МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА
ФІЗИКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до дипломної роботи
за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістр

«Сейсмічні та імпульсні впливи на резервуари з рідиною з урахуванням інтенсивних плескань»

Виконав: студент 2 курсу, групи НФ-63
Свиридов В. С.
спеціальність:
105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма: Прикладна фізика енергетичних систем
Керівник: проф. Стрельнікова О.О.
Рецензент:

Харків – 2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

Факультет фізико-енергетичний

Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) магістр

Спеціальність 105 прикладна фізика та наноматеріали

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ _проф._Нємченко К.Е.

підпис

“__” _____ 2018 року

ЗАВДАННЯ

НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ(ПРОЕКТ)

Свиридов Віталій Сергійович

1. Тема роботи «Сейсмічні та імпульсні впливи на резервуари з рідиною з урахуванням інтенсивних плескань»

керівник роботи Стрельнікова Олена Олександрівна

затверджені наказом по університету від “24” жовтня 2018 року №0210-05/1991

2. Строк подання студентом роботи 30.11.2018

3. Перелік питань, які потрібно розробити:

Перелік питань, які потрібно розробити: визначити потенціал швидкостей, розробити чисельні алгоритми рішення задач динаміки оболонок частково заповнених рідиною, розрахувати динамічний стан оболонкових конструкцій

4.План роботи

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Вибір теми, узгодження, закріплення за кафедрою
2	Робота над літературою та іншими джерелами
3	Затвердження теми на кафедрі
4	Написання вступу до роботи та першого розділу
5	Написання другого розділу
6	Написання третього розділу
7	Завершення написання дипломної роботи(висновки и література)
8	Подача науковому керівнику, доробка зауважень
9	Відгук, рецензія, підготовка до захисту
10	Попередній захист на кафедрі
11	Захист

5. Дата видачі завдання 12 вересня 2018 року

Студент _____ **Свиридов В.С.**
підпис

Керівник роботи _____ **Стрельнікова О.О.**
підпис

РЕФЕРАТ

Свиридов Віталій. Сейсмічні та імпульсні впливи на резервуари з рідиною з урахуванням інтенсивних плескань.

Дипломна робота представлена на 55 сторінках;складається з вступу, 3 розділів та висновків;містить 21 рисунок, 5 таблиць список використаної літератури з 35 найменувань.

Метою дипломної роботи є розроблення методики, заснованій на методі граничних елементів для моделювання руху рідини в пружних та жорстких оболонках, при дослідженні вільних та вимушених коливань оболонок обертання, частково заповнених рідиною.

Вважається, що рідина є ідеальною і нестисливою, а її рух, індукований вібраціями оболонки, у безвихровим.

Сформульовано мішану крайову задачу для рівняння Лапласа. Побудовано систему базисних функцій для розв'язання динамічної задачі для оболонкових конструкцій, частково заповнених рідиною. Отримані чисельні результати, що свідчать про ефективність та вірогідність запропонованого методу.

Запропонований підхід дозволяє проводити чисельне моделювання резервуарів з перегородками різного розміру і з різним розташуванням в резервуарі. Це дає можливість управляти радіусом демпфера і його розташуванням в резервуарі за допомогою чисельного моделювання. Проблема розв'язана з використанням методу граничних елементів. Розглянуті жорсткі та деформовані резервуари. Проблема розглядалася в лінійному і нелінійному формулюваннях.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ОБОЛОНКИ ОБЕРТАННЯ, ВІЛЬНІ ТА ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ, ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ, ОДНОВИМІРНІ ГРАНИЧНІ ЕЛЕМЕНТИ, МЕТОДИ ГРАНИЧНИХ І СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ, ЛІНІЙНЕ ТА НЕЛІНЕЙНЕ ФОРМУЛЮВАННЯ

ABSTRACT

Svyrydov Vitaliy. Seismic and impulse effects on liquid reservoirs considering intensive sloshing.

The thesis is presented on 55 consists of an introduction, 3 sections and conclusions; it contains 21 drawings, 5 tables , references from 35 titles.

The purpose of the thesis is to develop an approach based on the boundary element method for modeling the flow of fluid in elastic and rigid shells, for studying the free and forced vibrations of shells of revolution partially filled with a liquid.

It is supposed that the liquid is ideal and incompressible, and its motion, induced by vibrations of the shell, is irrotational.

A mixed boundary value problem for the Laplace equation is formulated. A system of basic functions for solving the dynamic problem for shell structures partially filled with a liquid is obtained. Numerical results have been obtained indicating the effectiveness and reliability of the proposed method.

The proposed approach allows us to carry out numerical simulation of reservoirs with baffles of different sizes and with different arrangement in a reservoir. This makes it possible to control the radius of the damper and its location in the reservoir using numerical simulation. The problem is solved with boundary element method. Rigid and deformable reservoirs are considered. The problem was considered in linear and nonlinear formulations.

KEY WORDS: SHELLS OF REVOLUTIO, FREE AND FORCED VIBRATIONS, INTEGRAL EQUATIONS, ONE-DIMENSIONAL BOUNDARY ELEMENTS, METHODS OF BOUNDARY AND FINITE ELEMENTS, LINEAR AND NONLINEAR FORMULATION

РЕФЕРАТ

Свиридов Виталий. Сейсмические и импульсные воздействия на резервуары с учетом интенсивных плесканий.

Дипломная работа представлена на 55 состоит из вступления, 3 разделов и выводов;содержит 21 рисунка, 5 таблиц, список использованной литературы из 35 наименований .

Целью дипломной работы является разработка методики, основанной на методе граничных элементов для моделирования движения жидкости в упругих и жестких оболочках, при исследовании свободных и вынужденных колебаний оболочек вращения, частично заполненных жидкостью. Считается, что жидкость является идеальной и несжимаемой, а ее движение, индуцированное вибрациями оболочки, безвихревое.

Сформулирована смешанная краевая задача для уравнения Лапласа. Построена система базисных функций для решения динамической задачи для оболочечных конструкций, частично заполненных жидкостью.

Получены численные результаты, свидетельствующие об эффективности и вероятность предложенного метода. Предложенный подход позволяет проводить численное моделирование резервуаров с перегородками разного размера и с разным расположением в резервуаре. Это дает возможность управлять радиусом демпфера и его расположением в резервуаре с помощью численного моделирования. Проблема решена с использованием метода граничных элементов. Рассмотрены жесткие и деформированные резервуары. Проблема рассматривалась в линейной и нелинейной формулировках

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ОБОЛОЧКИ ВРАЩЕНИЯ, СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОДНОМЕРНЫЕ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, МЕТОДЫ ГРАНИЧНЫХ И КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ЛИНЕЙНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ ФОРМУЛИРОВКИ

ЗМІСТ

ВСТУП 8
1 ОГЛЯД НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ 9
2 ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ОБРАНОГО СПОСОБУ РІШЕННЯ ЗАВДАННЯ 17
3 РОЗРОБКА ЧИСЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РІШЕННЯ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ ОБОЛОНОК, ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНИХ РІДИНОЮ, ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ 25
ВИСНОВКИ 52
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 53

ВСТУП

У різних галузях інженерної практики, таких як авіабудування, хімічна промисловість, вітроенергетика, транспорт, енергетичне машинобудування широко застосовуються елементи тонкостінних конструкцій, що функціонують в умовах підвищених технологічних навантажень і заповнені нафтою, легкозаймистими або отруйними рідинами. До числа таких об'єктів відносяться паливні баки, цистерни, резервуари нафтосховищ, палива та ін.

Велика кількість сховищ з особливо небезпечними в екологічному відношенні заповнювачами розташована вздовж західних кордонів України, а також поблизу великих промислових центрів.

Якщо такі сховища піддаються дії наземного вибуху внаслідок терористичного акту, катастрофи авіалайнера, або сейсмічного впливу, це призведе до екологічної катастрофи, наслідки якої будуть відчутні далеко за межами України .

Тому проблема комп'ютерної оцінки експлуатаційного стану сховищ з легкозаймистими та отруйними речовинами є надто актуальною.

Аварійний ризик, пов'язаний з сейсмічною небезпекою, форс-мажорними обставинами, довгий час недооцінювався в багатьох країнах, зокрема, в Україні, унаслідок недостатнього опрацювання проблеми. Катастрофічні наслідки найбільших землетрусів останніх років привабили увагу до теоретичних робіт, присвячених оцінці і моніторингу аварійного ризику, як при сейсмічних впливах, так і при позаштатних ситуаціях на виробництві. Актуальність таких досліджень підтверджується новими картами сейсмічної активності України (сейсмічна зона Вранча) і близькістю розташування промислових центрів до зон сейсмічної активності

Катастрофічні наслідки найбільших землетрусів останніх років притягнули увагу до теоретичних робіт, присвячених оцінці і моніторингу аварійного ризику, як при сейсмічних діях, так і при

1 ОГЛЯД НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Проблема плескань рідини в контейнерах і баках знаходиться в центрі уваги багатьох дослідників протягом декількох останніх десятиліть. Цей феномен може бути описаний як рух вільної поверхні рідини, що міститься в резервуарі, під дією раптово прикладеного навантаження. H.Olsen привів в [1] класифікацію коливань вільної поверхні рідини в резервуарах, виділивши три основні форми плескань: а) поздовжні плескання, б) вертикальні плескання і) обертальні плескання. Плескання - це феномен, який виявляється в широкому діапазоні промислових застосувань: в контейнерах для зберігання зрідженого газу, паливних баках ракет і літаків, в резервуарах вантажних танків.

Відомо, що частково заповнені резервуари схильні до дії особливо сильних плескань. Потужний рух рідини може створити високий локалізований тиск рідини на стінки резервуара, що в свою чергу може привести до руйнування конструкції або викликати втрату стійкості.

Проектування таких резервуарів вимагає ретельного дослідження поведінки рідини в резервуарах в експлуатаційних умовах. Плескання проявляється як результат впливу зовнішніх сил, викликаних прискоренням (раптовим уповільненням або зупинкою) рухомого об'єкту, що містить рідину. Особливої уваги заслуговує вивчення розподілу тиску на стінках резервуара, виявлення його локальних максимумів, які можуть удвічі перевищувати значення відповідних величин в незаповненому резервуарі [2]. У вантажних танкерах проблема плескань стоїть особливо гостро: навіть малі руху контейнера можуть привести до значного плескання, що вимагає вивчення стійкості.

Ряд досліджень, присвячених проблемам плескань рідини в резервуарах, знайшов своє відображення в ґрунтовних оглядах R.A. Ibrahim [3,4].

Перші роботи в цій області з'явилися в 1960-х роках і були пов'язані з вивченням плескань рідкого палива в реактивних двигунах. Оскільки ракетна техніка використовує рідке паливо, стало очевидним, що характер поведінки рідини в паливному баку має суттєвий вплив на динаміку польоту. Це призвело до сплеску інтересу до проблем плескань рідини в резервуарі на початку 60-х років минулого століття, особливо після початку космічних програм СРСР і NASA (Gemini and Apollo programs). До цих досліджень відносяться роботи H.N Abramson [5-7].

В [8] Chwang і Wang застосували нелінійну теорію для визначення сили тиску на стінки кругових і призматичних резервуарів, що рухаються з прискоренням. Було виявлено, що на початковій стадії руху під дією імпульсного навантаження хвилі на вільній поверхні не виникають, а вся маса рідини переміщається на одну сторону контейнера. Далі, в роботах G.Popov і співавторів [9,10] досліджувався вплив прискорення і кривизни вільної поверхні при русі в прямокутних контейнерах (плоска задача) і було встановлено, що динамічні характеристики істотно залежать від ставлення рівня заповнення до ширини контейнера. У цих роботах показано, що максимальна висота підйому спостерігається в квадратних контейнерах з рівнем заповнення 30 - 60%, а максимальні зусилля виникають при рівні заповнення в межах 75 - 93%. Аналогічно, Ye і Birk в [11] досліджували розподіл тиску на стінках горизонтального циліндричного судини безпосередньо після впливу ударного навантаження при рівні заповнення рідиною до 95%. Дослідження показало, що тиск на стінки резервуара зростає разом зі збільшенням рівня заповнення. Faltinsen в [12] вивчав короткочасні навантаження на резервуари з рідиною і описав п'ять різних фаз руху рідини з різними амплітудами. Chen і Chiang в [13] провели чисельний експеримент для двовимірного прямокутного резервуара з жорсткими стінками при дії горизонтального і вертикального прискорення. У цій роботі розглядалася невязкая нестисливої рідина, враховувався нелінійний характер руху. Тут

також показано, що основна частота коливань істотно залежить від ширини резервуара і рівня заповнення. Ефекти в'язкості досліджувалися в [14] Faltinsen і Rognebakke. Ними виявлено, що в'язкість проявляється при малих амплітудах і високому рівні заповнення. Однак, Bass в [15] встановив, що ефектами в'язкості можна знехтувати при великих амплітудах плескання.

Традиційні підходи, які використовуються для оцінки навантажень при плескання включають лінійну і нелінійну теорію потенціалу, натурний експеримент і експеримент на модельних зразках. В останні роки робляться спроби застосування методів обчислювальної механіки рідини (Computational Fluid Dynamics, CFD). До цих робіт слід віднести [16, 17]. Тут також показано, що власні частоти коливань істотно залежать від рівня заповнення. Проте, методи і теорія потенціалу мають деякі обмеження і не здатні дати аналіз систем при явищах фрагментації рідини або злиття її окремих частин.

До теперішнього часу розроблено велику кількість моделей плескання рідини в резервуарі. Зупинимося тут на деяких з них.

У різних додатках досить застосовувати спрощені моделі для опису руху рідини в рухомому (наприклад, хиткому) резервуарі. Перевага цих моделей полягає в тому, що вони дають можливість окреслити плескання в достатньою точністю, використовуючи при цьому прості рівняння. При цьому в окремих випадках вдається отримати аналітичні рішення. Відзначимо, що аналітичні рішення придатні лише для опису плескань з невеликою амплітудою в контейнерах простої геометричної форми. Такі дослідження не можуть бути узагальнені на плескання з великою амплітудою в контейнерах складної форми, з конструкційними перегородками [18].

Нелінійні руху вільної поверхні можна вивчати тільки за допомогою чисельних методів. У деяких випадках результати, отримані за спрощеними двовимірним моделям, можуть бути застосовані до опису

поведінки рідини в тривимірній постановці. Однак такий перехід представляється проблематичним. Faltinsen в [19] встановив, що порушення коливань навіть на нижчому частоті вільних коливань рідини в двовимірному резервуарі може привести до того, що рух стане нестійким, потім істотно тривимірним, і навіть хаотичним. В [20-22] Faltinsen провів серію досліджень тривимірних плескань, включаючи нелінійні плескання в кубічних і близьких до кубічним резервуарах.

В даний час використовується ціла серія різних чисельних методів і схем для опису характеру плескань в резервуарах з вільною поверхнею рідини. Wu з співавторами в [23] розробив кінцево-елементний підхід для вирішення завдань про потенційний перебігу рідини і застосував його до дослідження тривимірного нелінійного поводження рідини в резервуарі. Далі ці ж дослідники в [24] розробили підхід, заснований на методі кінцевих різниць, для вивчення динаміки рідини в рухомому резервуарі в тривимірній постановці.

Curadelli в [25] використовував метод кінцевих елементів для вивчення частот і форм вільних коливань сферичного резервуара. В [26] наведені уточнені рівняння для визначення форми вільної поверхні і запропонований варіант методу скінченних різниць для їх вирішення.

Визначення нелінійних плескань рідини в резервуарі можливо за допомогою методів CFD, що вимагає залучення складного математичного і програмного забезпечення. На практиці більш складні моделі використовують для опису специфіки плескань в резервуарах складної форми, наприклад в паливних ракетних баках. Найбільш часто використовують два типи найпростіших моделей. Перший з них - це так звана модель маятника, другий - це пружинна аналогія [27]. Обидві моделі засновані на наступному підході. Ви бажаєте перевести рух рідини так, щоб вона могла бути розглянута або як прикріплений до резервуару маятник, або як прикріплена пружина. Природно, при цьому плескання можуть бути розглянуті тільки в лінійній постановці.

Наступна модель описує малі коливання. Розроблено та широко використовується програма SMALLSLOSH [28], за допомогою якої можна обчислити власні частоти і форми коливань для осесимметричного резервуара. Програмне забезпечення реалізує потенційну теорію, коли розглядається нев’язка і нестислива рідина [28-35]. При цьому вивчається безвіхревий рух, тобто існує потенціал швидкостей який задовольняє рівняння Лапласа. Вирішуючи це рівняння при відповідних граничних умовах на днище і стінках резервуара, отримуємо рішення задачі про визначення руху рідини і характеру плескань.

В [29] запропоновано таку модель. Вирішуючими рівняннями є рівняння Нав'є-Стокса, що представляють собою змішану систему гіперболічних і еліптичних нелінійних диференціальних рівнянь в приватних похідних для опису руху в'язкої нестисливої рідини. Положення і переміщення вільної поверхні рідини в резервуарі визначається за допомогою процедури, відомої як метод рідких обсягів. Це відомий потужний метод, заснований на застосуванні функцій, значення яких дорівнюють одиниці всередині рідкого обсягу і нулю поза ним. Далі область, зайнята рідиною, ділиться на безліч малих контрольних обсягів. Рівняння руху задовольняються на кожному контрольному обсязі. Для визначення нового положення вільної поверхні використовуються стандартні методи рішення диференціальних рівнянь у приватних похідних.

Катастрофічні наслідки найбільших землетрусів останніх років притягнули увагу до теоретичних робіт, присвячених оцінці і моніторингу аварійного ризику, як при сейсмічних діях, так і при позаштатних ситуаціях на виробництві, і що відповідають світовим і національним стандартам. Актуальність таких досліджень підтверджується новими картами сейсмічної активності України і розташуванням промислових центрів.

Нині також визнають, що деякі місткості і сховища розташовані в місцях, які раніше розглядалися як ті, що не представляють сейсмічної небезпеки і, отже, спроектовані без урахування можливої дії горизонтального сейсмічного навантаження, за застарілими сейсмічними стандартами.

У зв'язку з геополітичним положенням на Україні після розпаду СРСР залишилася безліч сховищ вогненебезпечних, отруйних та хімічних речовин, що зберігаються в ємностях, які виготовлені ще в 60-і роки минулого сторіччя і практично вичерпали свій розрахунковий ресурс. Ці сховища розміщені поблизу великих міст та західних кордонів України та Молдови. Як із ємностями, так і зі сховищами, за останні 20 років практично не проводилося регламентних і профілактичних робіт. Про це свідчать, наприклад, вибухи складів боєприпасів під Мелітополем.

Виявлені також небезпечні ушкодження посудин тиску, що відпрацювали більше 20-30 років. Термін безпечної експлуатації такого устаткування вичерпаний. Ці обставини також можуть привести до аварій і надзвичайних ситуацій техногенного характеру (вибухам, погіршенню екологічної ситуації і умов життєдіяльності людини.

Аналіз причин аварій і надзвичайних ситуацій техногенного характеру за останні роки показав, що майже в половині випадків(48 відсотків) вони носять технічний характер(незадовільний стан споруд, конструкцій, устаткування, їх значна зношеність). За підрахунками фахівців зношеність вказаних об'єктів складає 50-70 відсотків і має тенденцію до збільшення. Наприклад, на ГП "Південний машинобудівний завод" 50 відсотків посудин тиску з агресивним заповнювачем вичерпали нормативний ресурс довгострокової експлуатації.

Виявлені небезпечні корозійні тріщини в зварних швах посудин. Навіть якщо місткості, укриття і сховища знаходяться в справному стані, не унеможливлено їх руйнування внаслідок непередбачених катастроф, землетрусів, терактів та ін. Їх руйнування при землетрусах і ударних

хвилях може привести до екологічної катастрофи. Відмітимо, що таке кількість небезпечних об'єктів неможливо модернізувати і оновити в найкоротші терміни.

Тому актуальною проблемою є оцінка їх міцності під дією експлуатаційних і форс-мажорних навантажень для вирішення питань порядку їх заміни і утилізації, а також створення сучасного підходу, ґрунтованого на комп'ютерних технологіях, для аналізу операційного стану ємностей з агресивними, отруйними і легкозаймистими речовинами.

Відмітимо також, що не лише оцінка стану існуючого устаткування, але і проектування нових високоефективних машин і споруд, що мають необхідний рівень надійності, вимагає визначення міцносних характеристик їх елементів. Ці дані дозволяють оцінити межу міцності конструкції при ударній або сейсмічній дії, зробити відстроювання від небажаних резонансних частот, виявити ще на стадії проектування найбільш небезпечні з точки зору концентрації напруги зони.

Специфікою даних конструкцій є їх робота при взаємодії з повітряним або водним середовищем, внаслідок чого для визначення шуканих характеристик необхідно вирішувати задачі гідро-аеропружності, тобто визначати поля напружень, деформацій і частоти коливань виходячи з того, що на пружне тіло діють сили тиску рідини або газу.

Мета диплому - створення комп'ютерної програми для оцінки експлуатаційного стану і аварійного ризику сховищ нафти і отруйних рідин за допомогою методів розрахунку на міцність конструкцій, що складаються з оболонок обертання, частково заповнених рідиною.

У рамках дипломної роботи розроблений програмний засіб, в якому для вирішення задачі в тривимірній постановці використовується специфіка геометрії даних об'єктів. Це дозволило застосовувати одновимірні граничні і скінченні елементи, що описують розгалужений

меридіан оболонки, що значно підвищило швидкодію і ефективність розрахунків. Для визначення тиску рідини на оболонку і тіло обертання використані одновимірні граничні інтегральні рівняння.

1.1 Формулювання задачі

Розглядається пружна оболонка обертання, частково заповнена рідиною. Вважається, що рідина є ідеальною та нестисливою. На оболонку діє навантаження, яке прикладається в горизонтальному напрямку. Під дією навантаження система «оболонка-рідина» здійснює вимушені коливання. Треба визначити переміщення оболонки, тиск рідини на стінки оболонки, та вивчити процес зміни рівня вільної поверхні за часом.

2 ТЕОРЕТИЧНИЙ АНАЛІЗ ОБРАНОГО СПОСОБУ РІШЕННЯ ЗАВДАННЯ

Розглядається зв'язана динамічна задача для оболонки обертання, частково заповненою рідиною під дією імпульсних і сейсмічних навантажень.

Припустимо, що рідина ідеальна, нестислива, а її течія(індукована рухом тіла) є безвихровою. Позначивши компоненти швидкості через V, умову нестисливості суцільного середовища отримаємо з наступної рівності:

$$divV = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \tag{2.1}$$

Оскільки потік без вихровий, то існує потенціал швидкостей ϕ

$$V_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad V_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad V_z = \frac{\partial \phi}{\partial z},$$

що задовольняє внаслідок (2.1) гармонічному рівнянню

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0.$$

Матричне рівняння руху оболонки, частково заповненою рідиною, запишемо у виді

$$\boldsymbol{LU} + \boldsymbol{M\ddot{U}} = P_l + Q \tag{2.2}$$

де L, M - матриці жорсткості і мас; $U = (u1, u2, u3)$ - вектор-функція переміщень; $Q(t)$ - вектор зовнішнього навантаження, $P(t)$ - гідродинамічний тиск рідини. Тиск рідини знаходимо з інтеграла Коши Лагранжа, який в лінійному наближенні має вигляд

$$\frac{P}{\rho_l} = -\frac{\partial \phi}{\partial t} - gz + \frac{P_0}{\rho_l} - a_s(t)x \tag{2.3}$$

де ρ_l – щільність рідини; z - координата точки рідини, відлічувана у вертикальному напрямі, g – прискорення вільного падіння, $a_s(t)x$ -

прискорення горизонтального сейсма. P_0-атмосферний тиск

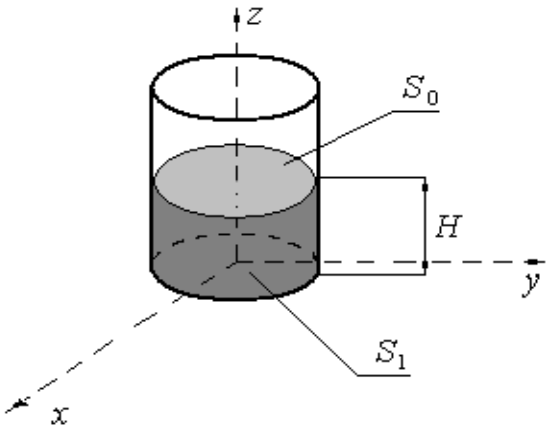


Рисунок 2. 1. Оболонка обертання, заповнена рідиною.

Позначимо змочену поверхню оболонки через S_1, а вільну поверхню S_0.(рис.1) Нехай декартова система координат $0xyz$ зв'язана з оболонкою, вільна поверхня рідини S_0 співпадає з площиною $x0y$ в стані спокою. Вважаємо, що резервуар з рідиною піддається динамічній дії. На змоченій поверхні пружної оболонки потрібно виконання умови не протікання, на вільній поверхні задаються динамічні і кінематичні граничні умови.

Динамічною граничною умовою є рівність тиску на вільній поверхні атмосферному, а кінематична умова полягає у вимогі приналежності вільної поверхні в увесь час руху тих часток рідини, які спочатку знаходилися на ній.

Таким чином, отримуємо наступну крайову задачу

$$\boldsymbol{LU} + \boldsymbol{M}\ddot{U} + \rho_l \dot{\phi} + gz = Q;$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t},\ P \in S_1; \qquad \frac{\partial \phi}{\partial n} = \dot{\zeta},\ P \in S_0; \qquad \dot{\phi} + g\zeta = 0,\ P \in S_0$$

для визначення невідомих функцій U і ϕ.

Шукатимемо власні форми коливань оболонки в рідині в наступному вигляді

$$U(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} c_k(t) u_k(x,y,z) \tag{2.4}$$

де функції $u_k(x,y,z)$ – власні форми коливань оболонки у вакуумі, $c_k(t)$ -невідомі коефіцієнти.

Потенціал швидкостей ϕ представимо у вигляді суми двох потенціалів Для визначення ϕ_1 сформулюємо наступну крайову задачу:

$$\nabla^2\phi_1 = 0,\quad \frac{\partial\phi_1}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t},\ P \in S_1,\quad \frac{\partial\phi_1}{\partial t} = 0,\ P \in S_0. \qquad (2.5)$$

Тут $w(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} w_k(x,y,z)c_k(t)$, функції $w_k(x,y,z)$ - нормальні компоненти власних форм коливань порожньої оболонки Відмітимо, що із співвідношення (2.3) і другого з рівнянь (2.5) витікає, що

$$\phi_1(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} \phi_{1k}(x,y,z)\dot{c}_k(t). \qquad (2.6)$$

Для визначення функцій ϕ_{1k} маємо наступні крайові задачі:

$$\nabla^2\phi_{1k} = 0,\quad \frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n} = w_k,\ P \in S_1,\quad \phi_{1k} = 0,\ P \in S_0. \qquad (2.7)$$

Потенціал ϕ_2 шукаємо у вигляді

$$\phi_2(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\phi_{2k}(x,y,z),$$

де функції ϕ_{2k} – власні форми коливань рідини в жорсткій посудині. Визначимо ці власні форми. Заздалегідь розглянемо задачі

$$\nabla^2\phi = 0,\quad \frac{\partial\phi}{\partial n} = 0,\ P \in S_1,\quad \frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\zeta},\ P \in S_0,\quad \dot{\phi} + g\zeta = 0,\ P \in S_0. \qquad (2.8)$$

Останнє з рівнянь (2.8) є динамічною умовою на вільній поверхні. Диференціюючи це рівняння по t, приходимо до рівняння для потенціалу швидкостей рідини в жорсткій посудині

$$\ddot{\phi} + g\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0,\ P \in S_0. \qquad (2.9)$$

Рішення цієї задачі шукаємо у формі:

$$\phi(x,y,z,t) = e^{i\kappa t}\psi(x,y,z).$$

Потенціал ψ, описує вільні гармонійні коливання рідини, є

рішенням наступної крайової задачі :

$$\nabla^2\psi = 0, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = 0,\ P \in S_1, \quad \frac{\partial\psi}{\partial n} = \frac{\kappa^2}{g}\psi,\ P \in S_0. \tag{2.10}$$

Її рішення визначає ряд власних чиселкі власних функцій ϕ_{2k} . Вирішивши (2.10), шукатимемо ϕ_2 у виді

$$\phi_2(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\psi_k(x,y,z). \tag{2.11}$$

Таким чином, отримані представлення для потенціалів ϕ_1 і ϕ_2;

$$\phi = \phi_1 + \phi_2$$

$$\phi_1(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{m} \phi_{1k}(x,y,z)\dot{c}_k(t), \quad \phi_2(x,y,z,t) = \sum_{k=1}^{n} d_k(t)\phi_{2k}(x,y,z).$$

Тоді, оскільки $\phi = \phi_1 + \phi_2$, отримаємо

$$\nabla^2\phi = \nabla^2\phi_1 + \nabla^2\phi_2 = 0, \quad \frac{\partial\phi}{\partial n} = \frac{\partial\phi_1}{\partial n} + \frac{\partial\phi_2}{\partial n} = \frac{\partial w}{\partial t},\ P \in S_1.$$

Отже, задовольняється рівняння Лапласа і гранична умова не протікання На вільній поверхні повинна виконуватися умова

$$\frac{\partial\phi}{\partial n} = \dot{\zeta},\ P \in S_0; \qquad \dot{\phi} + g\zeta = 0,\ P \in S_0.$$

Диференціюючи останню рівність по t, приходимо до рівняння

$$\ddot{\phi} + g\frac{\partial\phi}{\partial n} = 0,\ P \in S_0. \tag{2.12}$$

Підставляючи $\dot{\phi}_1 = \ddot{\phi}_1 = 0$ в рівняння (2.12), отримаємо

$$\sum_{k=1}^{n} \ddot{d}_k(t)\phi_{2k}(x,y,z) + g\sum_{k=1}^{m} \dot{c}_k(t)\frac{\partial\phi_{1k}(x,y,z)}{\partial n} + g\sum_{k=1}^{n} d_k(t)\frac{\partial\phi_{2k}(x,y,z)}{\partial n} = 0.$$

Використовуючи співвідношення, яким задовольняють функції ϕ_{2k}

$$\frac{\partial\phi_{2k}}{\partial n} = \frac{\kappa_k^2}{g}\phi_{2k},\ P \in S_0,$$

переходимо до диференціальних рівнянь

$$\sum_{k=1}^{n}\left[\ddot{d}_k(t)+\kappa_k^2 d_k(t)\right]\phi_{2k}(x,y,z)+g\sum_{k=1}^{m}\dot{c}_k(t)\,\frac{\partial\phi_{1k}(x,y,z)}{\partial n}=0 \quad . \qquad (2.13)$$

Помножимо рівняння (2.13) скалярний на функцію ϕ_{21}. В силу ортогональності системи власних форм коливань рідини в жорсткій посудині отримаємо наступні співвідношення

$$\ddot{d}_l(t)+\kappa_l^2 d_l(t)+\frac{g}{(\phi_{2l},\phi_{2l})}\sum_{k=1}^{m}\dot{c}_k(t)\left(\frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n},\phi_{2l}\right)+a_s(t)(x,\psi_l)=0,\quad l=1,2..,n \quad . \qquad (2.14)$$

Після визначення функцій ϕ_{1k} і ϕ_{2k}підставляємо їх в рівняння (2.2) і отримуємо наступне диференціальне рівняння

$$L\left(\sum_{k=1}^{m}c_k u_k\right)+M\left(\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k u_k\right)=-\rho_l\left(\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k\phi_{1k}+\sum_{i=1}^{n}d_i\phi_{2i}+gz+a_s(t)x\right)+Q \quad . \qquad (2.15)$$

Нехай ω_k, ω_k власні частоти і форми вільних коливань оболонки у вакуумі. Мають місце наступні співвідношення:

$$\boldsymbol{L}u_k=\omega_k^2\boldsymbol{M}u_k \qquad (\boldsymbol{M}u_k,u_j)=\delta_{kj} \quad . \qquad (2.16)$$

Помноживши скалярне рівняння (2.14) на u_j і зважаючи на умови нормування (2.16), отримаємо наступну систему $n+m$ диференціальних рівнянь другого порядку

$$\ddot{c}_j(t)+\omega_j^2 c_j(t)+\rho_l\left[\sum_{k=1}^{m}\ddot{c}_k\left(\phi_{1k},u_j\right)+\sum_{i=1}^{n}\dot{d}_i\left(\phi_{2i},u_j\right)+g\left(z,u_j\right)+a_s(t)\left(\rho,u_j\right)\right]=\left(Q,u_j\right),\ j=1,\ m$$

$$\ddot{d}_l(t)+\kappa_l^2 d_l(t)+\frac{g}{(\phi_{2l},\phi_{2l})}\sum_{k=1}^{m}\dot{c}_k(t)\left(\frac{\partial\phi_{1k}}{\partial n},\phi_{2l}\right)=0,\quad l=1,2..,n \quad . \qquad (2.17)$$

Таким чином, схема рішення пов'язаної динамічної задачі для оболонки обертання складається з наступних етапів.

1. Визначення частот і форм вільних коливань оболонки у вакуумі методом скінченних елементів.

2. Визначення частоті форм коливань рідини в жорсткій оболонці під дією сили тяжіння з використанням методу граничних елементів.

3. Визначення частот і форм коливань пружної оболонки без урахування дії сили тяжіння з використанням методу

граничних елементів.

4. Рішення системи диференціальних рівнянь другого порядку з використанням методу Рунге-Кутта 4го і 5гопорядку.

Далі використовуватимемо циліндричну систему координат. Представимо невідомі функції у вигляді рядів Фур'є по окружній координаті

$$w = w(r,z)\cos\alpha\theta, \qquad \phi = \phi(r,z)\cos\alpha\theta. \tag{2.18}$$

Для вирішення зв'язаної задачі гідропружності необхідно визначити потенціали ϕ_1 і ϕ_2 Ці задачі зведені до рішення систем сингулярних інтегральних рівнянь. Визначення потенціалу ϕ_1проведемо так, як це описано в [6,7]. Використовуємо таке співвідношення

$$C(P_0)\varphi(P_0) = \iint_S q\frac{1}{|P-P_0|}dS - \iint_S \varphi\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{|P-P_0|}dS$$

де $S = \sigma \cup S_0$, и $C(P_0)$ залежить від внутрішнього кута у вихідній точці P_0; функція φ, задана на поверхні σ, представляє тиск на змочену поверхню оболонки, а функція $q = \frac{\partial\varphi}{\partial\mathbf{n}}$, задана на вільної поверхні S_0, це потік. Проведемо інтегрування за змінною θ. При цьому двовимірні інтеграли перейдуть в одновимірні.

Приходимо до наступної системи одновимірних сингулярних інтегральних рівнянь

$$2\pi\phi(z_0) + \int_\Gamma \phi(z)\Theta(z,z_0)r(z)d\Gamma - \int_0^R q(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho = \int_\Gamma w(z)\Phi(P,P_0)r(z)d\Gamma_1, \quad P_0 \in S_1$$

$$\int_\Gamma \varphi(z)\Theta(z,z_0)r(z)d\Gamma - \int_0^R q(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho = \int_\Gamma w(z)\Phi(P,P_0)r(z)d\Gamma_1, P_0 \in S_0, \tag{2.19}$$

де

$$\Theta(z,z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}}\left\{\frac{1}{2r}\left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0-z)^2}{a-b}\mathsf{E}_\alpha(k) - \mathsf{F}_\alpha(k)\right]n_r + \frac{z_0-z}{a-b}\mathsf{E}_\alpha(k)n_z\right\},$$

$$\Phi(P,P_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}}\mathsf{F}_\alpha(k). \tag{2.20}$$

Тут введені наступні позначення

$$\mathsf{E}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\left(1-4\alpha^2\right)\int_0^{\pi/2}\cos 2\alpha\theta\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\,d\theta,$$

$$\mathsf{F}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\int_0^{\pi/2}\frac{\cos 2\alpha\theta d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}},\quad k^2=\frac{2b}{a+b}.$$

Вважаючи в цих співвідношеннях $\alpha=0$, отримаємо стандартні еліптичні інтеграли першого і другого роду. Для визначення потенціалу ϕ_2 треба знайти функції ψ_k. Позначимо через ψ_k значення функцій ψ_k на змоченій поверхні S_1 і через ψ_{0k}- значення функцій ψ_k на вільній поверхні S_0.Використовуючи пряме формулювання МГЕ і опускаючи для зручності індекс k, записуємо наступну систему сингулярних інтегральних рівнянь

$$2\pi\psi_1+\iint_{S_1}\psi_1\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS_1-\frac{\kappa^2}{g}\iint_{S_0}\psi_0\frac{1}{r}dS_0+\iint_{S_0}\psi_0\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\right)dS_0=0$$

$$-\iint_{S_1}\psi_1\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{r}\right)dS_1-2\pi\psi_0+\frac{\kappa^2}{g}\iint_{S_0}\psi_0\frac{1}{r}dS_0=0$$

Припустимо, що $\psi=\psi(r,z)\cos\alpha\theta$ (2.21)

Для кожної гармоніки отримаємо наступну систему сингулярних інтегральних рівнянь

$$\iint_{S_0}\psi\left(\frac{1}{r(P,P_0)}\right)dS_0=\int_0^R\psi(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho;$$

$$\iint_{S_0}\psi\left(\frac{1}{r(P,P_0)}\right)dS_0=\int_0^R\psi(\rho)\Phi(P,P_0)\rho d\rho. \quad (2.22)$$

Тут ядра $\Theta(z.z_0)$ і $\Phi(P,P_0)$ і визначені в (2.20). Для чисельної рішення систем (2.19),(2.22) використаний метод граничних елементів з постійною апроксимацією щільності.

Чисельний розв’язок системи (2.19) здійснюється таким чином. Меридіан оболонки та радіус вільної поверхні поділяються на сегменти які називаються граничними елементами, на кожному елементі ми вважаємо що невідома функція є сталою, тобто її можемо виносити за

знак інтегралу. Від ядра що залишилося, беремо інтеграли за допомогою аналітичних формул або за допомогою чисельної процедури Гауса.

Після цього задача зводиться до системи лінійних алгебраїчних рівнянь яку ми розв’язуємо за допомогою метода Гауса, при цьому використовуємо стандартну процедуру розроблену в МГУ у 1974 році.

3 РОЗРОБКА ЧИСЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РІШЕННЯ ЗАДАЧ ДИНАМІКИ ОБОЛОНОК, ЧАСТКОВО ЗАПОВНЕНИХ РІДИНОЮ, ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

Проблема взаємодії оболонкових конструкцій з рідиною під дією імпульсних навантажень знаходиться в центрі уваги багатьох дослідників. Актуальність проблеми пов'язана з широким використанням місткостей для зберігання рідин в муніципальному господарстві і промисловості для зберігання запасів питної води, нафти, зрідженого газу, сировини для хімічної промисловості.

Якщо частота збудливої сили близька до власної частоти коливань резервуару, то на його стінки діє високий тиск, який може привести до руйнування усієї конструкції тому визначення власних частот і форм має велике значення. Контейнери з рідким заповнювачем часто піддаються дії інтенсивних зовнішніх дій. У задачах гідро пружних коливань вимагається вивчати взаємовплив двох середовищ.

В ході виконання диплому нами вирішено задачу про вільні і вимушені коливання пружної оболонки обертання з довільним меридіаном при частковому заповненні ідеальною нестискуваною рідиною. Запропонований метод розкладання шуканих форм коливань оболонки з рідиною в ряд по власних формах коливань її у вакуумі. Для кожної форми коливань отримана система диференціальних рівнянь.

Чисельне рішення таких систем диференціальних рівнянь здійснюється з використанням методів теорії потенціалу з подальшим застосуванням методів граничних елементів і Рунге-Кутта. Це дозволяє звести дані задачі до систем сингулярних інтегральних рівнянь для визначення тиску рідини на оболонку.

Побудована чисельна процедура, ґрунтована на поєднанні методів скінченних і граничних елементів для аналізу вільних і вимушених коливань оболонок обертання з довільним меридіаном при частковому заповненні ідеальною нестискуваною рідиною. Інтеграція за об'ємом,

зайнятому рідиною, зводиться до інтеграції уздовж радіусу вільної поверхні рідини. Основна перевага запропонованого підходу полягає в застосуванні зредукованих методів і їх поєднання.

Слід зазначити, що аналіз подібних проблем тільки методом скінченних елементів вимагає використання тривимірних сіток і істотно великих витрат машинного часу, що не дає можливості застосування таких методів в задачах комп'ютерного моніторингу. Даний аналіз методів рішення сингулярних інтегральних рівнянь з логарифмічними ядрами. Побудовані аналітичні рішення для одновимірних сингулярних рівнянь з такими ядрами для правих частин спеціального виду. Побудовані власні функції вказаних сингулярних операторів.

Це дало можливість побудувати n- точкові квадратурні формули для обчислення інтегралів з логарифмічним ядром і кореневою особливістю, точні для многочленів степеню n - 1. Досліджені межі застосовності побудованих квадратурних формул. Вивчаються модифікації методу граничних елементів з різною апроксимацією щільності. Розглядаються підходи до рішення сингулярних інтегральних рівнянь з ядрами, представленими еліптичними інтегралами.

Проаналізована точність обчислення узагальнених еліптичних інтегралів першого і другого роду по квадратурних формулах Гауса. Встановлено, що 6-точковіформули Гауса при розгляді гармонік, вище за п'яту, приводять до втрати точності. Для усунення обчислювальної погрішності розроблені спеціальні прийоми. Зокрема, застосовуються формули Гауса зі збільшеним до 24 числом значущих цифр. Для обчислення інтегралів в околі особливої точки застосовується асимптотичне розкладання еліптичного інтеграла.

3.1. Розрахунки динамічного стану оболонкових конструкцій, частково заповнених рідиною. проведення тестових розрахунків динаміки оболонкових конструкцій

Чисельний алгоритм, основні стадії якого приведені вище, став основою комп'ютерної програми.. Приведемо деякі чисельні результати.

Розглядається півсферична оболонка, наповнена рідиною, з наступними параметрами: радіус $R = 5.08$ м, товщина $h = 0.0254$ м, модуль пружності $E = 70$ ГПа $(0.7 \cdot 10^{11}$ Па),коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, щільність матеріал у$\rho = 2770$ кг/м3. Рідина вважається нестискуваною, щільність 1000 кг/м3. Умови закріплення -шарнірне, що спираються по контуру оболонки (Рис.3.1).

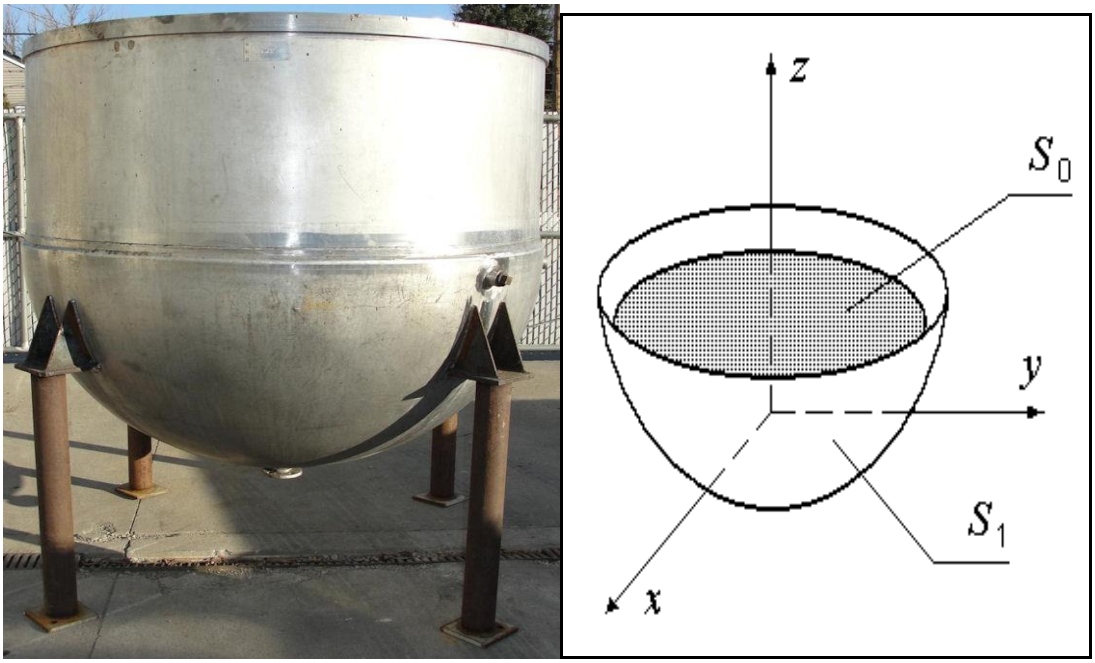


Рис.3.1. Пружна півсферична оболонка з рідиною

Проведені розрахунки власних коливань сфери у вакуумі. Нижче в таблиці 1 приведені власні частоти коливань для різного числа вузлових діаметрів α порівняно з результатами, отриманими з використанням комплексу ANSYS в роботі [8] (для рідини, що стискається).

Таблиця 3.1. Порівняння частот коливань півсферичної оболонки з рідиною

		Частоти(Гц)		
		Без рідини	З рідиною (МГЕ)	МСЕ [8]
		117.19	22.31	22.00
		146.17	33.63	33.38
		152.66	41.66	42.02
		87.938	43.21	48.92
		138.91	31.56	31.57
		150.34	40.61	41.55
		141.54	33.63	33.38
		151.37	41.66	42.02
		154.94	22.28	22.44

На рис. 3.2-3.3 показані форми коливань оболонки для різних значень α і порядкового номера частоти m. Суцільною лінією позначений меридіан оболонки, довгим пунктиром - форма коливань у вакуумі, коротким пунктиром - форма коливань в рідині.

На рис. 3.4 приведені графіки розподілу нормальної складової швидкості рідини на вільній поверхні. Номери кривих 1 - 3 відповідають номерам власних частот коливань.

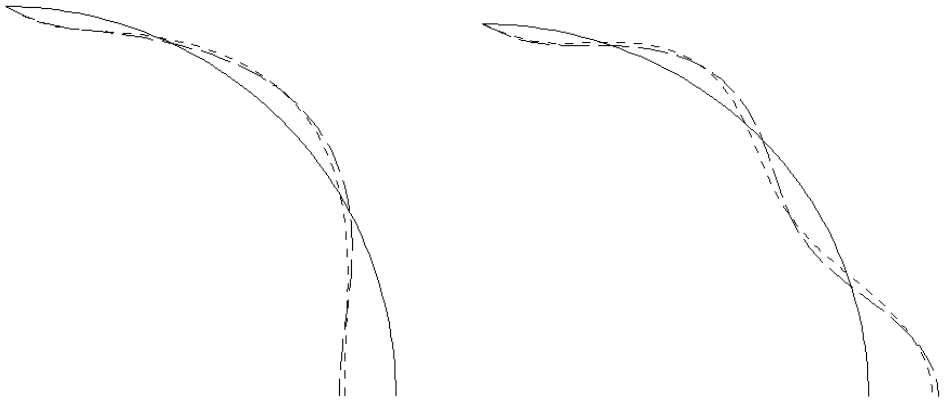


Рис. 3.2. Форми коливань у вакуумі і в рідині: $\alpha = 0, m = 2,3$

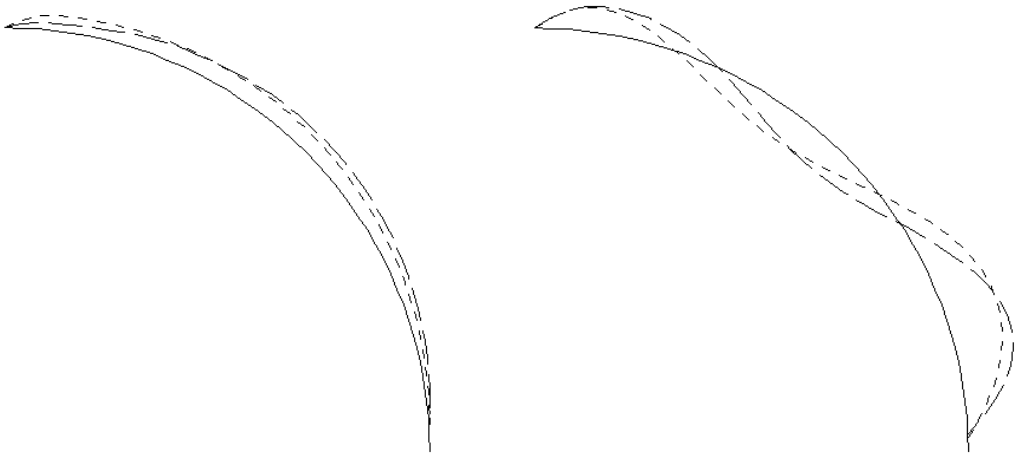


Рис.3.3. Форми коливань у вакуумі і в рідині: $m = 1{,}3\ \alpha = 1,$

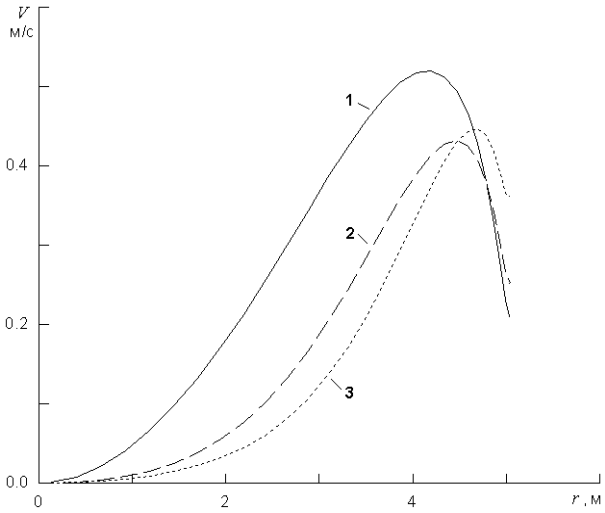


Рис. 3.4. Розподіл швидкостей на вільній поверхні рідини (α=2).

Розглянуті задачі про вільні коливання рідини в жорстких оболонках з урахуванням гравітаційних сил. Як приклад тут приведені чисельні результати для конічної оболонки (рис.6). Аналітичні значення власної частоти і форми коливань рідини визначаються формулами [9]

$$\kappa^2 = \frac{g}{R}\lambda_0\, th(\lambda_0 \overline{H}), \quad \psi(\bar{x},\bar{y},\bar{z}) = \frac{ch(\lambda_0 \bar{z})}{ch(\lambda_0 \overline{H})}\overline{\psi}(\bar{x},\bar{y}), \qquad (3.1)$$

де $\bar{x} = x/R,\ \bar{y} = y/R,\ \bar{z} = z/R,\ \overline{H} = H/R$; R – радіус вільної поверхні рідини; H - рівень рідини у баку; λ_0 є коренями рівняння ; $I'_\alpha(\lambda) = 0$; $I_\alpha(r)$ - функції Бесселя першого роду.

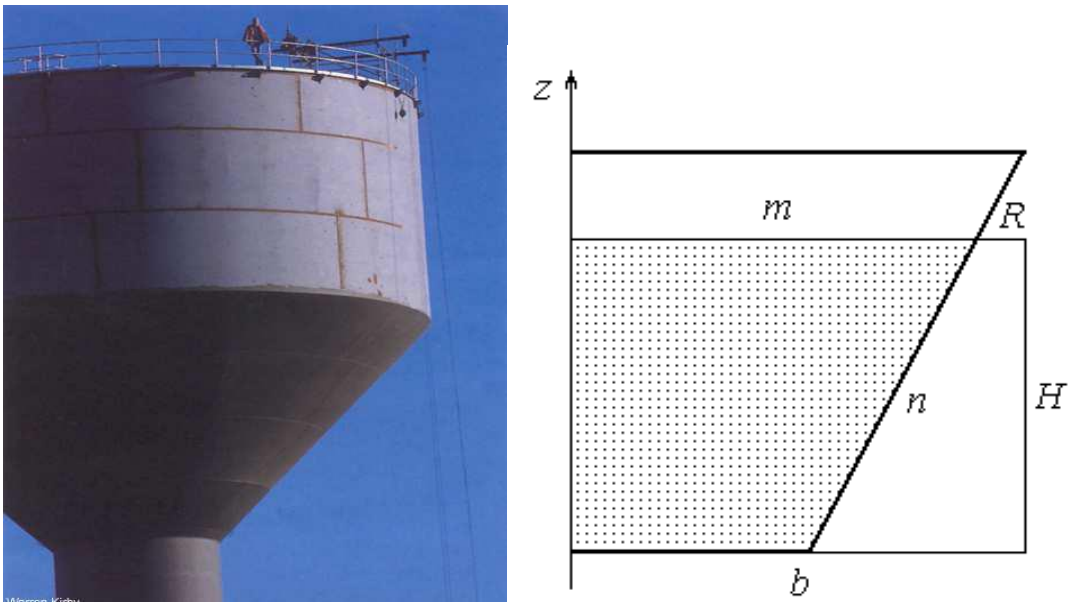


Рис. 3.5 Жорстка конічна оболонка, частково заповнена рідиною.

При рішенні задачі задавалася сітка з n граничних елементів на меридіані оболонки і m граничних елементів на вільній поверхні рідини. У таблиці 3.2 приведені результати розрахунків перших двох власних чисел

$\kappa^2 R/g$ при $\overline{H}=1$ для $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$ залежно від параметрів n і m. Тут також представлені значення частотного параметра, вичислені по формулі (30).

Таблиця 3.2. Збіжність власних чисел залежно від розбиття

$n+m$	$\alpha=0$		$\alpha=1$	
	1	2	1	2
10+10	3.54	6.93	1.39	5.15
20+20	3.50	6.78	1.38	5.05
30+30	3.48	6.74	1.37	5.02
40+40	3.47	6.71	1.37	5.01
Рішення [9]	3.46	6.70	1.36	4.97

На рис.3.6. приведені власні форми, що відповідають двом нижчим частотним параметрам, коливань рідини на вільній поверхні.

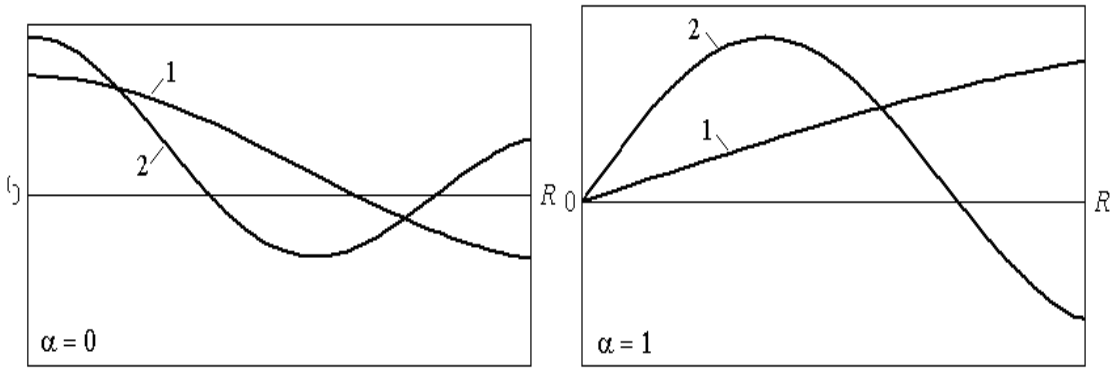


Рис. 3.6. Перша і друга власні форми конічної оболонки при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$.

Ці таблиці свідчать, що хороша точність обчислення частотного параметра (1.6%) може бути досягнута при сітці 20 20 граничних елементів. Вивчено задачу про вимушені коливання розглянуто півсферичну оболонку під дією імпульсного навантаження $Q(r, \vartheta, z, t) = P(r, \vartheta, z)\Theta(t)$, де $P = Const$

$$\Theta(t) = \begin{cases} 1, & t \le T_1 \\ 0, & t > T_1 \end{cases} \qquad (3.2)$$

де $T1 = 0.002$ с. На Рис. 3.7 приведені залежності осьового переміщення від часу. У дипломній роботі продемонстрований збіг результатів, отриманих за допомогою запропонованого методу, і програмним комплексом ANSYS.

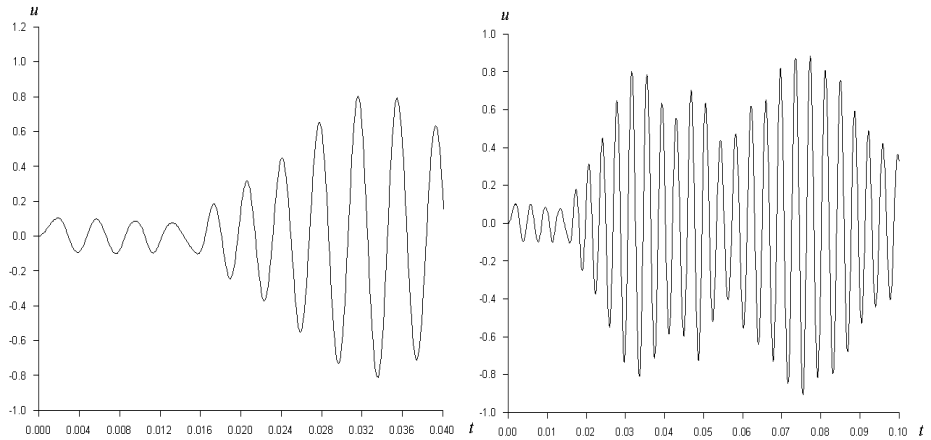


Рис.3.7 Залежність осьового переміщення в полюсі сфери) від часу.

На рис.3.8 показана схема оболонки і залежності радіального переміщення від часу в різних точках оболонки(точках 1 і 2).

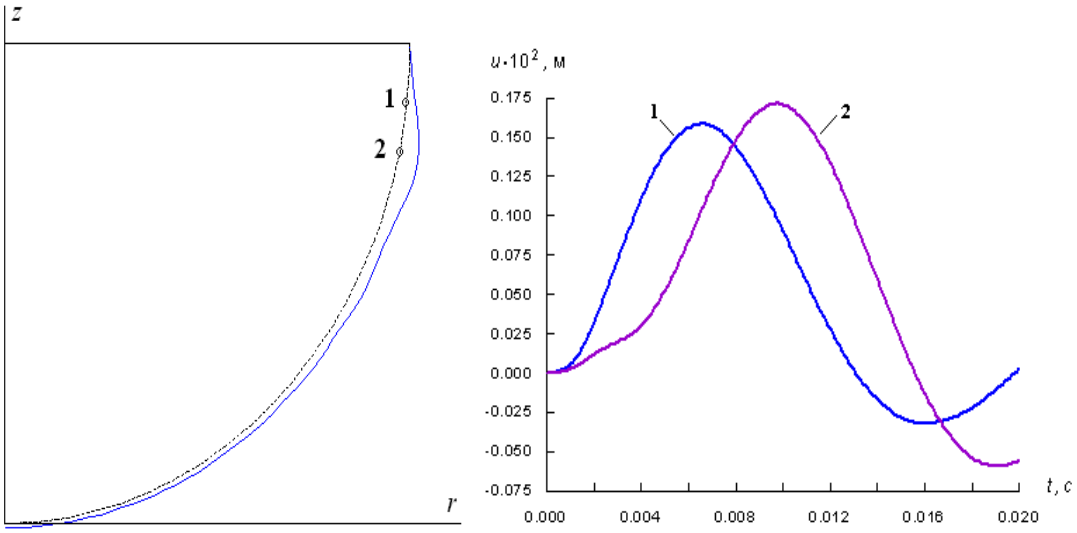


Рис. 3.8. Схема оболонки і залежності радіальних переміщень оболонки з рідиною від часу.

Розглянуті також задачі про вільні і вимушені коливання циліндричної оболонки, частково заповненою рідиною. На рис.3.9 представлена характерна ємність для зберігання легкозаймистих рідин і розрахункова схема відповідної оболонки.



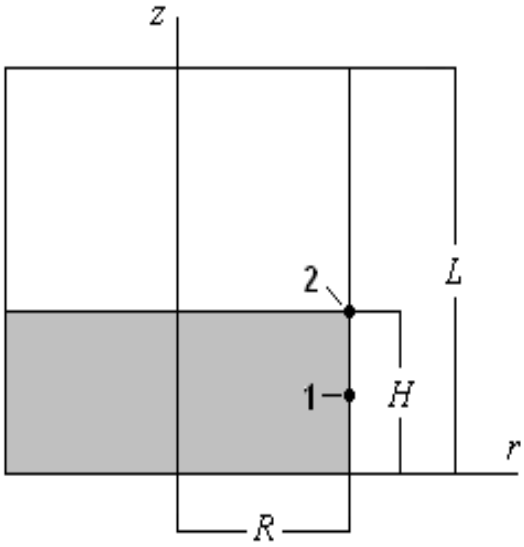


Рис. 3.9. Циліндричні резервуари і їх розрахункова схема

У таблиці.3.3 приведені результати розрахунків перших трьох власних

κ^2 / g чисел для жорсткої циліндричної оболонки при

$H_0 = 0.7$ для $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, визначених за запропонованою методикою, і вичислених по формулі

$\kappa^2 = \frac{g}{R}\lambda\, th(\lambda H_0)$. Параметри циліндричної оболонки були наступними:

радіус $R = 1$м, товщина $h = 0.01$м, довжина $L = 2$м, Модуль Юнга $E = 2 \cdot 105\ MPa$, Коефіцієнт Пуассону $\nu = 0.3$, щільність матеріалу $\rho = 7800$ кг/м3, щільність рідини

$\rho l = 1000$ кг/м3. Рівень заповнення рідиною H_0.

Таблиця 3.3 Власні частоти рідини в жорсткої циліндричної оболонки

		n=1	n=2	n=3
$\alpha = 0$	МГЕ	3.800	7.029	10.206
	[9]	3.796	7.015	10.173
$\alpha = 1$	МГЕ	1.583	5.334	8.558
	[9]	1.581	5.325	8.536
$\alpha = 2$	МГЕ	2.975	6.717	9.997
	[9]	2.970	6.704	9.969

У таблиці 3.4 приведені частоти власних коливань пружної циліндричної оболонки, частково заповненою рідиною, з вказаними вище параметрами.

α		Власні частоти, Hz		
		Порожня місткість	Заповнена рідиною ємність k	
			Запропонований метод	МКЕ
0		23.23	8.15	8.06
		91.10	45.04	44.71
1		48.52	20.98	20.86
		145.30	77.28	77.04
2		79.77	40.04	39.90
		117.07	109.51	108.89

Було також розглянута задача про вимушені гідро пружні коливання циліндричних оболонок. Розглянута циліндрична оболонка з плоским дном, частково заповнена рідиною. Резервуар показаний на рис. 12 і має наступні параметри: радіус $R = 1$м, товщина $h = 0.01$м, довжина $L = 2$м, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^5\ MPa$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$, щільність матеріалу $\rho = 7800$кг/м3; щільність рідини $\rho_l = 1000$ кг/м3. Рівень заповнення позначений H. граничні умови наступні $u_r = u_z = u_\theta = 0$ при $z = 0$ и $r = R$.

Вирішена задача про вимушені коливання. Радіальне навантаження прикладене до циліндричної поверхні резервуару і має вигляд $q(r,z,t) = q_0 \cos k\varphi(r,z) \exp(-t/\tau)$, де $q_0 = 0.1$ MPa, $\tau = 14.2 \cdot 10^{-6}$s. Час закінчення дії навантаження $t_n = 5 \cdot 10^{-3} s$.

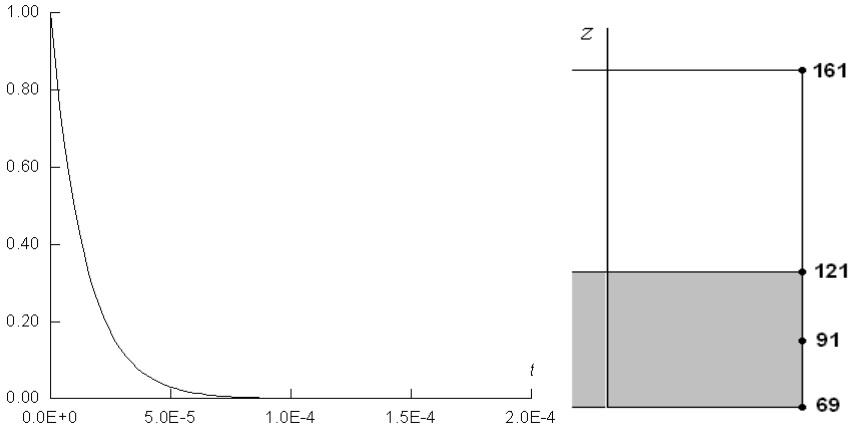


Рис. 3.10. Імпульсне навантаження і схема розташування вузлів.

Радіальне переміщення обчислювалося в чотирьох точках, які показані на рис. 3.10, точка 1(вузол 91) розташована на змоченій частині стінки, точка 2(вузол 121) належить межі вільної поверхні рідини, точка 3(вузол 69) знаходиться практично на дні резервуару, точка 4(узел161) знаходиться в самій верхній частині стінки. Нарис.3.11-3.12 показані радіальні переміщення, вичислені запропонованим методом(суцільні лінії) і методом скінченних елементів(пунктирні лінії)

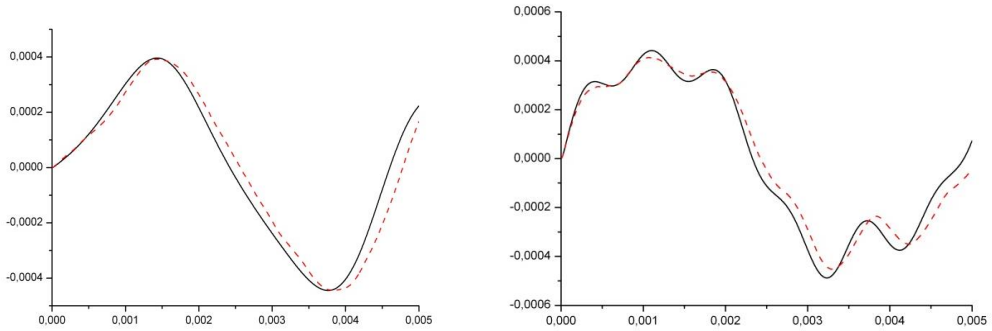


Рис.3.11. Залежність радіального переміщення від часу в точках 1 і 2.

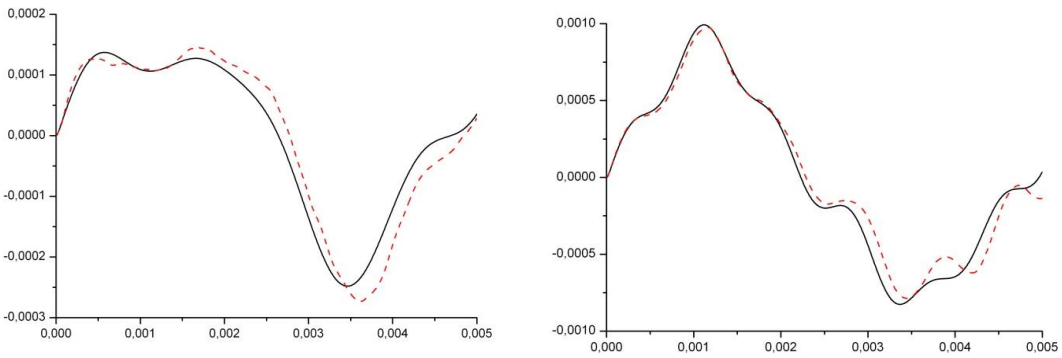


Рис.3.12. Залежність радіального переміщення від часу в точках 3 і 4.

Рисунки демонструють хороше узгодження результатів, отриманих різними методами. Це підтверджує працездатність запропонованого методу і алгоритму.

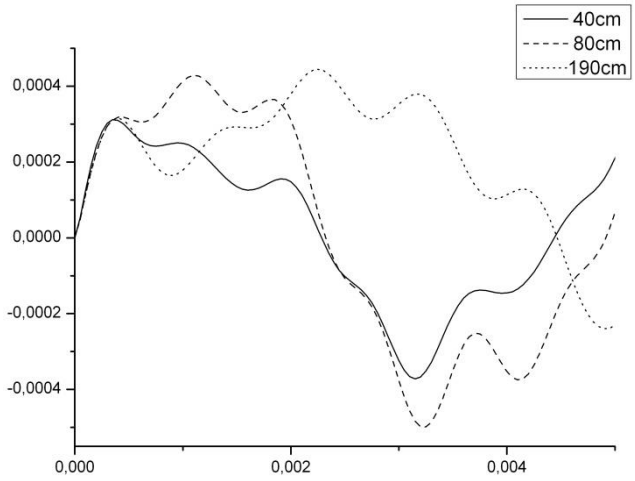


Рис. 3.13. Залежність радіального переміщення від часу в контрольній точці.

Вище було показано, що максимальне радіальне переміщення має місце в точці на межі між водою і повітрям(далі "контрольна точка"). Тому доцільно вивчити як міняється переміщення залежно від рівня заповнення рідиною. На рис. 3.13 показана залежність радіального переміщення в контрольній точці при різних рівнях заповнення рідиною $H = 40\text{см}$, $H = 80\text{см}$, $H = 190\text{см}$.

Досліджена також задача про сейсмічну дію на жорстку циліндричну оболонку. На рис. 16 показана акселерограмма землетрусу в Эль-Центро, США 9 балів і вільна поверхня рідини в початковий момент землетрусу.

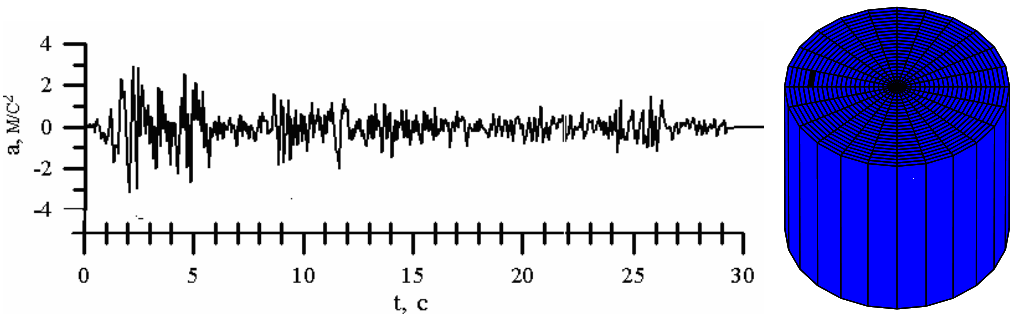


Рис. 3.14 Акселерограмма землетрусу і вільна поверхня рідини в початковий момент

На рис. 3.15 показана вільна поверхня рідини в різні моменти часу, отримана при чисельному рішенні системи диференціальних рівнянь (2.17) для акселерограмми, представленої на рис.3.14.

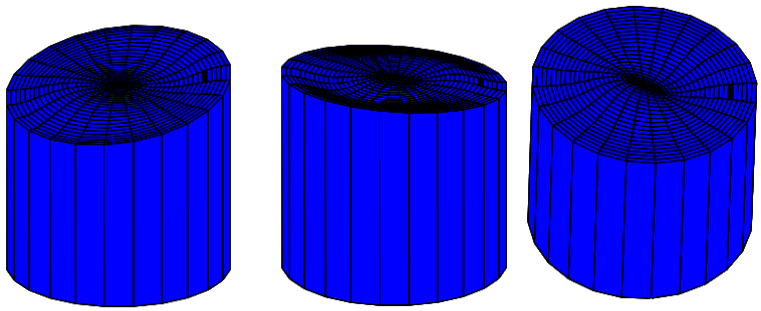


Рис. 3.15. Вільна поверхня рідини в різні моменти часу

Таким чином запропонований метод дозволяє отримувати розв'язки задач про вільні та вимушені коливання рідини в оболонках обертання.

3.2 Вплив нелінійних ефектів на динамічні характеристики оболонок з рідиною

Метод граничних елементів використовується для аналізу нелінійної динаміки рідини в циліндричних паливних баках. Передбачається, що рідина є ідеальною і нестисливою, а її потік, що вводиться коливаннями оболонки, є безвихровим. Розглядається потенційне формулювання для рідкого домену. Розрахунок коливань рідини в циліндричній оболонці виконується в нелінійному вираженні. У постановці застосовано нелінійний інтеграл Коші-Лагранжа і граничні умови на вільній поверхні, що змінюються в часі. Тут ми використовуємо метод граничних елементів. Проблема була вирішена з використанням методів граничних елементів з пыдобластями. Метод Рунге-Кутта четвертого порядку використовується для рішення задачі за часом. Були розглянуті жорсткі та деформівні резервуари з різними перегородками. Залежності рівня вільного поверхні від часу були отримані чисельно для коливань заповнених рідиною резервуарів з і без перегородок в лінійному і нелінійному формулюванні.

В різних інженерних галузях, таких як аерокосмічна промисловість, хімічна промисловість, вітроенергетика, транспортне та енергетичне машинобудування, широко використовуються тонкостінні конструкційні елементи, які працюють при підвищених технологічних навантаженнях. Такими об'єктами є паливні баки, резервуари для зберігання рідини, контейнери для зберігання нафти і палива. У багатьох випадках ці оболонки піддаються дії не тільки статичних навантажень, але і динамічних, і заповнюються рідиною. Ця проблема існує для паливних баків автомобілів, літаків і великих кораблів і танкерів.

Коливання визначається як рух вільної поверхні рідини в частково заповненому резервуарі або контейнері. В якості найбільш цікавих об’єктів дослідження вивчаються власні частоти і відповідні форми коливань рідини в резервуарі, лінійні і нелінійні характеристики потоку рідини, коливання в умовах низької і нульовій сили тяжіння, оптимізація та контроль характеристик коливання. Такі дослідження необхідні, щоб краще зрозуміти процеси і зменшити ймовірність і наслідки руйнувань резервуарів внаслідок сейсмічного впливу або ударної хвилі, які можуть призвести до екологічних катастроф.

На практиці ефект встановлення перегородок зазвичай можна побачити після їх установки. Пропонований метод дозволяє визначити підходяще місце та належну висоту для установки перегородок в баках за допомогою чисельного моделювання.

3.2.1. Постановка задачі

Розглянемо структуру оболонки з встановленими внутрішніми перегородками для демпфірування коливання. Структура і її ескіз показані на Рис 3.16

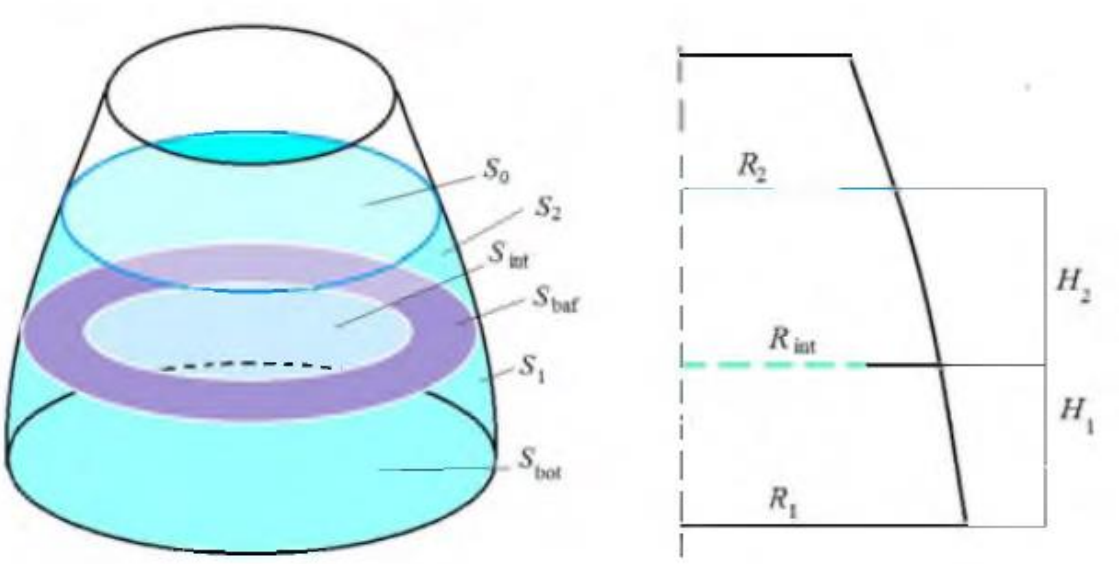


Рисунок 3.16. Структура оболонки з внутрішньою перегородкою

Область, зайнята рідиною, змочена поверхня резервуара і вільна поверхня позначаються відповідно через V, σ і S_0. Змочена поверхня оболонки складається з чотирьох частин: $\sigma = S_1 \cup S_2 \cup S_{bot} \cup S_{baf}$. Тут S_1 і S_2 - циліндричні поверхні першого і другого доменів рідини, Sbot - поверхня дна резервуара, а S_{baf} - поверхня перегородки. У цьому дослідженні міститься рідина вважається нев'язкої і нестисливої, а її потік, викликаний коливаннями оболонки, є безвихровим.

Вводиться скалярний потенціал швидкості $\Phi(x, y, z, t)$, градієнт якого представляє швидкість рідини.

У будь-який момент часу потенціал швидкості $\Phi(x, y, z, t)$ можна було б визначити за такою крайовій задачі:

$$\nabla^2\Phi = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0 \text{ in } V; \tag{3.3}$$

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\sigma} = 0; \qquad \left.\frac{\partial\Phi}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}; \quad p - p_0|_{S_0} = 0; \tag{3.4}$$

$$p = -\rho_l\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\zeta + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2\right) + p_0 \tag{3.5}$$

де n - одиничний вектор нормалі до границі області рідкого

середовища; g - прискорення вільного падіння, функція $\zeta = \zeta(x, y, t)$ описує форму і положення вільної поверхні, p_0 - атмосферний тиск, pi - густина рідини. Перше рівняння в (3.4) – це умова непротікання на змоченій поверхні, друге рівняння тут є граничною умовою кінематики, яке передбачає, що рідкі частки вільної поверхні завжди буде залишатись на ній, третє рівняння в (3.4) - є динамічною граничною умовою, яка полягає в рівності тиску рідини на вільній поверхні до атмосферного. Рівняння (3.5) є інтегралом Коші-Лагранжа.

Для визначення потенціалу Φ необхідно вирішити проблему коливань рідини в жорсткому резервуарі, включаючи гравітаційну силу. Це призводить до наступного поданням потенціалу Φ:

$$\Phi = \sum_{k=1}^{M} d_k \varphi_k \,, \tag{3.6}$$

де функції φ_k - власні форми коливань рідини в жорсткому резервуарі. Щоб отримати ці форми, ми вирішили наступну послідовність граничних задач:

$$\Delta\varphi_k = 0\,; \qquad \left.\frac{\partial\varphi_k}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_1} = 0; \qquad \left.\frac{\partial\varphi_k}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_{\text{bot}}} = 0; \tag{3.7}$$

$$\left.\frac{\partial\varphi_k}{\partial n}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}; \quad \frac{\partial\varphi_k}{\partial t} + g\zeta = 0 \tag{3.8}$$

Диференцуємо друге рівняння в співвідношенні (3.8) щодо t і підставимо туди вираз для ζ з першого з (3.8). Припустимо надалі, що $\varphi_k(t, x, y, z) = e^{\mathrm{iXkt}}\,\varphi_k(x, y, z)$.

Тоді буде отримана послідовність задач на власні значення з наступними умовами на вільної поверхні для кожної φ_k:

$$\frac{\partial\varphi_k}{\partial n} = \frac{\chi_k^2}{g}\varphi_k \tag{3.9}$$

Ефективна числова процедура вирішення цих задач на власні значення з використанням методу граничних елементів була запропонована в [11, 12,23,26, 27].

З рівняння (3.9) випливає, що функцію ζ можна записати у вигляді

$$\zeta = \sum_{k=1}^{M} d_k \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} \tag{3.10}$$

Таким чином, потенціал Ф задовольняє рівнянню Лапласа і граничній умові непротікання

$$\Delta\Phi = 0;\ \left.\frac{\partial\Phi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{\sigma} = 0$$

завдяки вірності співвідношень (5). Звернемо увагу, що Φ також задовольняє умові $\left.\frac{\partial\Phi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_0} = \frac{\partial\zeta}{\partial t}$ внаслідок рівняння (3.10)

Коли функції φ_k визначені, підставимо їх в динамічну граничну умову

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t} + g\zeta + \frac{1}{2}(\nabla\Phi)^2 = 0 \tag{3.11}$$

і отримаємо систему нелінійних диференціальних рівнянь.

3.2.2 Системи граничних інтегральних рівнянь в методі підобластей

Для визначення функцій φ_k ми використовували метод граничних елементів в його прямому формулюванні [13,26]. Нехьуючи індексами k, ми можемо записати основне співвідношення у вигляді

$$2\pi\varphi(P_0) = \iint_S q\frac{1}{|P-P_0|}dS - \iint_S \varphi\frac{\partial}{\partial \mathbf{n}}\frac{1}{|P-P_0|}dS$$

де $S = \sigma \cup S0$.

Функція φ, визначена на поверхні σ, визначає тиск на поверхню змочуємої оболонки, а функція q, визначена на поверхні, є потоком $q = \partial\varphi / \partial n$.

Щоб застосувати метод підобластей, розділимо область рідкого середовища на дві підобласті $\Omega 1$ і $\Omega 2$, які показані на рисунку 2. Тут вводиться штучна поверхню інтерфейсу $Sint$.

Межі підобластей $\Omega 1$ і $\Omega 2$ позначаються як $\Sigma 1 = Sbot \cup S1 \cup Sbaf \cup Sint$ і $\Sigma 2 = Sbaf \cup Sint \cup S1 \cup S0$. Потоки на поверхні інтерфейсу будуть визначені з обох сторін поверхні інтерфейсу, як

$$q_1 = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_{int}}; S_{int} \subset \Sigma_1;\ q_2 = \left.\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}\right|_{S_{int}}; S_{int} \subset \Sigma_2$$

а на вільній поверхні позначимо потік як $q0 = \vdash \partial \varphi / \partial n \dashv \mid s_0$.

Нехай φ_1 і φ_2 - значення потенціалу у вузлах на зовнішніх кордонах бака в доменах $\Omega 1$ і $\Omega 2$ відповідно. Значення потенціалу та потоку на поверхні інтерфейсу будуть позначатися як φ_1 і q_1, якщо $Sint \subset \Sigma S1$; і $\varphi 2 i$ і $q2$, якщо $Sint \subset \Sigma 2$ відповідно. На вільній поверхні позначимо значення потенціалу в вузлах як φ_0. Потоки на жорстких поверхнях дорівнюють нулю.

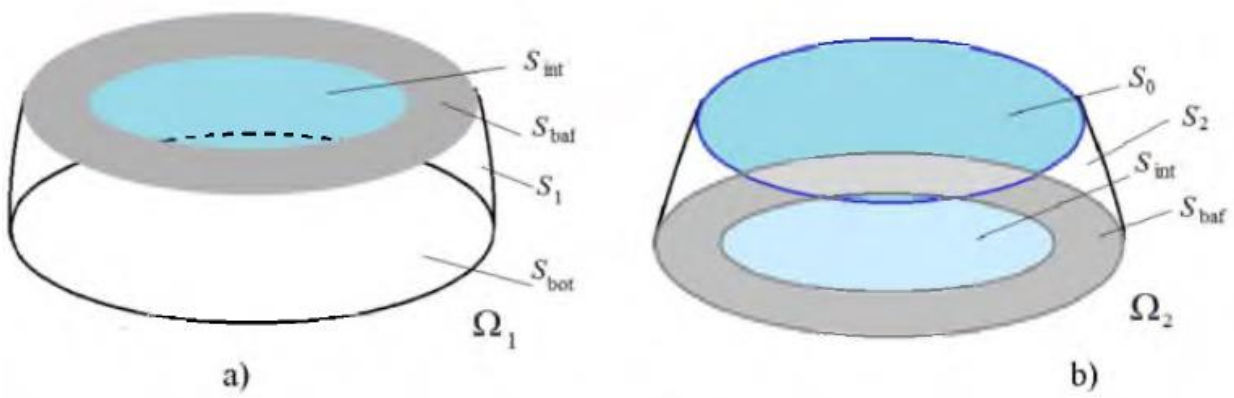


Рисунок 3.17 Підобласті

Слід зазначити, що ввведені вище інтегральні оператори мають два типи ядер:

$$A(S,\sigma)\psi = \iint_S \psi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P - P_0|} dS; \quad B(S,\sigma)\psi = \iint_S \psi \frac{1}{|P - P_0|} dS; \quad P_0 \in \sigma \tag{3.12}$$

З позначеннями $(s_1) = \sigma 1 = S1 \cup Sbot \cup Sbaf, (s_2) = Sint,$ $(s_3) = \sigma 2 = S2 \cup Sbaf$ і $(s_4) = S0$ введемо:

$$A_{ij} = A\left(\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_j\right), \quad B_{ij} = B\left(\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_j\right)$$

Використовуючи метод підобласией для визначення потенціалу Φ, ми отримали систему інтегральних рівнянь в операторної формі

$$\begin{aligned}
&A_{11}\varphi_1 + A_{12}\varphi_{1i} = B_{12}q_1; \quad P_0 \in \sigma_1;\\
&A_{21}\varphi_1 + A_{22}\varphi_{1i} = B_{22}q_1; \quad P_0 \in S_{\text{int}};\\
&A_{32}\varphi_{1i} + A_{33}\varphi_2 + A_{34}\varphi_0 - \omega^2 B_{34}\varphi_0 = -B_{32}q_1; \quad P_0 \in \sigma_2;\\
&A_{22}\varphi_{1i} + A_{23}\varphi_2 + A_{24}\varphi_0 - \omega^2 B_{24}\varphi_0 = -B_{22}q_1; \quad P_0 \in S_{\text{int}};\\
&A_{42}\varphi_{1i} + A_{43}\varphi_2 + A_{44}\varphi_0 - \omega^2 B_{44}\varphi_0 = -B_{42}q_1; \quad P_0 \in S_0.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Основна ідея використання методу граничних елементів для області, розділеної на дві або кілька підобластей, полягає в наступному. Вплив кожної області на суміжну враховується шляхом введення матриці впливу. Така матриця корелює значення потенціалу швидкості поверхні розділу з їх потоками.

Дана матриця F для поверхні розділу була отримана в [23,24], з використанням першого і другого рівняння в (3.13), а саме: $\varphi_{1i} = f_{q1}$.

Беручи до уваги співвідношення,

$$q_0 = \frac{\chi^2}{g}\varphi_0, \ \omega^2 = \frac{\chi^2}{g}, \ A\varphi_0 - \omega^2 B\varphi_0 = 0$$

отримано аналогічний зв'язок між значеннями потенціалу і потоками на вільної поверхні [13,32]

$$\varphi_0 = A^{-1}Bq_0$$

Це дозволяє отримати систему інтегральних рівнянь тільки відносно величин на вільній поверхні. Після розбиття границі рідини на граничні елементи ми маємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь щодо

невідомих значень потенціалу, якщо задані потоки. В даному випадку вільних коливань це приводить нас до загальної задачі на власні значення.

$$A\varphi_0 - \omega^2 B\varphi_0 = 0$$

Поверхні S і σ в (3.12) можуть бути або різними, або співпадати. Якщо поверхня S така ж, як і σ, тоді інтеграли в (3.12) сингулярні, і тому чисельний розгляд цих інтегралів буде враховувати наявність цієї особливості. Підинтегральні вирази тут розподілені неоднорідно по елементу, та стандартна квадратура не дає відповідної точності. Як і в [3], ми замінюємо декартові координати (x, y, z) на циліндричні (r, θ, z), враховуючи, що

$$|P - P_0| = \sqrt{r^2 + r_0^2 + (z - z_0)^2 - 2rr_0\cos(\theta - \theta_0)}$$

Крім того, невідомі функції були представлені у вигляді рядів Фур'є по окружній координаті

$$\psi(r, z, \theta) = \psi(r, z)\cos\alpha\theta; \quad i = 1,2 \tag{3.14}$$

де α – задане ціле число (число вузлових діаметрів). При цьому ми отримуємо інтегральні оператори в наступному вигляді

$$\iint_S \psi \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \frac{1}{|P - P_0|} dS = \int_\Gamma \psi(P)\Theta(P, P_0)d\Gamma; \quad \iint_S \psi \frac{1}{|P - P_0|} dS = \int_\Gamma \psi(P)\Phi(P, P_0)d\Gamma; \quad P_0 \in \sigma$$

(3.15)

Тут Г - контур поверхні S, ядра $\Theta(P, P_0)$ і $\Theta(P, P_0)$ визначаються наступним чином:

$$\Theta(z, z_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}}\left\{\frac{1}{2r}\left[\frac{r^2 - r_0^2 + (z_0 - z)^2}{a - b}\mathrm{E}_\alpha(k) - \mathrm{F}_\alpha(k)\right]n_r + \frac{z_0 - z}{a - b}\mathrm{E}_\alpha(k)n_z\right\}$$

$$\Phi(P, P_0) = \frac{4}{\sqrt{a+b}}\mathrm{F}_\alpha(k)$$

Далі вводимо такі позначення

$$\mathsf{E}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\left(1-4\alpha^2\right)\int_0^{\pi/2}\cos 2\alpha\theta\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}\,d\theta,\quad \mathsf{F}_\alpha(k)=(-1)^\alpha\int_0^{\pi/2}\frac{\cos 2\alpha\theta d\theta}{\sqrt{1-k^2\sin^2\theta}}$$

$$a=r^2+r_0^2+(z-z_0)^2,\quad b=2rr_0,\quad k^2=\frac{2b}{a+b}$$

Чисельна оцінка інтегральних операторів (3.15) була виконана з використанням методу граничних елементів (МГЕ) з постійним наближенням невідомих функцій всередині елементів, як це було зроблено в [17].

Були отримані власні форми і частоти рідини в жорстких оболонкаї з перегородками та без них, використовуючи цей чисельний метод.

3.2.3 Нелінійна система диференціальних рівнянь

Коли функції φ_k визначені, підставляємо їх в динамічну граничну умову (3.11) послідовно для функцій Φ і ζ,

$$\Phi=\sum_{k=1}^{M}\dot{d}_k\varphi_k,\quad \zeta=\sum_{k=1}^{M}d_k\frac{\partial\varphi_k}{\partial n}$$

та в гранична умову на вільній поверхні (3.12), і отримуємо наступне диференціальне співвідношення, яке виконана на вільної поверхні:

$$\sum_{k=1}^{M}\dot{d}_k\varphi_k+\sum_{k=1}^{M}\chi_k^2 d_k\varphi_k+\frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{M}\dot{d}_k\dot{d}_l(\nabla\varphi_k,\nabla\varphi_l)=0 \qquad (3.16)$$

Розглядаються тільки осесиметричні форми, тобто передбачається, що $\alpha=0$ в рівняннях (3.16). Таким чином, оператор градієнта в циліндричних системах координатах виражається

$$\nabla\varphi_k=\frac{\partial\varphi_k}{\partial z}\mathbf{i}_z+\frac{\partial\varphi_k}{\partial\rho}\mathbf{i}_\rho.$$

Ми отримали наступну систему другого порядку нелінійних звичайних диференціальних рівнянь після скалярного добудку рівняння (3.14) на функцією φ_m, завдяки ортогональності власних форм коливань рідини в нерухомій ємності для рідини [14,33]

$$\ddot{d}_m + \chi_m^2 d_m + \frac{1}{2(\varphi_m, \varphi_m)} \sum_{k,l=1}^{M} \dot{d}_k \dot{d}_l (f_{kl}, \varphi_m) = 0, \quad m = \overline{1,M} \tag{3.17}$$

Щоб вирішити цю систему нам потрібні 2xM початкових даних в формі

$$d_m(0) = d_{m0}; \quad \dot{d}_m(0) = d_{m1}.$$

3.2.4 Чисельні результати

Проведено дослідження коливань рідини в жорсткій циліндричній оболонці в лінійному і нелінійному формулюванні. Розглянемо жорстку круглу циліндричну оболонку з плоским дном, що має наступні параметри: радіус $R = 1$м, товщина $h = 0{,}01$м, довжина $L = 2$м. Рівень заповнення рідини позначається як H. Перегородка вважається плоскою пластиною з центральним отвором (кільцева перегородка). Вертикальна координата положення демпфере (висота встановлення перегородки) позначається як H_1 $(H_1 < H)$. Радіус поверхні інтерфейсу позначається як R_2 (див. Рис. 1), $H = H_1 + H_2$.

Чисельне рішення було отримано з використанням методу підобластей, як було описано раніше. У цьому дослідженні ми використовували 60 граничних елементів вздовж дна, 120 елементів вздовж змочуваних циліндричних частин і 100 елементів вздовж радіуса вільної поверхні. На поверхні інтерфейсу і демпфера ми використовували різні кількості елементів в залежності від радіуса перегородки. По-перше, ми виконали тестування для частково заповненої жорсткої циліндричної оболонки, описаної вище. Рівень заповнення становив $H = 0{,}8$м. Для порівняння та перевірки аналітичне рішення Р.Ібрагіма [4] використовувалося в наступному вигляді:

$$\frac{\chi_k^2}{g} = \frac{\mu_k}{R} \tanh\left(\mu_k \frac{H}{R}\right), \quad k = 1,2,\ldots; \qquad \varphi_k = J_0\left(\frac{\mu_k}{R} r\right) \cosh\left(\frac{\mu_k}{R} z\right) \cosh^{-1}\left(\frac{\mu_k}{R} H\right). \tag{3.18}$$

Тут для $\alpha = 0$ значення μ_k є корінням рівняння для функції Бесселя

В Таблиці 3.4 нижче наведені чисельні значення перших п'яти власних частот плескань рідини для $\alpha = 0$. Чисельні результати, отримані за допомогою запропонованого методу, порівнювалися з чисельними значеннями, отриманими з використанням формул (3.18), і з результатами, отриманими за формулою з [2].

Таблиця 3.4. Порівняння аналітичних і числових результатів

Частота		*n*=1	*n*=2	*n*=3	*n*=4	*n*=5
	[2]	3.815	7.019	10.180	13.333	16.480
	ММГЕ	3.816	7.017	10.177	13.330	16.480
	(3.18)	3.815	7.016	10.173	13.324	16.470

Результати продемонстрували хорошу відповідність і підтвердили обґрунтованість запропонованого методу підобластей. Для цього методу ми також розрахували власні частоти обертання для резервуара з перегородкою при $H_1 = H_2 = 0{,}5$ м і з $R_2 = 0{,}7$м. Порівняння результатів, отриманих запропонованим методом і аналітичним підходом, представленим І. Гаврилюком і ін. в [25] показано в Таблиці 2.

Таблиця 3.5 Порівняння чисельних результатів для власних значень

Частота		*n*=1	*n*=2	*n*=3	*n*=4
H_1=0.5	ММГЕ	3.756	7.012	10.176	13.328
	[25]	3.759	7.010	10.173	13.324
H_1=0.9	ММГЕ	2.278	6.200	9.609	12.810
	[25]	2.286	6.197	9.608	12.808

Результати також продемонстрували хорошу відповідність і підтвердили обґрунтованість запропонованого підходу.

Три перших форми коливань рідини показані на рисунку 3.

Розглядаємо $R_2 = 0{,}2$ м і $H_1 = 0{,}9$ м.

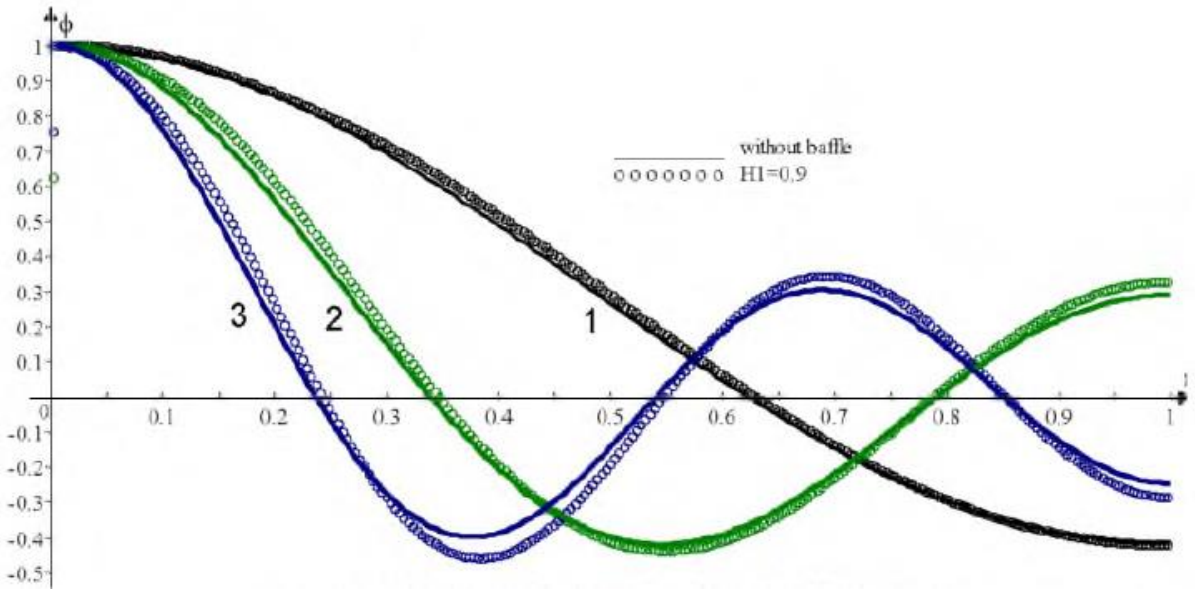


Рисунок 3.18 Форми коливань резервуарів.

Числа 1,2 і 3 відповідають першій, другій і третій формі. В [11] показано, що комбінація R_2 = 0,2м і H_1 = 0,9м приводить до максимального зменшення частот. З цих результатів можна також зробити висновок, що форми коливань резервуарів з перегородками та без них істотно не розрізняються.

Тому запропонований чисельний метод дозволяє ефективно отримувати базисні функції для подальшого чисельного рішення нелінійної системи (3.17). Використовувалася схема Рунге-Кутта-Фельберга (РКФ45). Розглядалися циліндричні паливні баки з перегородками і без. Відзначено, що нелінійна задача зводиться до лінійної, якщо в (3.17) нехтувати квадратичними елементами. Таким чином, ми можемо порівнювати результати, отримані як в лінійних, так і в нелінійних формулюваннях.

Розглянемо описаний вище циліндричний резервуар з перегородкою і без неї. Положення і розмір перегородки складають H_1 = 0,9 м і R_2 = 0,2 м. На рисунках 3.19 і 3.20 показана динаміка зміни рівня вільної

поверхні. На рисунку 4 показано зміну рівня вільної поверхні в резервуарі без перегородок, а на рисунку 5 показана ця залежність від часу для резервуара з перегородками.

На рисунку 3.19a) показана динаміка зміни рівня вільної поверхні для циліндричного резервуара без перегородок в нелінійному формулюванні.

Для порівняння рисунок 3.19b) демонструє ті ж величини, але обчислені в лінійному формулюванні.

Ричунки 5a) і 5b) показують динаміку зміни рівня вільної поверхні циліндричного резервуара з перегородкою в нелінійному і лінійному формулюванні відповідно. Всі графіки пов'язані з центром вільної поверхні, число основних функцій $M = 3$, а початкові дані були $dm(0) = 0,\ \forall m,\ d11 = 0{,}4, d21 = d31 = 0$. Результати для $M > 3$ суттєво не відрізняються. Рівень рідини, який вираховується в нелінійному формулюванні, вище, ніж той, який отриманий в лінійному, тому використання нелінійної формулювання потрібно для точного прогнозування зміни рівня рідини.

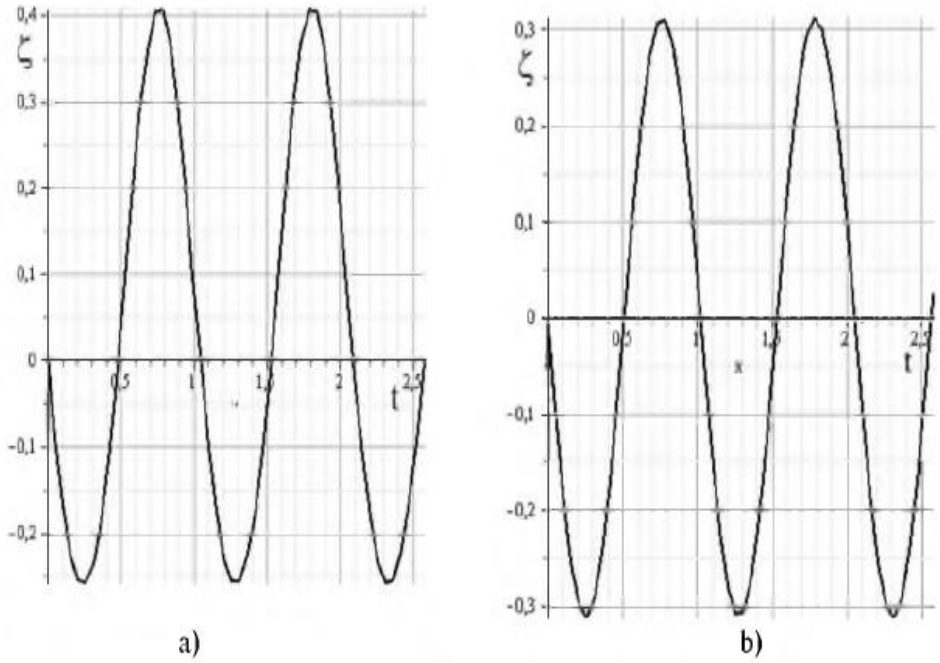


Рисунок 3.19 Динаміка зміни рівня вільної поверхні в баку без перегородки.

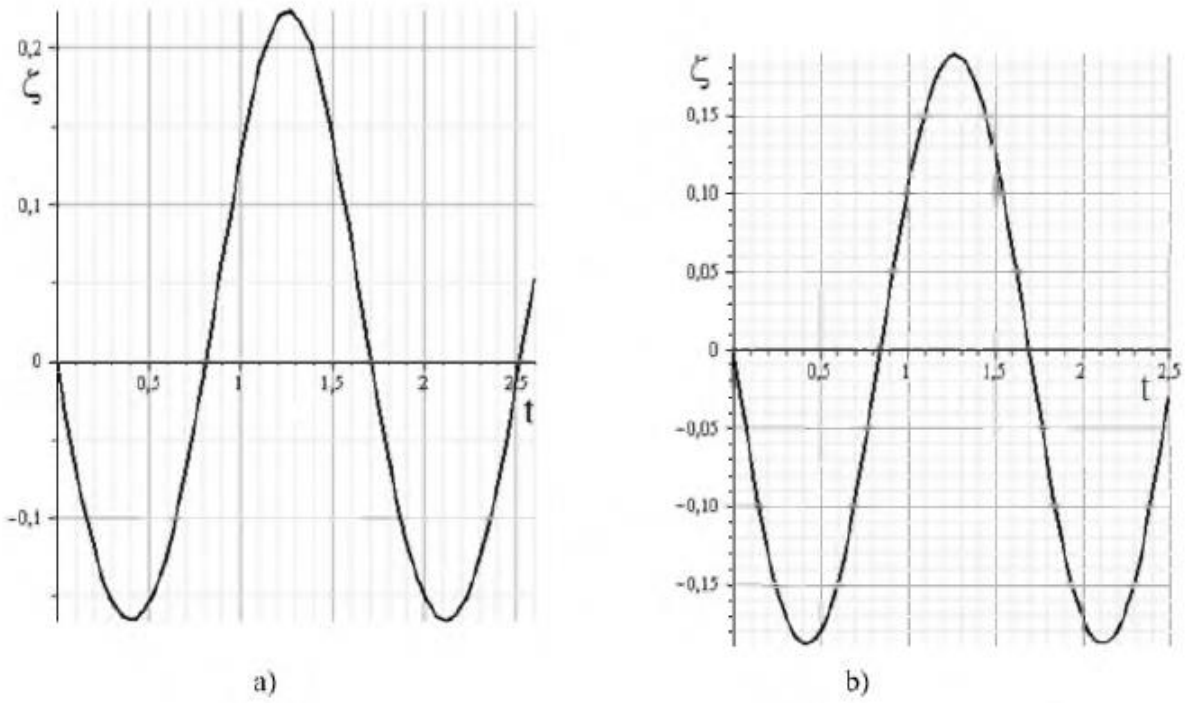


Рисунок 3.20 Динаміка зміни рівня вільної поверхні в резервуарі з перегородкою

ВИСНОВКИ

Надані формулювання задач дослідження динамічної поведінки оболонок, частково заповнених рідиною. Запропоновано новий метод, заснований на єдиному підході до дослідження динаміки незаповнених оболонок; визначенню частот і форм коливань рідини в жорстких оболонках; визначенню частот і форм коливань оболонки з рідиною з урахуванням та без урахування сил тяжіння; визначенню динамічних характеристик оболонок з рідиною, підданих дії різних зовнішніх впливів, включаючи сейсмічні навантаження.

Окреслені переваги запропонованого підходу. Серед них – засіб завдання вільної поверхні, що дозволяє надавати аналіз впливу рівня підйому рідини в резервуарі під дією зовнішніх зусиль без спрощуючих припущень.

Проведено тестування програмного продукту. Розглянуті коливання циліндричної та сферичної оболонок. Проведено співставлення результатів з відомими чисельними та аналітичними розв'язками, яке показало їх добре узгодження. Отримані форми коливань в подальшому використовуватимуться як один з наборів базисних функцій, необхідних для побудови структури розв'язку означених задач.

Запропонований підхід дозволяє проводити чисельне моделювання резервуарів з перегородками різного розміру і з різним розташуванням в резервуарі. Це дає можливість управляти радіусом демпфера і його розташуванням в резервуарі за допомогою чисельного моделювання. Проблема вирішена з використанням методів граничних суперелементів. Були розглянуті жорсткі та деформовані резервуари. Проблема розглядалася в лінійних і нелінійних виразах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. H. Olsen. “What is sloshing?” Seminar on Liquid Sloshing. Det Norske Veritas,1976.

2. L. Khezzar, A. C. Seibi, A. Goharzadeh. Water Sloshing in Rectangular Tanks – An Experimental Investigation & Numerical Simulation. International Journal of Engineering (IJE), Vol. 3, No. 2. pp. P. 174-184, 2010.

3. R.A. Ibrahim, V.N. Pilipchuck, and T. Ikeda. Recent Advances In Liquid Sloshing Dynamics. Applied Mechanics Reviews, Vol. 54, No. 2, pp. 133-199, 2001.

4. R.A. Ibrahim. “Liquid Sloshing Dynamics” Cambridge University Press, New York, 2005.

5. H.N. Abramson, W.-H. Chu and L.R. Garza; Liquid sloshing in spherical tanks; AIAA J. 1, pp. 384- 389; 1963

6. H.N. Abramson; Dynamic Behavior of Liquid in Moving Containers; Applied Mechanics Reviews, 16, pp. 501 - 506; 1963

7. H.N. Abramson; The dynamic behavior of liquids in moving containers; NASA SP-106; 1966

8. A.T. Chwang, and K.H. Wang. “Nonlinear Impulsive Force on an Accelerating Container” J. of Fluids Eng., Vol. 106, pp. 233-240, 1984.

9. G. Popov, S. Sankar, T.S. Sankar, and G.H. Vatitas. 'Liquid Sloshing In Rectangular Road Containers, Computers Fluids, Vol. 21, No. 4, pp. 551-569, 1992.

10. G. Popov, S. Sankar, T.S. Sankar, and G.H. Vatitas. "Dynamics of liquid sloshing in horizontal cylindrical road containers," Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 207, 1993.

11. Z. Ye, and A.M. Birk. Fluid Pressures in Partially Liquid-Filled Horizontal Cylindrical Vessels Undergoing Impact Acceleration, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 116 No. 4, pp. 449- 459, 1994.

12. O. Faltinsen, O. Rognebakke, N. Alexander, and A.N. Timokha. Resonant three dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin, part 2. effect of higher modes, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 523, pp. 199–218, 2005.

13. B.F Chen, and H.W. Chiang. Complete 2D and Fully Nonlinear Analysis of ideal fluid in tanks, Journal of Engineering Mechanics, pp. 70-78, 1999.

14. O.M. Faltinsen, and O.F. Rognebakke. Sloshing, In NAV2000: International Conference on Ship and Ship Research, Venice, 2000.

15. R.L. Bass, J.E.B. Bowles, R.W. Trundell, J. Navickas, J.C. Peck, N. Yoshimura, S. Endo, and B.F.M. Pots. Modeling criteria for scaled LNG sloshing experiments, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 107, pp. 272–280, 1985.

16. B. Godderidge, M. Tan, S. Turnock, and C. Earl. A Verification and Validation Study of the Application of Computational Fluid Dynamics to the Modelling of lateral Sloshing. Ship Science Report No 140, Fluid Structure Interaction Research Group, University of Southampton, 2006.

17. M.S. Celebi, and H. Akyildiz. Nonlinear Modeling of Liquid Sloshing in a Moving Rectangular Tank, Ocean Engineering, Vol. 29, pp. 1527-1553, 2001.

18. El-Sayad, M.A., Hanna, S.N., Ibrahim, R.A. Parametric excitation of nonlinear elastic systems sloshing impact. Nonlinear Dynamics 18, pp. 25–50, 1999.

19. Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokha, A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. Journal of Fluid Mechanics 487, pp. 1–42, 2003.

20. Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokha, A.N., 2005. Classification of three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base tank with finite depth. Journal of Fluids and Structures 20, 81–103.

21. Faltinsen, O.M., Rognebakke, O.F., Timokha, A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. Part 3: base aspect ratio perturbations. Journal of Fluid Mechanics, 551, pp. 93–116 , 2006.

22. Faltinsen, O.M., Timokha, A.N. Sloshing. Cambridge University Press, Cambridge. , 2009.

23. Wu, G.X., Ma, Q.W., Eatock Taylor, R. Numerical simulation of sloshing waves in a 3-D tank based on a finite element methods. Applied Ocean Research 20, pp. 337–355, 1998.

24. Wu, C.H., Chen, B.F. Sloshing waves and resonance modes of fluid in a 3-D tank by a time-independent finite difference method. Ocean Engineering, 36, pp. 500–510, 2009.

25. Curadelli, O., Ambrosini, D., Mirasso, A., Amani, M. Resonant frequencies in an elevated spherical container partially filled with water: FEM and measurement. Journal of Fluids and Structures 26, pp. 148–159, 2010.

26. Alemi Ardakani, H., Bridges, T.J. Shallow-water sloshing in vessels undergoing prescribed rigid-body motion in three dimensions. Journal of Fluid Mechanics 667, pp. 474–519, 2011.

27. J. Weiß; Smallslosh Eigenvalues and mechanical models (pendulum or springmass) for tanks with NEWTANK geometry; software manual and documentation; 2009.

28. F. T. Dodge; The new dynamic behaviour of liquids in moving containers, Southwest Research Institute; San Antonio, Texas; 2000.

29. Celebi, M.S., Kim, M.H., Beck, R.F. Fully Non-linear 3-D Numerical Wave Tank Simulation. J. of Ship Research, Vol.42, No.1, pp. 33-45, 1998.

30. Jung M.J., Jo J.C., Jeong S.J., Impact analysis of a water storage tank, Nuclear Engineering and Technology, Vol. 38, No. 7, 2006, pp. 88-102

31. Kim, M.S. and Lee, W.I. A new VOF-based numerical scheme for the simulation of fluid flow with free surface. Part I: New free surface-tracking algorithm and its verification, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 42, 2003, pp. 765-790.

32. Kim, M.S., Park, J. S. and Lee, W. I. A new VOF-based numerical scheme for the simulation of fluid flow with free surface. Part II: application to the cavity filling and sloshing problems, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 42, 2003, pp. 791-812.

33. Kulczycki T., Kwaśnicki M., Siudeja B., The shape of the fundamental sloshing mode in axisymmetric containers, Journal of Engineering Mathematics, Vol. 99, No. 1, 2016, pp. 157-193.

34. Ravnik J., Strelnikova E., Gnitko V., Degtyarev K., Ogorodnyk U., BEM and FEM analysis of fluid-structure interaction in a double tank, Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 67, 2016, pp. 13-25.

35. Naumenko V.V., Strelnikova H.A., Singular integral accuracy of calculations in two-dimensional problems using boundary element methods, Engineering analysis with boundary elements, Vol. 26, 2002, pp. 95-98