

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

“ЗАТВЕРДЖУЮ”



Протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2020 р.

Підпис: ПЕЛІЙМОНОВ

Відомості: \_\_\_\_\_ 2020 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**ТЕНЗОРНЕ ОБЧИСЛЕННЯ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ  
ПРОЦЕСІВ В ЕНЕРГЕТИЦІ**

рівень вищої освіти	другий (магістерський)
галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	105 Прикладна фізика та нанометаріали
освітня програма	«Комп'ютерна фізика»
вид дисципліни	за вибором
ННІ	комп'ютерної фізики та енергетики

2020 / 2021 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

“ 30 ” червня 2020 року, протокол № 6-2 /20


РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Кирило Максименко-Шейко, професор кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах, докт. техн. наук, ст. наук, співр.

Програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Протокол від “ 25 ” червня 2020 року № 6-3 /20

Завідувач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

  
\_\_\_\_\_ Руслан СУХОВ  
(підпис)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми комп'ютерна фізика  
назва освітньої програми


Гарант освітньої програми комп'ютерна фізика

  
\_\_\_\_\_ Костянтин НЕМЧЕНКО

Програму погоджено методичною комісією Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від “30” червня 2020 року № 6 /20

Голова методичної комісії Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

  
\_\_\_\_\_ Ольга ЛІСІНА  
(підпис)

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки магістрів

спеціальність: 105 Прикладна фізика та наноматеріали

освітня програма: «Комп’ютерна фізика»

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни “Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці” є побудова математичних моделей фізичних полів у криволінійних ортогональних та неортогональних координатах за допомогою апарата тензорного аналізу, а також дослідження процесів гідродинаміки та теплообміну в скручених каналах та каналах з гвинтовими вставками.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

**Основними завданнями** вивчення дисципліни “Тензорне обчислення в математичному моделюванні процесів в енергетиці” є побудова метричного тензора, основних векторних співвідношень і диференціальних інваріантів в ортогональних та неортогональних системах координат; складання програм мовою RL системи ПОЛЕ; проведення обчислювальних експериментів.

1.3. Кількість кредитів — 10

1.4. Загальна кількість годин — 300

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна / за вибором	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	
Семестр	
1-й, 2-й	
Лекції	
30 год. +16 год. = 46 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
год.	год.
Лабораторні заняття	
30 год. +32 год. = 62 год.	год.
Самостійна робота	
90 год. + 87 год. = 177 год.	год.
Індивідуальні завдання	
15 год.	

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання:

**знати :**

основні відмінності різних систем координат в залежності від вигляду метричного тензора, умови зведення просторових крайових задач до двовимірних, варіаційні методи для розв'язання рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.

**вміти :**

застосовувати отримані знання на практиці при переході від однієї системи координат до іншої; проводити обчислювальні експерименти, а саме, в гвинтовій системі координат при змінюванні параметру закрутки; встановлювати закономірності змінювання фізичного поля в залежності від значення параметра закрутки.

## **2. Тематичний план навчальної дисципліни**

### **Розділ 1. Математичне моделювання в криволінійних координатах.**

*Тема 1. Вступ.*

Задачі математичного моделювання.

*Тема 2. Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат.*

Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат. Особливості.

*Тема 3. Основні положення тензорного аналізу.*

Основні положення тензорного аналізу. Метричний тензор, символи Кристоффеля, обчислення коваріантних і контраваріантних похідних.

### **Розділ 2. Обробка інформаційних потоків і побудова основних векторних співвідношень і диференціальних операторів.**

*Тема 4. Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах.*

Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах, в тому числі для задач з гвинтовим типом симетрії.

*Тема 5. Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат.*

Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат. Розподіл електростатичного поля у скрученому провіднику.

*Тема 6. Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК.*

Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК.

### **Розділ 3. Умови зведення тривимірних крайових задач до двовимірних за наявності відповідної геометричної та фізичної симетрії.**

*Тема 7. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних.*

Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних (формулювання, доведення, приклади).

### **Розділ 4. Варіаційні методи для рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.**

*Тема 8. Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.*

Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами. Додатна визначеність операторів.

*Тема 9. Методи Рунца і найменших квадратів.*

Методи Рунца і найменших квадратів для рівнянь зі змінними коефіцієнтами.

### **Розділ 5. Математичне моделювання в неортогональних координатах.**

*Тема 10. Математичне моделювання скалярних задач в гвинтовій системі координат.*

Математичне моделювання задач електростатики, теплофізики та інших скалярних задач в гвинтовій системі координат.

*Тема 11. Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.*

Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах в гвинтовій системі координат.

*Тема 12. Комп'ютерне моделювання скалярних і векторних задач для скручених циліндрів методом R-функцій.*

Комп'ютерне моделювання задач електростатики, теплофізики, а також течії рідини для скручених циліндрів методом R-функцій.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Розділ 1. Математичне моделювання в криволінійних координатах.</b>												
Тема 1. Вступ.	3	1										
Тема 2. Математичне моделювання в криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат.	28	6	4			18						
Тема 3. Основні положення тензорного аналізу.	30	6	6			18						
Разом за розділом 1	58	12	10			36						
<b>Розділ 2. Обробка інформаційних потоків і побудова основних векторних співвідношень і диференціальних операторів.</b>												
Тема 4. Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах.	30	6	6			18						
Тема 5. Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат.	30	6	6			18						
Тема 6. Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані	32	6	8			18						

в реакторі типу ТОКАМАК.												
Разом за розділом 2	92	18	20			54						
<b>Усього годин за 9 семестр</b>	150	30	30			90						
<b>Розділ 3. Умови зведення тривимірних крайових задач до двовимірних за наявності відповідної геометричної та фізичної симетрії.</b>												
Тема 7. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних.	23	2	4			17						
Разом за розділом 3	23	2	4			17						
<b>Розділ 4. Варіаційні методи для рівнянь еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.</b>												
Тема 8. Рівняння еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами.	23	2	4			17						
Тема 9. Методи Ритца і найменших квадратів.	23	2	4			17						
Разом за розділом 4	46	4	8			34						
<b>Розділ 5. Математичне моделювання в неортогональних координатах.</b>												
Тема 10. Математичне моделювання скалярних задач в гвинтовій системі координат.	27	4	6			17						
Тема 11. Математична модель течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.	26	3	6			17						
Тема 12. Комп'ютерне моделювання скалярних і векторних задач для скручених циліндрів методом Р-функцій.	28	3	8		15	2						
Разом за розділом 5	81	10	20			51						
<b>Усього годин за 10 семестр</b>	150	16	32		15	87						
<b>Усього годин</b>	300	46	62		15	177						

#### 4. Теми семінарських (практичних, лабораторних) занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Моделювання рівноваги тороїдальної плазми за допомогою методу R-функцій.	30
Разом за 9 семестр		30
1	Моделювання скалярних полів за вибором в гвинтовій системі координат.	8
2	Моделювання розподілу електричного потенціалу в скрученому провіднику.	8
3	Моделювання течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.	8
4	Моделювання розподілу температури під час течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах.	8
Разом за 10 семестр		32
Разом		62

#### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	<p>Побудова метричних тензорів у криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат за вибором.</p> <p><i>Побудувати коваріантні та контраваріантні компоненти метричних тензорів. Виходячи з вигляду метричного тензора, зробити висновок про ортогональність чи неортогональність досліджуваної системи координат.</i></p> <p><i>Завдання: Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления.—Харьков, Вища школа, 1978. — Розділи 2.1-2.9, 3.5 (с. 45-81, 88-89). Задачі 1-9 розділу 2 (с. 81-82).</i></p> <p><i>(див. також К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.; R-функції в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей / К.В.Максименко-Шейко // Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. — 306 с.).</i></p>	36
2	<p>Побудова основних диференціальних інваріантів у криволінійних ортогональних і неортогональних системах координат за вибором.</p> <p><i>Побудувати основні диференціальні інваріанти: градієнт, дивергенція, ротор, лапласіан. Перевірити наявність змінних коефіцієнтів.</i></p> <p><i>Завдання: Борисенко А.И., Тарапов И.Е. Векторный анализ и начала тензорного исчисления.—Харьков, Вища школа, 1978. — Розділи 4.1-4.7 (с. 114-159), приклади 1-23 розділу 4 (с. 192-203). Задачі 1-7 (с. 207-208).</i></p> <p><i>(див. також К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.; R-функції в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей / К.В.Максименко-Шейко // Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. — 306 с.).</i></p>	54
Разом за 1 семестр		90
1	Моделювання течії в'язкої нестисливої рідини по каналах з	46

	<p>центральною та пристінковими гвинтовими вставками.  <i>Базуючись на вивченому матеріалі стосовно течії нестисливої в'язкої рідини по скручених трубах, провести моделювання течії нестисливої в'язкої рідини по каналах з гвинтовими вставками. Дослідити вплив довжини крила вставок на характер течії. Перерізи каналів взяти з <u>R-функції в математическом моделюванні геометрических об'єктів і фізических полів</u> / К.В.Максименко-Шейко // Харків: ИПМаш НАН України, 2009. — С. 285-290, рис. 5.19, 5.27 (за вибором).</i>  <i>(див. також Конструктивні засоби математичного моделювання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному моделюванні фізичних полів. Методичні вказівки для студентів III-IV курсів фізико-енергетичного факультету / Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2007. — 52 с.; К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.).</i></p>	
2	<p><b>Крутіння скручених стрижнів.</b>  <i>Ознайомитись з математичними моделями крутіння стрижнів. Дослідити математичну модель у гвинтовій системі координат. Розв'язати відповідну задачу за допомогою системи ПОЛЕ. Перевірити вплив кута закрутки на жорсткість при крутінні. Перерізи стрижнів взяти з <u>К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — С. 49-50, завдання 1-2 (за вибором).</u></i>  <i>(див. також Конструктивні засоби математичного моделювання та їхні застосування. Частина 1. Метод R-функцій в математичному і комп'ютерному моделюванні фізичних полів. Методичні вказівки для студентів III-IV курсів фізико-енергетичного факультету / Т.І.Шейко, К.В.Максименко-Шейко // Харків: ХНУ ім. В.Н.Каразіна, 2007. — 52 с.; R-функції в математическом моделюванні геометрических об'єктів і физических полів / К.В.Максименко-Шейко // Харків: ИПМаш НАН України, 2009. — 306 с.; Уфлянд Я.С. Биполярные координаты в теории упругости.—М.-Л., Гостехиздат, 1950.—232 с. та ін.).</i></p>	56
Разом за 2 семестр		102
Разом		192

## 6. Індивідуальні завдання

### 7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративний; репродуктивний; дослідницький; частково-пошуковий.

### 8. Методи контролю

На заняттях – опитування. По закінченні розділу – усний контроль. Форма підсумкового контролю знань — екзамен.

### 9. Схема нарахування балів



## 1-й семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом	Екзамен (залікова робота)	Сума
Розділ 1		Розділ 2								
T1	T2	T3	T4	T5	T6					
8	8	9	10	10	10	5		60	40	100

T1, T2 ... – теми розділів.

## 2-й семестр

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом	Екзамен (залікова робота)	Сума
Розділ 3	Розділ 4		Розділ 5							
T7	T8	T9	T10	T11	T12					
8	8	8	8	9	9	5	5	60	40	100

T1, T2 ... – теми розділів.

## Критерії оцінювання навчальних досягнень

## I семестр

**1. Поточне оцінювання. Усього за 6 тем – 55 балів**

Робота в аудиторії та самостійна робота:

Тема 1-2:

Відсутність помилок в розрахунках 3 бали

Правильність відповіді 3 бали

Знання цілей задачі 2 бали

Тема 3:

Відсутність помилок в розрахунках 3 бали

Правильність відповіді 3 бали

Знання цілей задачі 3 бали

Тема 4-6:

Відсутність помилок в розрахунках 4 бали

Правильність відповіді 4 бали

Знання цілей задачі 2 бали

**2. Контрольна робота – 5 балів**

Типовий варіант контрольної роботи

1. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних (2 бали).
2. Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат (3 бали).

**За кожну задачу такі критерії**

Наявність відповіді	1 бал
Коректність викладок	1 (для другого питання - 2) бал

**3. Заключне оцінювання – 40 балів за іспит**

Типовий білет

1. Основні положення тензорного аналізу. Метричний тензор, символи Кристоффеля, обчислення коваріантних і контраваріантних похідних (20 балів).
2. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних (20 балів).

**Питання 1 (20 балів)**

Відсутність помилок в теоретичній частині	– 5 балів
Коректність викладок	– 3 бали
Послідовність викладок	– 3 бали
Логічність викладок	– 3 бали
Наявність практичних прикладів	- 6 балів

**Питання 2 (20 балів)**

Наявність відповіді	– 5 балів
Правильність відповіді	– 3 бали
Відсутність помилок в розрахунках	– 3 бали
Логічність викладок	– 3 бали
Наявність практичних прикладів	- 6 балів

**II семестр**

**1. Поточне оцінювання. Усього за 6 тем – 50 балів**

Робота в аудиторії та самостійна робота:

Тема 7-10:

Відсутність помилок в розрахунках	3 бали
Правильність відповіді	3 бали
Знання цілей задачі	2 бали

Тема 11-12:

Відсутність помилок в розрахунках	3 бали
Правильність відповіді	4 бали
Знання цілей задачі	2 бали

**2. Контрольна робота – 5 балів**

Типовий варіант контрольної роботи

1. Теорема про зведення просторових скалярних крайових задач для об'єктів з гвинтовим типом симетрії до двовимірних (2 бали).
2. Математичні моделі скалярних полів в гвинтовій системі координат (3 бали).

**За кожну задачу такі критерії**

Наявність відповіді	1 бал
Коректність викладок	1 (для другого питання - 2) бал

**3. Індивідуальне завдання – 5 балів**

Відсутність помилок в розрахунках	2 бали
Правильність відповіді	3 бали

**4. Заключне оцінювання – 40 балів за іспит**

Типовий білет

1. Основні векторні співвідношення і диференціальні інваріанти в криволінійних ортогональних і неортогональних координатах, в тому числі для задач з гвинтовим типом симетрії (20 балів).
2. Математична модель утримання плазми з током у рівноважному стані в реакторі типу ТОКАМАК (20 балів).

**Питання 1 (20 балів)**

Відсутність помилок в теоретичній частині	– 5 балів
Коректність викладок	– 3 бали
Послідовність викладок	– 3 бали
Логічність викладок	– 3 бали
Наявність практичних прикладів	- 6 балів

**Питання 2 (20 балів)**

Наявність відповіді	– 5 балів
Правильність відповіді	– 3 бали
Відсутність помилок в розрахунках	– 3 бали
Логічність викладок	– 3 бали
Наявність практичних прикладів	- 6 балів

**Шкала оцінювання**

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 10. Рекомендована література

### Основна література

1. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа.— М., Наука, 1970. — 904 с.
2. *Рвачев В.Л.* Теория R-функций и некоторые её приложения.— К., Наук. думка, 1982. — 552 с.
3. *Борисенко А.И., Тарапов И.Е.* Векторный анализ и начала тензорного исчисления.—Харьков, Вища школа, 1978. — 216 с.
4. *Михлин С.Г.* Вариационные методы в математической физике. —М., Наука, 1970. — 512 с.
5. *Максименко-Шейко К.В.* R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. — Харьков, ИПМаш НАН Украины, 2009.— 306 с.

### Допоміжна література

1. *Уфлянд Я.С.* Биполярные координаты в теории упругости.—М.-Л., Гостехиздат, 1950.—232 с.
2. *Лурье А.И., Джанелидзе Г.Ю.* Задача Сен-Венана для естественно-скрученных стержней // ДАН СССР.— 1939.— № 1, т. XXIV.— с. 23-26.
3. *Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В.* Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил. В 4-х т. — Киев, Ин-т техн.теплофизики НАН Украины, 2000. -Т.3: Закрученные потоки. — 474 с.
4. *Roache Patrick J.* Computational fluid dynamics. — Hermosa publishers, Albuquerque, 1976.

### 10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. К.В.Максименко-Шейко, Т.І.Шейко. Математичне моделювання фізичних полів у криволінійних ортогональних і неортогональних координатах. Методичні вказівки для студентів IV-V курсів фізико-енергетичного факультету. — Харків, ХНУ, 2007. — 52 с.