Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра комп`ютерної фізики

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

В.о. директора
навчально-наукового інституту
комп`ютерної фізики та енергетики



_____ Ірина ГАРЯЧЕВСЬКА

“___” _____ 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Комплексний аналіз

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма	Прикладна фізика енергетичних систем Комп’ютерна фізика
вид дисципліни	Обов’язкова
ННІ	комп’ютерної фізики та енергетики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від "27" серпня 2025 року № 14

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Олена СТРЕЛЬНІКОВА, доктор технічних наук, професор кафедри комп'ютерної фізики

Програму схвалено на засіданні кафедри комп'ютерної фізики

Протокол від "26" серпня 2025 року № 8

Завідувач кафедри комп'ютерної фізики

_____ Костянтин НЄМЧЕНКО
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)

Прикладна фізика енергетичних систем
назва освітньої програми

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)
Комп'ютерна фізика
назва освітньої програми

_____ Єгор НЄМЧЕНКО
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від "27" серпня 2025 року № 7

Голова методичної комісії Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис) (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Комплексний аналіз» складена відповідно до освітньо – наукових програм підготовки бакалавра «Комп'ютерна фізика», «Прикладна фізика енергетичних систем», «Прикладна фізика нетрадиційної енергетики» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали.

1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є надання систематичних знань студентам з основ класичної теорії функцій комплексної змінної, тобто ознайомлення студентів з основними ідеями та апаратом теорії функції комплексної змінної, що дає можливість аналізувати та моделювати устрої, процеси та явища в галузях майбутньої діяльності студентів як фахівців. Більш загальна мета - на прикладі математичних понять і методів ТФКЗ показати суть наукового підходу, навчити прийомам дослідження та розв'язання математично формалізованих задач.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни:

- Простежити внутрішню логіку розвитку поняття комплексного числа, функції комплексної змінної, теорії границь, теорії диференціального та інтегрального числення функцій однієї комплексної змінної, теорії рядів;
- Показати застосування понять та фактів комплексного аналізу до розв'язання конкретних задач.

1.3. Кількість кредитів — 4

1.4. Загальна кількість годин — 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік) Семестровий екзамен	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	3-й
Семестр	
4-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
	год.
Самостійна робота	
56 год.	год.
у тому числі індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

- - поглиблені знання математики, здатність використовувати математичні методи;
- - здатність вибирати методи та методики розв'язання типових спеціалізованих задач в галузі прикладної фізики та проведення дослідження у відповідності до сформульованого завдання;

- - здатність використовувати математичний апарат для освоєння теоретичних основ і практичного використання фізичних методів;
- - здатність використовувати фізико-математичні та технологічні знання при обранні матеріалів для оптимального розв'язання конкретної задачі.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ I. **Основи аналізу функцій комплексної змінної**

Тема 1. Комплексні числа Комплексні числа.

Означення, модуль та аргумент комплексного числа. Зображення комплексних чисел. Тригонометрична та показникова форми комплексного числа. Основні операції над комплексними числами та поле комплексних чисел. Алгебраїчна замкненість поля комплексних чисел. Невпорядкованість комплексних чисел. Послідовності комплексних чисел. Граничні точки. Нескінченно віддалена точка та компактифікація поля комплексних чисел. Стереографічна проекція. Література [1–6; 9–12]

Тема 2. Функції комплексної змінної.

Неперервні функції. Одно- та багатозначні функції. Приклади елементарних однозначних і багатозначних функцій: лінійна, степенева, корінь n-го степеня. Збіжність функціональних і степеневих рядів з комплексними членами. Теорема Коші — Адамара. Показникова, тригонометричні та гіперболічні функції комплексної змінної. Логарифмічна функція. Інтеграл від функції комплексної змінної вздовж спрямлюваної (кусково-гладкої) кривої та його властивості. Формула зведення обчислення від інтеграла від функції комплексної змінної до інтеграла Рімана. Література [1–6; 9–12]

Тема 3. Похідна функції комплексної змінної: означення та приклади.

Формальні правила обчислення похідних. Теорема про диференційовність функції комплексної змінної. Умови Коші — Рімана в декартових і полярних координатах. Приклади застосування умов Коші — Рімана для встановлення диференційованості елементарних функцій. Формула обчислення уявної частини диференційованої функції комплексної змінної через відому дійсну частину. Література [1–6; 9–12]

Тема 4. Означення та властивості аналітичних функцій

Поняття аналітичної функції. Означення та основні властивості аналітичних функцій. Два різних способи означення аналітичної функції — через диференційовність і через суму збіжного степеневого ряду. Геометрична інтерпретація аналітичної функції. Означення однолисткової функції. Приклади однолисткових функцій та їх геометрична інтерпретація. Поняття конформного відображення. Література [1–6; 9–12]

Тема 5. Інтегрування аналітичних функцій

Інтеграл вздовж замкненого контура від аналітичної функції в одно- та багатозв'язній областях. Інтегральна формула Коші. Теорема про середнє значення. Теорема про максимум модуля. Формула Коші для похідної аналітичної функції. Оцінки модуля похідної аналітичної функції. Нескінченна диференційовність аналітичної функції. Способи означення аналітичної функції. Теорема Ліувіля. Література [1–6; 9–12]

Тема 6. Ряди Лорана та класифікація особливих точок

Аналітичні функції та їх степеневі ряди. Нулі аналітичної функції. Єдиність задавання аналітичної функції. Аналітичне продовження. Зображення рядом Лорана однозначної функції. Класифікація особ ливих точок однозначних аналітичних функцій. Цілі функції. Мероморфні функції. Поведінка однозначної аналітичної функції в околі полюса та суттєво особливої точки. Література [1–6; 9–12]

Розділ II**. Застосування функцій комплексної змінної**

Тема 1. Конформні відображення

Означення та властивості конформних відображень. Основна задача теорії конформних відображень. Теорема Рімана. Дробово-лінійні конформні відображення та їх властивості. Формула знаходження дробово-лінійного відображення за трьома точками. Конформне

відображення комплексної півплощини та круга в півплощину або круг. Відображення многокутників. Інтеграл Крістофеля–Шварца. Література [1–6; 9–12]

Тема 2. Основи теорії лишків та її застосування

Означення лишка. Методи обчислення лишка однозначної аналітичної функції. Обчислення лишка в полюсі. Лишок у нескінченно віддаленій точці. Основна теорема теорії лишків. Обчислення контурних інтегралів. Обчислення невласних інтегралів дійсного аналізу за допомогою теорії лишків. Логарифмічний лишок. Література [1–6; 9–12]

Тема 3. Гармонічні функції та їх застосування

Гармонічні функції. Аналітичні та спряжені гармонічні функції. Побудова гармонічної функції за спряженою. Інваріантність оператора Лапласа відносно конформних відображень. Задача Діріхле. Розв'язання задачі Діріхле за допомогою функції ґріна. Функція ґріна задачі Діріхле: означення, фізичний зміст. Формула ґріна. Побудова функції ґріна для півплощини та круга. Розв'язання задачі Діріхле для круга. Формула Пуасона. Розв'язання задачі Діріхле для півплощини. Формула Шварца. Література [1–6; 9–12]

Тема 4. Перетворення Лапласа

Основні його властивості. Операційний метод і його застосування до розв'язування задач Коші для лінійних звичайних диференціальних рівнянь і крайових задач для параболічних рівнянь. Випадок застосування до розв'язування лінійних інтегральних рівнянь типу згортки. Література [7–8]

1. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		лк	п	лб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Основи аналізу функцій комплексної змінної												
1. Комплексні числа	14	4	4			6						
2. Функції комплексної змінної	14	4	4			6						
3. Похідна функції комплексної змінної: означення та приклади	10	2	2			6						
4. Означення та властивості аналітичних функцій	14	4	4			6						
5. Інтегрування аналітичних функцій	8	2	2			4						
6. Ряди Лорана та класифікація особливих точок	10	2	2			6						
Разом – Розділ 1	**70**	**18**	**18**			**34**						
Розділ 2. Застосування функцій комплексної змінної												
1. Конформні відображення.	14	4	4			6						
2. Основи теорії лишків та її застосування.	8	2	2			4						
3. Гармонічні функції та їх застосування.	14	4	4			6						
4. Перетворення Лапласа	14	4	4			6						
Разом – Розділ 2	**50**	**14**	**14**			**22**						
Усього годин	**120**	**32**	**32**			**56**						

2. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Комплексні числа та дії над ними. Множина точок на комплексній площині.	4
2	Функції комплексної змінної	4
3	Диференціювання функції комплексної змінної. Умови Коші – Рімана аналітичності функції. Гармонічні функції.	2
4	Конформні відображення, що даються елементарними функціями комплексної змінної. Конформні відображення областей	4
5	Інтеграл в С. Інтегральна формула Коші і її застосування.	2
6	Нулі аналітичних функцій. Ізольовані особливі точки однозначного характеру і їх класифікація Інтегральні лишки та методи їх обчислення	2
7	Ряди в С. Розвинення аналітичних функцій в ряд Тейлора і ряд Лорана	4
8	Застосування інтегральних лишків до обчислення інтегралів Теорема Коші про лишки	2
9	Операційний метод і його застосування	8
Всього		32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Згадати теми з комплексними числами та дії над ними. Множина точок на комплексній площині. Функції комплексної змінної	6
2	Засвоїти диференціювання функції комплексної змінної. Умови Коші – Рімана аналітичності функції	6
3	Засвоїти інтеграл в С. Інтегральна формула Коші і її застосування	6
4	Засвоїти ряди в С. Розвинення аналітичних функцій в ряд Тейлора і ряд Лорана	6
5	Опрацювати тему «Конформні відображення, що даються елементарними функціями комплексної змінної. Конформні відображення областей»	4
6	Засвоїти застосування інтегральних лишків до обчислення інтегралів Теорема Коші про лишки	6
7	Вивчення матеріалу лекцій	6
8	Виконання практичних робіт	4
9	Підготовка до екзамену	12
	Разом	56

Приклади та задачі до розділу 1

1. Інтегральна формула Коші: випадок трикутного контура, загальний випадок.

2.Представити число $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{i}{2}\right)^{1+i}$ в алгебраїчній формі.

3.Розв'язати рівняння: $z^2 - iz + 2 = 0$.

4.Відновити аналітичну в околі точки π функцію $f(z)$ за заданою дійсною частиною $u(x,y)=\frac{x}{x^2+y^2}$ та умовою $f(\pi)=\frac{1}{\pi}$.

5.Обчислити інтеграл $\oint\limits_{|z|=3}\frac{z^9}{z^{10}-1}dz$.

6. Знайти відображення верхньої півплощини на себе таке, що $w(0)=1, w(i)=2i$.

7. Розв'язати рівняння $\sin z = \pi i$.

Приклади і задачі до розділу 2

1. Лишки. Теорема Коші про лишки. Лишок в нескінченно віддаленій точці.

2.Визначити характер особливих точок $z_1=0, z_2=-1$ для функції $f(z)=\frac{z^2-1}{z^6+2z^5+z^4}$.

3. Розкласти функцію в ряд Лорана в околі точки $z_0=-1$ та знайти область збіжності: $f(z)=\cos\frac{z}{z+1}$.

4. Обчислити $\int_0^{+\infty}\frac{x^2\cos x}{(x^2+1)^2}dx$.

5. Знайти лишки функції $f(z)=\frac{e^z}{z^2(z^2+9)}$.

6.Знайти ізольовані особливі точки і визначити їх характер для функції $f(z)=\frac{z^7\sin(z+2)}{(z^2-4)^3\cos\frac{1}{z-2}}$.

6. Індивідуальні завдання

Не передбачено

7. Методи контролю

Навчальні досягнення студентів з дисципліни оцінюються за модульно-рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип поопераційної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

У процесі оцінювання навчальних досягнень студентів застосовуються такі методи:

- Методи усного контролю: індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда, екзамен.

- Методи письмового контролю: контрольні роботи, екзамен.
- Методи самоконтролю: уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Кількість балів за роботу з теоретичним матеріалом, на практичних заняттях, під час виконання самостійної роботи залежить від дотримання таких вимог:

- систематичність відвідування занять;
- своєчасність виконання навчальних завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- якість виконання навчальних і індивідуальних завдань;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань;
- ініціативність у навчальній діяльності;
- виконання контрольних завдань.

Семестровий контроль (екзамен) включає 2 теоретичних запитання щодо основних визначень і формулювань теорем і 2 найпростіші задачі необхідного рівня (її розв"язання є необхідною умовою складання іспиту.

Загальна максимальна бальна оцінка за екзамен складатиме 40 балів. Мінімальний підсумковий бал складатиме 50 балів, а максимальний – 100 балів. Підсумкова оцінка визначається шляхом переводу підсумкового балу з дисципліни у традиційну академічну оцінку національної шкали ("відмінно", "добре", "задовільно", "незадовільно" за шкалою, що наведено у попередньому пункті робочої програми.

Мінімальна кількість балів для допуску студента до підсумкового іспиту становить – 15 балів.

Передбачаються бали за:

- робота на лекції – 0,5/лекція бали;
- виконання завдань у дошки – 1/вихід бал;
- контрольні роботи – 36;
- екзамен – 40 балів.

Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано нижче у таблицях.

8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота												Екзамен	Сума
Розділ 1						Розділ 2				Контрольна робота (2)	Разом		
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т1	Т2	Т3	Т4	2*10=20	60	40	100
4	4	4	4	4	4	4	4	4	4				

Нарахування балів при поточному контролі

1 бали – робота в аудиторії
3 балів – виконання самостійної роботи

Критерії оцінювання контрольної роботи

Правильність відповіді – 5 балів
Відсутність помилок в розрахунках – 5 балів
Коректність програмного коду – 10 балів

Критерії оцінювання відповідей на підсумковій роботі

Питання 1 – теоретичне питання (10 балів)

Відсутність помилок в теоретичній частині – 2 бал
Коректність викладок – 1 бал
Послідовність викладок – 1 бал
Логічність викладок – 1 бал

Питання 2 дослідницька задача. (15 балів)

Наявність відповіді – 1 бал
Коректність викладок – 2 бал
Логічність викладок – 1 бал
Коректність визначень – 1 бал
Повнота відповіді – 1 бал
Правильність відповіді – 2 бал
Наявність графічного відображення – 2 бал
Знання цілей задачі – 1 бал
Відсутність помилок в розрахунках – 2 бал
Відсутність помилок в теоретичній частині – 2 бал

Питання 3 – дослідницька (15 балів)

Наявність відповіді – 1 бал
Коректність викладок – 2 бал
Логічність викладок – 1 бал
Коректність визначень – 1 бал
Повнота відповіді – 1 бал
Правильність відповіді – 2 бал
Наявність графічного відображення – 2 бал
Знання цілей задачі – 1 бал
Відсутність помилок в розрахунках – 2 бал
Відсутність помилок в теоретичній частині – 2 бал

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

9. Рекомендована література

Основна

1. Комплексний аналіз : підручник / Т. А. Мельник. – К. : ВПЦ. "Київський університет", 2015. – 192 с.

2. Теорія функцій комплексної змінної: Навчальний посібник /. Ю. В. Мастиновський, Г. А. Шишканова. – Запоріжжя : ЗНТУ,160 страниц
3. Функції комплексної змінної. Операційне числення. Теорія ймовірностей та математична статистика / уклад. Самборська О.М., Шелестовський Б.Г., Фурсевич Л.В., Габрусєв Г.В. Тернопіль: ТДТУ імені Івана Пулюя, 2009. - 115 с.
4. Гольберг А. А., Шеремета М. М., Заблоцький М. В., Скасків О. Б. Комплексний аналіз. — Львів: Афіша, 2002. — 204 с.
5. Білоколос Є. Д., Шека Д. Д. Збірник задач з комплексного аналізу. — К., 2004. — 58 с.

Допоміжна

1. An Introduction to Complex Function Theory //Bruce P. Palka, Springer Science & Business Media, 1991 - 559с.
2. Complex Function Theory //Anthony S. B. Holland, Elsevier North Holland, 1980 - 304 с.

10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

немає