можливість збільшити серію повторних вимірювань, то можна розв’язати зворотну задачу – знайти таку кількість вимірювань n, яка б дала можливість зробити випадкову помилку меншою за систематичну. Для цього можна використати дані таблиці 1.3.

Приклад використання таблиці 1.3.
Нехай систематична похибка величини X є відомою та становить ΔX. (Наприклад, цією величиною може бути похибка приладу приладу вимірювання.) Тоді можна встановити припустиму

Таблиця 1.3

Кількість вимірювань n, що гарантує величину обраної частки випадкової помилки ε

$\varepsilon = S_{\bar{x}}/\Delta X$	P					
	0,5	*0,7*	*0,9*	*0,95*	*0,99*	*0,999*
1,0	*2*	*3*	*5*	*7*	*11*	*17*
0,5	*3*	*6*	*13*	*18*	*31*	*50*
0,4	*4*	*8*	*19*	*27*	*46*	*74*
0,3	*6*	*13*	*32*	*46*	*78*	*127*
0,2	*13*	*29*	*70*	*99*	*171*	*277*
0,1	*47*	*169*	*273*	*387*	*668*	*1089*

величину випадкової помилки $S_{\bar{x}}$, обравши її величину, наприклад, такою, що дорівнює 10% від систематичної: $S_{\bar{x}} = 0,1\Delta X$. У загальному випадку $S_{\bar{x}} = \varepsilon\Delta X$, де ΔX – величина систематичної помилки, $S_{\bar{x}}$ – величина випадкової помилки, $\varepsilon = S_{\bar{x}}/\Delta X$ – частка випадкової помилки до систематичної. Природно, що частка ε дорівнюватиме встановленій величині 10% лише статистично. Тому слід задати ймовірність p, з якою ми бажаємо здобути частку ε. Кількість вимірювань n для заданих p і ε знаходимо в таблиці 1.3.

5. Якщо статистична $S_{\bar{x}}$ і систематична ΔX похибки є приблизно однаковими, то сумарну похибку результату можна визначити за формулою

$$S_{\Sigma} = \sqrt{S_{\bar{x}}^2 + (\Delta X)^2}\,. \qquad (1.8)$$

1.2.3. Визначення похибки непрямих вимірювань

Нехай потрібна величина N (результат непрямого вимірювання) є функцією інших величин A, B, C (результатів прямих вимірювань): $N=f(A,B,C)$. Визначення похибки результату істотно залежить від характеру похибок величин, які до неї входять: чи то вони є тільки систематичними, тільки статистичними, або присутні ті й інші.

1. Якщо всі похибки прямих вимірювань є систематичними (наприклад, похибками вимірювальних приладів), то похибка результату визначається за формулою:

$$\Delta N = \sum_{i=1}^{k} \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right|, \qquad (1.9)$$

де $N=f(x_1,x_2,\ldots x_k)$ – потрібна величина, яку розраховують за результатами вимірювання інших величин x_i; $\partial f/\partial x_i$ – частинні похідні функції f за відповідними x_i; Δx_i – абсолютна похибка i-го вимірювання, прямі дужки означають модуль добутку.

2. Якщо всі похибки величин A, B, $C\ldots$ мають

статистичний характер, то похибка результату визначається за формулою:

$$S_{\bar{x}\Sigma} = \sqrt{\sum_{1}^{n} \left(\frac{\partial N}{\partial x_1} S_{\bar{x}i} \right)^2}\,, \qquad (1.10)$$

де $S_{\bar{x}\Sigma}$ – похибка результату непрямого вимірювання; $S_{\bar{x}i}$ – похибка результату i-го прямого вимірювання, яку розраховано за формулами (1.5)–(1.7).

У таблиці 1.4 представлено формули функціональної залежності результатів непрямих вимірювань, які часто зустрічаються на практиці при експериментальному дослідженні

Таблиця 1.4

Формули для оцінки похибок результату непрямого вимірювання

Вигляд функції	Абсолютна похибка	Відносна похибка
$N=A+B+C$	$\Delta A+\Delta B+\Delta C$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B+\Delta C}{A+B+C}$
$N=A-B$	$\Delta A+\Delta B$	$\dfrac{\Delta A+\Delta B}{A-B}$
$N=A\times B\times C$	$AB\times\Delta C+BC\times\Delta A+AC\times\Delta B$	$\dfrac{\Delta A}{A}+\dfrac{\Delta B}{B}+\dfrac{\Delta C}{C}$
$N=A^n$	$nA^{n-1}\Delta A$	$n\cdot\Delta A/A$
$N=\sqrt[n]{A}$	$\sqrt[n-1]{A}\cdot\Delta A/n$	$\Delta A/(nA)$
$N=\dfrac{A}{B}$	$\dfrac{B\Delta A+A\Delta B}{B^2}$	$\dfrac{\Delta A}{A}+\dfrac{\Delta B}{B}$
$N=sinA$	$\Delta A\times cosA$	$\Delta A\times ctgA$
$N=cosA$	$\Delta A\times sinA$	$\Delta A\times tgA$
$N=tgA$	$\dfrac{\Delta A}{cos^2 A}$	$\dfrac{\Delta A}{sin A\times cos A}$
$N=ctgA$	$\dfrac{\Delta A}{sin^2 A}$	$\dfrac{\Delta A}{sin A\times cos A}$

різноманітних фізичних явищ. В ній також наведено вирази для розрахунків абсолютної та відносної похибок для цих функціональних залежностей.

1.3. Графічне представлення експериментальних результатів

Для кращого сприйняття результатів експериментального дослідження певного фізичного процесу часто використовують графічне представлення здобутих результатів. Це пояснюється можливістю такого методу представити здобуті результати одразу та в цілому.

1.3.1. Правила побудови графіків

Графічне представлення матеріалів, які здобуто дослідним шляхом (графіки, діаграми, гістограми, фотоматеріали, малюнки), використовується з різною метою:

- наочне зображення експериментальних даних для якісного аналізу поведінки досліджуваного «об'єкта»;
- визначення (якісне, кількісне) характерних точок і параметрів процесів за наявності «особливостей»: максимумів, мінімумів, точок перегину, зламу, стрибка тощо;
- апроксимація дослідних точок кривими та визначення за ними законів і закономірностей поведінки «об'єкта»;
- перевірка передбачуваних і виявлення невідомих залежностей, які виражаються аналітичними функціями, тощо.

Залежно від мети графічного представлення результату вигляд та спосіб графічного представлення можуть бути різними. Графіки та діаграми дослідних результатів, які студенти надають у звітах по роботах фізичного практикуму, мають задовольняти наступним вимогам:

- мати осі координат з нанесеними на них найменуваннями та одиницями вимірювань;
- містити дослідні точки (якщо графік будують по точках, які отримано внаслідок вимірювань); потрібно вказати масштаб помилок, характерних для різних ділянок графіка. (Масштаб помилок зображується відрізками прямих, проведених через експериментальні точки паралельно до осей координат,

з довжиною, що дорівнює похибці в масштабі відповідної осі координат);
- апроксимуючі криві, які проведено по дослідних точках, не повинні затуляти самі точки та їхній справжній розкид.

На рис. 1.1 наведено приклад графіка (дослідних точок і кривої, яку спеціально зроблено згладженою), що зображує залежність напруги U_c на конденсаторі від часу t при його розрядці через певний активний опір.

Якщо метою графічного представлення є перевірка передбачуваної аналітичної залежності експериментальних даних, то дуже корисним прийомом виявляється «*лінеаризація*» графіка шляхом вибору нелінійного масштабу на відповідній осі координат.

Наприклад, закон розрядки конденсатора, який передбачається теорією електромагнетизму, показано на рис. 1.1 – це експонента: $U_C = U_0 \exp[-t/(RC)]$. Прологарифмуємо цей вираз та введемо нові позначення: замість $\ln U_c = \ln U_0 - t/(RC)$ вводимо нові змінні: $y = a - bt$. Якщо вздовж осі ординат відкладати напругу U_c у логарифмічному масштабі

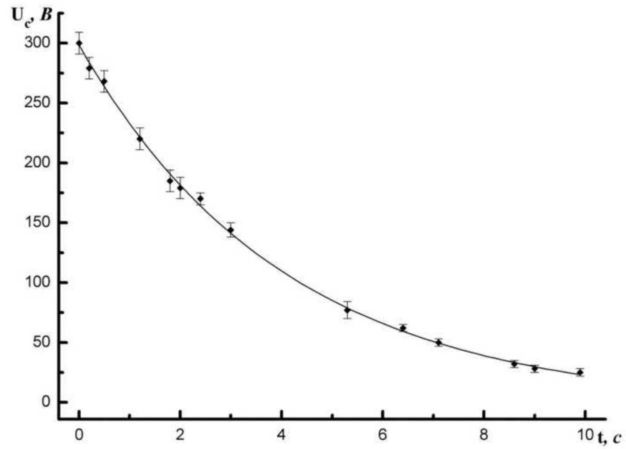

Рис. 1.1. Графік розрядки конденсатора

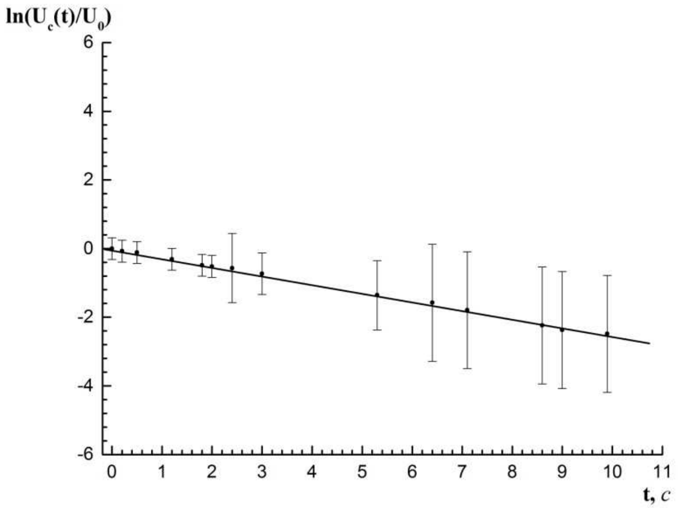

Рис. 1.2. «Лінеаризований» графік розрядки конденсатора

($y = ln[U(t)/U_0]$), то передбачувана залежність відображатиметься прямою лінією, кутовий коефіцієнт якої дорівнює: $(RC)^{-1}$ (див. рис. 1.2).

«Лінеаризація» значно спрощує перевірку типу залежності. Порівнюючи рисунки 1.1 та 1.2 за їхнім змістом та формою, легко побачити, що експериментальні точки добре накладаються на пряму лінію. У той же час, із першого рисунка важко визначити, чи належать точки експонентній залежності або якій-небудь ступеневій функції.

1.3.2. Метод найменших квадратів

Нехай очікувана залежність величини *Y=f(X)*, що визначається внаслідок досліду, має вигляд прямої

$$Y=a+bx, \tag{1.11}$$

(зокрема, це може бути «лінеаризована» залежність). Дослідні точки (Y_k, X_k) *k=1, 2,…n*, як правило, не лежать на одній

прямій, а розкидані в деякій смузі значень. Виникає задача провести крізь такі точки оптимальну пряму лінію та визначити похибку її параметрів. Цю задачу можна вирішити за допомогою *методу найменших квадратів*.

Провести пряму, що задовольняє рівнянню (1.11), означає знайти параметри a та b по заданих (виміряних експериментально) парах точок $Y_k X_k$.

Розглянемо випадок, коли похибка вимірювання аргументу ΔX є набагато меншою за похибку самої функції ΔY. У цьому випадку найкраща пряма має задовольняти наступним умовам:

1) пряма має проходити крізь центр мас дослідних точок, що визначено як точка з координатами:

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k ; \; \overline{Y} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} Y_k ; \tag{1.12}$$

2) сума квадратів відхилень дослідних точок від прямої має бути мінімальною:

$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_k - bX_k - a\right)^2 = min\,. \tag{1.13}$$

У теорії помилок доведено, що цим умовам задовольняє пряма з наступними параметрами:

$$a = \overline{Y} - b\overline{X} ; \; b = \frac{\overline{XY} - \overline{X}\times\overline{Y}}{\left(\overline{X^2}\right) - \left(\overline{X}\right)^2}, \tag{1.14}$$

де

$$\overline{XY} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k Y_k ; \; \overline{X^2} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} X_k^2 \,. \tag{1.15}$$

Відповідні похибки розрахунків параметрів прямої визначаються наступними виразами:

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{k=1}^{n}\left(Y_k bX_k - a\right)^2};$$

$$S_a = \sqrt{\frac{\left(\overline{X}^2\right)}{\left(\overline{X}^2\right) - \left(\overline{X}\right)^2}};\ S_b = \sqrt{\frac{1}{\left(\overline{X}^2\right) - \left(\overline{X}\right)^2}}, \qquad (1.16)$$

де S_y – похибка функції Y (смуга помилок), S_a і S_b – похибка визначення коефіцієнтів a і b відповідно.

1.4. Правила поведінки студентів у фізичних лабораторіях

1. До виконання лабораторних робіт із фізичного практикуму допускаються лише ті студенти, які вивчили Інструкцію з охорони праці (ОП), зміст якої затверджується керівництвом відповідного навчального закладу, пройшли інструктаж з правил ОП та підписалися в журналі реєстрації інструктажу з безпечних методів роботи на робочому місці.
2. Для виконання лабораторних робіт студент зобов'язаний мати відповідно оформлений лабораторний журнал (правила оформлення лабораторного журналу наведено у наступному підрозділі 1.5).
3. До виконання лабораторних робіт допускаються студенти, які підготувалися до роботи, мають чітке уявлення про те, що слід виміряти в даній роботі, як це зробити, як працює відповідна лабораторна установка.
4. Одна лабораторна робота виконується, як мінімум, двома студентами, що відповідає правилам ОП.
5. Починати виконання лабораторної роботи студенти можуть тільки після отримання допуску до роботи від викладача, який проводить заняття, або працівника навчально-допоміжного складу, який опікується даною лабораторією.
6. У навчальних лабораторіях забороняється: без потреби ходити по приміщенню; залишати працюючу лабораторну установку без нагляду; вживати їжу; відволікати колег по групі від виконання їхніх робіт; тримати на лабораторних столах свої особисті речі,

що не потрібні для виконання робіт; залишати свої речі в проходах між лабораторними столами; виходити з приміщення лабораторії без дозволу викладача або працівника навчально-допоміжного складу, який опікується даною лабораторією.
7. При виконанні лабораторних робіт з фізики слід суворо дотримуватися правил ОП, звернувши основну увагу на три основні фактори небезпеки, що є типовими для тієї групи робіт, які входять до даного фізичного практикуму. Це наявність джерел електричної енергії, електричних нагрівачів та механічних модулів лабораторних установок, що мають велику швидкість обертання.
8. По завершенню робіт слід продемонструвати працівнику навчально-допоміжного складу, який опікується даною лабораторією, що лабораторна установка працює нормально, ушкоджень немає. Після цього лабораторна установка від'єднується від джерела електричного живлення, студенти збирають власні речі і приводять робоче місце до початкового стану.

1.5. Правила оформлення лабораторного журналу

1. При підготовці до виконання лабораторних робіт студент повинен добре вивчити опис потрібної роботи, який наведено в методичних порадах до виконання фізичного практикуму.
2. Після вивчення конкретного опису слід звернутися до певного навчального посібника з переліку рекомендованих для з'ясування незрозумілих моментів у виконанні роботи.
3. В якості лабораторного журналу бажано обрати зошит формату А4 обсягом 96 сторінок, на титульному аркуші якого має бути зазначено, що це лабораторний журнал з «Фізичного практикуму», ім'я та прізвище студента, номер групи, назва факультету. Наприклад:

Лабораторний журнал
з Фізичного практикуму
студента групи ТП-11 ФТФ
Сидоренка Володимира

4. Перед виконанням кожної лабораторної роботи до журналу

слід записати: дату виконання вимірювань по темі роботи, її назву, намалювати схему лабораторної установки, записати теоретичні формули, що стосуються теми даної роботи, з їхнім лаконічним поясненням, формули розрахунку похибок вимірювання, хід виконання роботи, контрольні запитання по темі роботи, шаблони таблиць, що потрібно буде заповнити при виконанні роботи.

Наведемо зразок оформлення лабораторного журналу перед виконанням роботи, яку присвячено визначенню прискорення вільного падіння:

28 жовтня 2001 року

Лабораторна робота № 3

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного та математичного маятників

Мета роботи:

1. Вивчити основні характеристики гармонічних механічних коливань у гравітаційному полі Землі.
2. Визначити прискорення вільного падіння за допомогою механічних параметрів, що характеризують гармонічні коливання фізичного та математичного маятників.

Теоретичні формули

Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}\,. \qquad (1)$$

Прискорення вільного падіння:

$$g = \frac{4\pi^2 L_0}{T_2^2 - T_1^2}\,, \qquad (2)$$

де T_1 *і* T_2 *– це періоди коливань маятника при довжині* L_1 *(причому цю довжину вимірювати не потрібно) та при довжині* $L_2 = L_1 + L_0$, *де* L_0 *– збільшення довжини нитки. Виміряти слід тільки збільшення довжини нитки.*

Порядок виконання роботи:

1)...

2)...

Таблиця 1

L_0	T_1					*Середнє* T_1
1-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	
2-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	
3-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	
L_0	T_2					*Середнє* T_2
1-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	
2-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	
3-ий дослід	*1-ше вимі-рювання*	*2-ге вимі-рювання*	*3-тє вимі-рювання*	*4-те вимі-рювання*	*5-те вимі-рювання*	

1. Визначення похибки непрямого вимірювання прискорення.
2. Відносна похибка вимірювання зміни довжини маятника ....
3. Відносна похибка вимірювання періоду коливань....
4. Формула для визначення відносної похибки прискорення вільного падіння: ...

Результат:

прискорення вільного падіння $g = (9.5 \pm 0.2)$ м/с^2.

5. Графіки слід оформлювати на окремому аркуші (бажано із застосуванням комп'ютера), який потім вклеюють до лабораторного журналу.
6. Записи слід робити виключно в лабораторному журналі, а не на якихось допоміжних клаптиках паперу. Слід привчатися вносити записи до журналу уважно, акуратно, оформлювати їх у вигляді таблиці. Помилкові записи слід привчатися акуратно

закреслювати, а не замальовувати коректором.

7. Записи слід розташувати один за одним так, щоб було видно послідовність виконання вимірювань (так простіше можна знайти помилку), у разі потреби записи супроводжують поясненнями.

8. Записи слід виконувати в такому вигляді, як вони здобуваються по шкалі вимірювального приладу, після завершення певного циклу вимірювань слід записати ціну поділки та одиниці вимірюваної величини.

9. Для здачі роботи слід належним чином оформити всі здобуті результати вимірювань, результати виконання всіх завдань згідно з *Порядком виконання роботи* та написати висновки щодо результатів, які було здобуто при виконанні даної лабораторної роботи.

10. Для здобуття заліку з фізичного практикуму слід на окремих аркушах паперу підготувати звіт про виконання лабораторних робіт. Ці аркуші потрібно буде потім або зброшурувати, або скріпити за допомогою степлера.

1.6. Зразок звіту про виконання лабораторної роботи

До звіту входять висновки, які пишуться аналогічно анотації статті в наукових журналах. У висновках слід зазначити: що та в який спосіб вимірювалося в даній лабораторній роботі, який результат та з якою похибкою знайдено, потрібно порівняти експериментальні результати з теоретичними уявленнями про досліджуване явище.

Крім того, у звіті має бути подано відповіді на контрольні запитання до кожної з виконаних робіт. Зразок оформлення звіту наведено нижче:

Звіт про виконання лабораторних робіт
з фізпрактикуму «Механіка»
студентки групи ТЯ-11 ФТФ
Бакуменко Людмили

I. Лабораторна робота № 3
Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного та математичного маятників

…

За результатами експериментів, методика яких була запропонована Бесселем, з дослідження характеристик коливань математичного маятника потрібно було визначити величину прискорення вільного падіння.

Висновки:

1. Навчилася визначати прискорення вільного падіння методом Бесселя.
2. Здобула навички визначення прискорення вільного падіння методом оборотного маятника.

Результати:

1. Прискорення вільного падіння визначено непрямими вимірюваннями зміни довжини нитки та періоду коливань математичного маятника. Його величина склала $g = (9.75 \pm 0.02)\, м/с^2$.
2. Абсолютна похибка складається з похибки запису числа π, похибок вимірювання різниці довжини математичних маятників та періодів їхніх коливань. Її значення було обчислено за формулою:

$$\Delta g = \Delta\pi \cdot \frac{8\,\pi\, L_0}{T_2^2 - T_1^2} + \frac{4\pi^2 \Delta L_0}{T_2^2 - T_1^2} + \Delta T \cdot \frac{8(T_1 + T_2)\pi^2 L_0}{(T_2^2 - T_1^2)^2}\,.$$

Величина Δg склала 0.02 м/с^2.

3. Досліджуючи характеристики гармонічних коливань оборотного фізичного маятника, було виміряно зведену довжину та відповідний період коливань фізичного маятника:

$L = a_1 + a_2 = \ldots$

$T = \ldots$

4. За результатами експериментів з фізичним маятником, при підвішуванні його на дві різні опорні призми, було побудовано наступний графік (див. рис. 1.3).
5. З графіка було визначено експериментально зведену довжину та значення періоду коливань фізичного маятника, який відповідає цій довжині. За допомогою цих параметрів було обчислено прискорення вільного падіння за формулою: