МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА
ФІЗИКО-ЕНЕРГЕТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до дипломної роботи
за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістр

«Випромінювання теплових хвиль тілами, які коливаються»

Виконав: студент 2 курсу, групи НФ-63
Секретаренко Д. С.
спеціальність:
105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма: Прикладна фізика
енергетичних систем
Керівник: к. ф.- м. наук Рогова С.Ю.
Рецензент:

Харків – 2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

Факультет фізико-енергетичний

Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) магістр

Спеціальність 105 прикладна фізика та наноматеріали

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ проф. Нємченко К.Е.
підпис

“__” _____ 2018 року

ЗАВДАННЯ
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ(ПРОЕКТ)

Секретаренко Данило Сергійович

1. Тема роботи «Випромінювання теплових хвиль тілами, які коливаються» керівник роботи Рогова Світлана Юріївна
затверджені наказом по університету від “24” жовтня 2018 року №0210-05/1991
2. Строк подання студентом роботи 30.11.2018
3. Перелік питань, які потрібно розробити:

Розглянути колективні моди надплинних розчинів квантових рідин. Сформулювати задачу про трансформування мод. Вивчити особливості термоакустичного ефекту в газах та рідинах. Розрахувати в аналітичній моделі коефіцієнт трансформації звуків у гелії та здобути з експериментальних даних

його значення. Провести порівняння результатів теоретичного дослідження с результатами експериментів. Визначити умови експериментів, в яких трансформація колективних мод в гелії може спостерігатися.

4.План роботи

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Вибір теми, узгодження, закріплення за кафедрою
2	Робота над літературою та іншими джерелами
3	Затвердження теми на кафедрі
4	Написання вступу до роботи та першого розділу
5	Написання другого розділу
6	Написання третього розділу
7	Завершення написання дипломної роботи(висновки и література)
8	Подача науковому керівнику, доробка зауважень
9	Відгук, рецензія, підготовка до захисту
10	Попередній захист на кафедрі
11	Захист

5. Дата видачі завдання 12 вересня 2018 року

Студент _____ **Секретаренко Д.С.**
підпис

Керівник роботи _____ **Рогова С.Ю.**
підпис

РЕФЕРАТ

Секретаренко Данило. Випромінювання теплових хвиль тілами, які коливаються.

Дипломна робота представлена на 46 сторінках;складається з вступу, 4 розділів та висновків;містить 8 рисунка, список використаної літератури з 36 найменувань .

Мета даної роботи - розрахувати в аналітичній моделі коефіцієнт трансформації звуків у гелії та здобути з експериментальних даних його значення. Об’єкт дослідження - колективні моди надплинних розчинів квантових рідин. Предмет дослідження – формулювання і розв’язок аналітичної задачі про трансформування звукових хвиль в надплинному гелії і отримання коефіцієнта трансформації звукових хвиль з допомого експериментальних даних.

У роботі розглянута процеси трансформації колективних мод рідин та газів, коли коливання, наприклад, температури нагрівача можуть генерувати звукові хвилі, а періодичні коливання мембрани можуть створювати теплові потоки. Прикладом такої трансформації у класичних рідинах є так званий термоакустичний ефект, у якому коливання температури зовнішнього нагрівача генерують звукові коливання. Амплітуда цих коливань може бути настільки високою, що їх використовують для генерації електричної енергії.

В дипломі розробляється аналітична модель визначення коефіцієнта взаємної трансформації звукових хвиль. Одночасно проводиться обробка експериментальних даних для експериментального визначення цього коефіцієнту. Результат теоретичного розгляду порівнюються з експериментальними даними для різних температур, та розробляються пропозиції для проведення нових експериментів, в яких можливі прямі спостереження такої трансформації.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: НАДПЛИННІСТЬ, ГЕЛІЙ, ЗВУКОВІ ХВИЛІ, АМПЛІТУДА КОЛИВАНЬ, ТЕРМОАКУСТІЧНИЙ ЕФЕКТ, ДРУГИЙ ЗВУК, РЕЧОВИНА, ПЕРШИЙ ЗВУК .

РЕФЕРАТ

Секретаренко Даниил. Излучение тепловых волн колеблющимися телами.

Дипломная работа представлена на 46 страницах, состоит из вступления, 4 разделов и выводов; содержит 8 рисунка, список использованной литературы из 36 наименований .

Цель данной работы - рассчитать в аналитической модели коэффициент трансформации звуков в гелии и получить из экспериментальных данных его значение. Объект исследования - коллективные моды сверхтекучих растворов квантовых жидкостей. Предмет исследования – формулировка и решение аналитической задачи о трансформации звуковых волн в сверхтекучем гелии и получения коэффициента трансформации звуковых волн с помощью экспериментальных данных.

В работе рассмотрена процессы трансформации коллективных мод жидкостей и газов, когда колебания, например, температуры нагревателя могут генерировать звуковые волны, а периодические колебания мембраны могут создавать тепловые потоки. Примером такой трансформации в классических жидкостях является так называемый термоакустический эффект, в котором колебания температуры внешнего нагревателя генерируют звуковые колебания. Амплитуда этих колебаний может быть настолько высокой, что их используют для генерации электрической энергии.

В дипломе разрабатывается аналитическая модель определения коэффициента взаимной трансформации звуковых волн. Одновременно проводится обработка экспериментальных данных для экспериментального определения этого коэффициента. Результат теоретического рассмотрения сравниваются с экспериментальными данными для различных температур, и разрабатываются предложения для проведения новых экспериментов, в которых возможны прямые наблюдения такой трансформации.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: СВЕРХТЕКУЧЕСТЬ, ГЕЛИЙ, ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ, АМПЛИТУДА КОЛЕБАНИЙ, ТЕРМОАКУСТІЧНИЙ ЭФФЕКТ, ВТОРОЙ ЗВУК, ВЕЩЕСТВО, ПЕРВЫЙ ЗВУК.

ABSTRACT

Sekretarenko Danil. Radiation of heat waves by oscillating bodies.

The thesis is presented on 46 pages, consists of an introduction, 4 sections and conclusions; it contains 8 drawings, references from 36 titles.

The purpose of this work is to calculate the coefficient of transformation of sounds in helium in an analytical model and obtain its value from experimental data. The object of study is the collective modes of superfluid solutions of quantum liquids. The subject of the research is the formulation and solution of the analytical problem of the transformation of sound waves in superfluid helium and obtaining the transformation ratio of sound waves using experimental data.

In this work, the processes of transformation of collective modes of liquids and gases are considered, when fluctuations, for example, heater temperatures can generate sound waves, and periodic membrane oscillations can create heat flows. An example of such a transformation in classical liquids is the so-called thermoacoustic effect, in which the temperature fluctuations of an external heater generate sound vibrations. The amplitude of these oscillations can be so high that they are used to generate electrical energy.

The diploma develops an analytical model for determining the coefficient of mutual transformation of sound waves. At the same time, experimental data are processed to experimentally determine this coefficient. The result of theoretical consideration is compared with experimental data for different temperatures, and proposals are being developed for conducting new experiments in which direct observations of such a transformation are possible.

KEY WORDS: SUPER CURRENT, HELIUM, SOUND WAVES, VIBRATION AMPLITUDE, THERMO ACCURRENT EFFECT, SECOND SOUND, MATTER, FIRST SOUND.

ЗМІСТ

ВСТУП 8

1 ТЕРМОАКУСТИЧНИЙ ЕФЕКТ 9

1.1 Поняття про термоакустичний ефект 9

1.2 Термоакустиний ефект в енергетиці 10

2 КОЛЕКТИВНІ МОДИ В КВАНТОВИХ І КЛАСИЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ 15

3 ЗБУДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ І ТЕМПЕРАТУРИ, ТІЛАМИ ЯКІ КОЛИВАЮТЬСЯ В НАДПЛИННИХ РОЗЧИНАХ $^3He - {}^4He$ НЕ МАЛОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ 31

3.1 Дисперсійне рівняння для нормальних мод надплинні розчинів 32

3.2 Відносні амплітуди коливань параметрів розчинів 35

3.3 Відносні втрати енергії коливною стінкою 36

4 ТЕОРЕТИЧНЕ РІШЕННЯ 39

ВИСНОВКИ 43

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 44

ВСТУП

У роботі розглянута процеси трансформації колективних мод рідин та газів. Лінійному режимі така трансформаціє має місце при наявності границь між тілами або зовнішніх поверхонь. В такому випадку коливання, наприклад, температури нагрівача можуть генерувати звукові хвилі, а періодичні коливання мембрани можуть створювати теплові потоки.

Прикладом такої трансформації у класичних рідинах є так званий термоакустичний ефект, у якому коливання температури зовнішнього нагрівача генерують звукові коливання. Амплітуда цих коливань може бути настільки високою, що їх використовують для генерації електричної енергії. Такий двигун працює як двигун зовнішнього згорання Стірлінга.

В квантових надплинних рідинах, зокрема, в надплинних розчинах ізотопів гелію, кількість колективних нормальних мод зростає, і тому, з'являється можливість прямого експериментального спостереження таких явищ. Зокрема, ефект взаємної трансформації колективних мод останнім часом все більше вивчається в експерименті, у якому досліджуються коливання камертонів у квантових розчинах. При цьому досліджуються такі ефекти як збудження теплових хвиль твердими тілами, які коливаються, або збудження акустичних хвиль періодичними нагрівачами.

В дипломі розробляється аналітична модель визначення коефіцієнта взаємної трансформації звукових хвиль. Одночасно проводиться обробка експериментальних даних для експериментального визначення цього коефіцієнту. Результат теоретичного розгляду порівнюються з експериментальними даними для різних температур.

Проведені дослідження дають змогу пояснити фізичну природу коефіцієнту трансформації звукових хвиль у надплинних розчинах ізотопів гелю для не малих концентрацій. Крім того, були розроблені пропозиції для проведення нових експериментів, в яких можливі прямі спостереження такої трансформації.

1 ТЕРМОАКУСТИЧНИЙ ЕФЕКТ

1.1 Поняття про термоакустичний ефект

Термоакустичний ефект пояснимо використовуючи термоакустичний двигун з хвилею, що розповсюджується всередині трубки. Цей двигун-закільцьована труба, яка називається резонатором. Цей двигун без рухомих частин, так як він працює?

У цьому двигуні з’являється звук - цей звук появляєтеся сам, коли виникає достатньої різниці температур між теплообмінниками. Процес з’явлення звука має вигляд : при нагріванні регенератора з'являються мікро шурхіт, Цей шурхіт - це шум, котрий має великий спектр частот. З цього великого спектру звукових частот, цей резонатор посилює те звукове коливання, хвилі якого дорівнює довжині трубки цього двигуна. І не важливо яке початкове коливання, воно буде посилено до найбільш можливої величини. В середині двигуна настає максимальна гучність звуку, коли потужність втрат дорівнює потужності посилання звуку з допомогою теплообмінників , тобто потужності затухання звукових коливань.

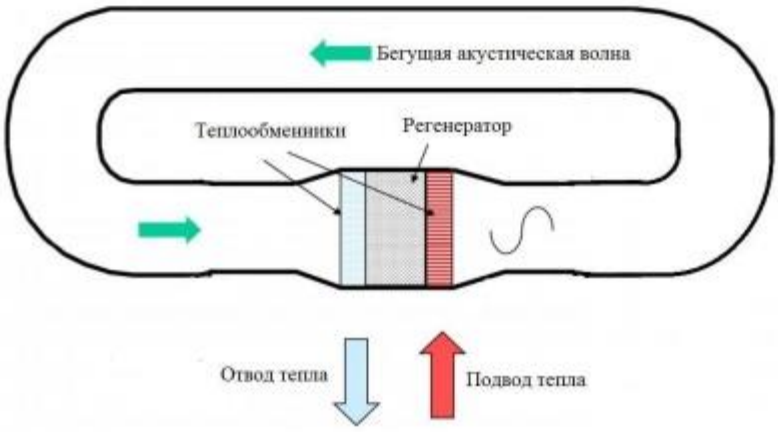


Рис. 1.1 Схема Термоакустичного двигуна з хвилею, що біжить

При термодинамічному циклі відбувається посилення певної частоти звуку - циклу Стірлінга, який відбувається в регенераторі - це є термоакустичним ефектом .

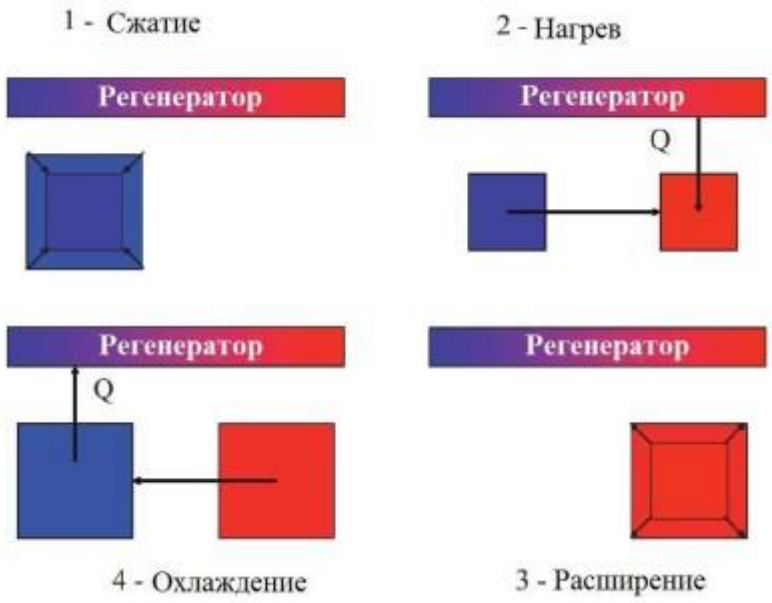


Рис. 2.1 Стадії циклу грубо і спрощено.

В термоакустичному двигуні рухомих частин нема, двигун генерує усередині себе тільки акустичну хвилю , але, без частин які рухаються неможливо з двигуна зняти електроенергію .

З термоакустичних двигунів найчастіше видобувають енергію за допомогою лінійних генераторів. Під натиском звукової хвилі високої інтенсивності пружна мембрана вібрує. Зафіксований на мембрані магніти вібрують, всередині мідної котушки з сердечником. Таким чином Виробляється електроенергія.[1]

1.2 Термоакустичний ефект в енергетиці

У 2014 році Центр енергетичних досліджень Нідерландів (ECN) і компанія виробник теплового обладнання Bronswerk Heat Transfer (BHT) розробили і побудували тепловий насос, який використовує особливу технологію для перекачування тепла: звукові хвилі [36]

Новий термоакустичний тепловий насос в даний час проходить перевірку в ECN. Через кілька років голландська промисловість повинна бути в змозі економити значну частину енергії, використовуючи цей тип теплового насоса. «Голландська промисловість, на частку якої припадає п'ята частина споживан-

ня енергії в Нідерландах, втрачає сотні ПетаДжоулей залишкового тепла в трубу щороку у вигляді водяної пари», говорить Антон Веммерс, експерт в економії енергії в промисловості на ECN. Якщо вдасться змусити працювати цю енергію на заводі або в іншому місці, це може принести величезну користь. При використанні тепла від пальника побутових газових котлів, термоакустичний тепловий насос може також значно збільшити отримання енергії для домогосподарств.

Проте, звичайні теплообмінники, які протягом багатьох років були основною продукцією компанії BHT, не зовсім підходять для цього. Існуючі технології теплових насосів, в якому холодоагент випаровується і конденсується, наприклад, як в холодильниках або кондиціонерах, не підходять для роботи при високих температурах, що існують в промисловості.

Термоакустичне пристрій в основному складається з теплообмінників, резонатора і регенератора. Залежно від типу пристрою для генерації звукових хвиль може застосовуватися термоакустичний генератор або гучномовець.

Принцип роботи термоакустичного генератора є таким. Розглянемо звичайну трубку закриту з обох кінців. Випадкове вплив викликає порушення спокійного стану середовища і виникнення звукових коливань. Вплив викликає резонанс, створюючи стоячу хвилю. Резонанс відбувається тільки на певних частотах, які називаються резонансними, і вони, в основному, визначаються довжиною резонатора.

Регенератор є елементом складається з дрібних паралельних каналів. Коли регенератор поміщають в певному місці в резонаторі, при наявності стоячої хвилі в резонаторі, в регенераторі виникає різниця температур на протилежних краях. Розміщуючи теплообмінники з двох сторін регенератора, з'являється можливість отримання тепла. Існує і зворотний ефект. При створенні різниці температур на регенераторі, виникає дуже потужна звукова хвиля. Перший приклад являє собою простий тепловий насос, а другий є основною рушійною силою.

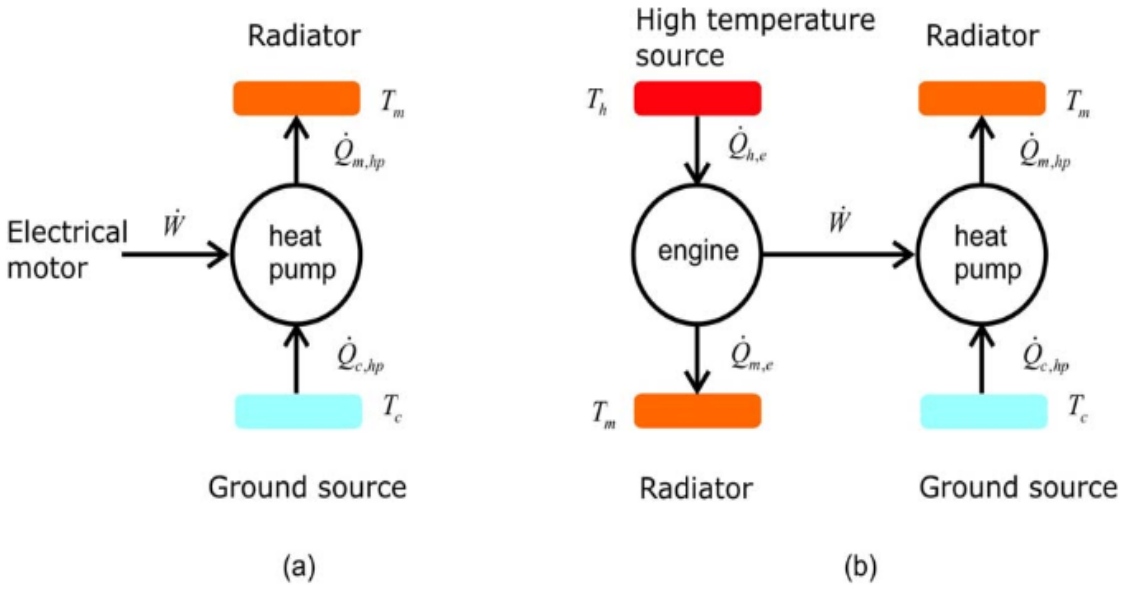


Рис. 3.1 Принципова схема термоакустичного генератора

На рис. 3.1 наведено (a) принцип дії звичайного теплового насоса: за допомогою електродвигуна і компресора тепло перекачується від джерела до радіаторів та (b) ринцип дії термоакустичного теплового насоса: термоакустичний генератор працює на великій різниці температур. Червоним позначено нагрівач, помаранчевим – охолоджувач (наприклад радіатори опалення). Блакитним – джерело геотермального (низько потенційного) тепла.

Процес дуже схожий на цикл Стірлінга, але на відміну від двигуна Стірлінга, тут не використовуються рухомі частини. У термоакустичному двигуні, звукова хвиля управляє стисненням, зміщенням та розширенням робочого середовища гелію. Робоче тіло, таким чином, проходить цикл, який посилює звукову хвилю.

Основною перевагою Термоакустичний теплового насоса є відсутність рухомих частин.

Термоакустичний тепловий насос складається з трьох основних блоків: резонатор (зліва), тепловий насос (посередині), генератор (праворуч).

Резонатор виготовлений у вигляді розширюється металевої труби. Зліва резонатор закритий куполоподібної металевою кришкою, а праворуч з'єднаний з Термоакустичний тепловим насосом.

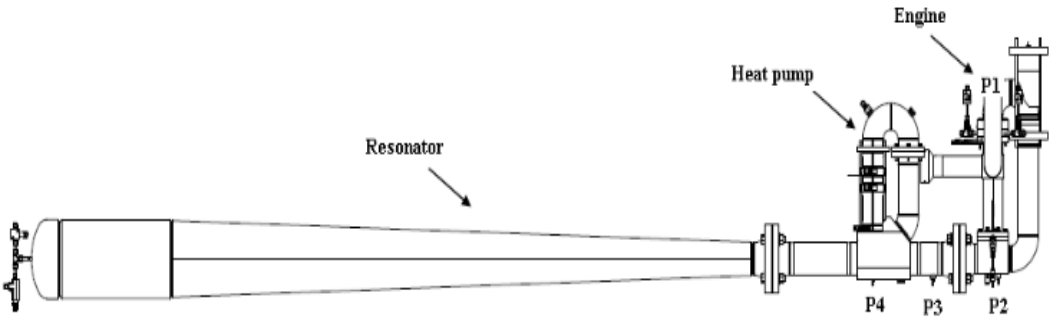


Рис. 4.1 Схематичне зображення конструкції термоакустичного теплового насоса.

Тепловий насос складається з металевої труби згорнутої в кільце. У розріз кільця встановлено гарячий теплообмінник (HHX), регенератор (REG), холодний теплообмінник (CHX), буферна трубка (TBT), вторинний теплообмінник (AHX). Буферна трубка (TBT) забезпечує теплоізоляцію між холодним і вторинним теплообмінником.

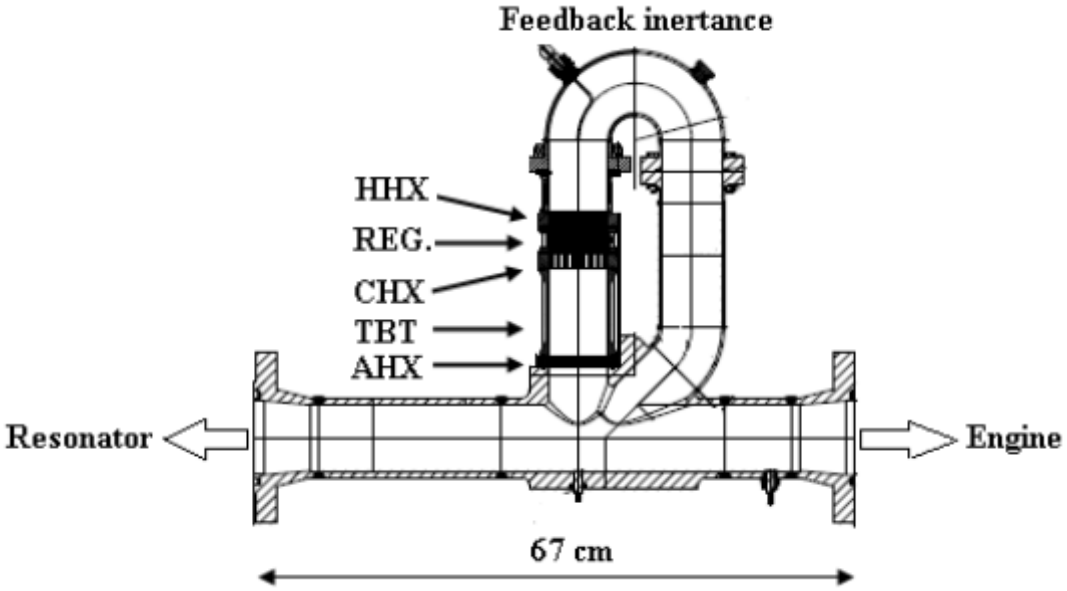


Рис. 5.1.Термоакустичний тепловий насос

Термоакустичний тепловий насос виконує функцію акустичного атенюатора. Акустична потужність генератора використовується для перекачування тепла з CHX в HHX теплообмінник. Акустична система змушує акустичну хвилю, що згенерувала в Термоакустичний двигуні, поширяться проти годинникової стрілки від введення в регенератор через HHX, частково використову-

ється для перекачування тепла проти градієнта температури вздовж регенератора, а інша енергія через CHX додається до потужності, яка подається в двигун на T-з'єднання.

У термоакустичному тепловому насосі, розробленому в ECN, тепло промислових відходів використовується для живлення термоакустичного генератора. Технологія ECN може працювати в широкому діапазоні температур: від -50 до 250 ° C. За словами розробників теплового насоса, 10 кВт прототип, який в даний час проходить тестування буде мастштабуватися до 1 МВт для використання в промисловості.

2 КОЛЕКТИВНІ МОДИ В КВАНТОВИХ І КЛАСИЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Квантові властивості речовини в макроскопічних масштабах проявляються не тільки у вигляді незвичайних явищ або властивостей, таких, як надплинність і надпровідність, але також і у вигляді, здавалося б, менш екзотичних явищ, таких як транспорт електронів в металах і напівпровідниках, теплові явища у твердих тілах, магнітні властивості речовин. До таких властивостей відноситься також і явище «другого» звуку, який обумовлює процес переносу тепла недисипативним чином, на відміну від газів і класичних рідин, де перенесення тепла здійснюється дисипативних чином за рахунок теплопровідності.

Існування температурного хвильового процесу, який був названий другим звуком, вперше було теоретично передбачене в роботі [2]. Експериментально другий звук був виявлений в [3], а в роботі [4] було висловлено припущення про можливість існування хвиль другого звуку в твердих тілах. В роботах [5,6] вперше теоретично були розглянуті хвилі другого звуку в кристалічних твердих тілах. Можливість існування звукових температурних хвиль у феромагнетиках вперше розглядалася в роботах [7, 8], вивчення їх властивостей проводилося в роботах [9-11], в антиферомагнетиках їх існування розглядалася в [12]. В напівпровідниках ці хвилі були вивчені в роботах [13, 14], а в металах – в роботі [15]. Експериментально хвилі другого звуку в твердих тілах спостерігалися у твердому гелії [16, 17], в чистих монокристалах NaF[18, 19], вісмут [22], в сапфірі [21].

Таким чином, що хоча, на перший погляд, недисипативний перенесення тепла в звуковому хвильовому процесі, здається унікальним явищем, притаманним лише екзотичним надплинним рідинам, насправді він описує перенос тепла в кристалічних твердих тілах, магнетиках, надпровідниках, і в інших речовинах, які в даний час все більше використовуються в науці і техніці. Отже, другий звук не є явищем притаманним суто надплинному гелію.

При цьому, слід зазначити, що в більшості робіт предметом досліджень були другий звук і його властивості. Так метою експериментальних дослі-

джень був сам факт існування другого звуку. Найбільш часто використовується методика випромінювання теплового імпульсу певної форми і частоти з подальшою його реєстрацією детектором і основне завдання дослідника зводиться до виділення сигналу який прийшов на детектор на тлі сигналу від дисипативної теплової хвилі або шумів. Швидкість звуку в цьому випадку визначається по вимірюванню часу приходу сигналу, а для вимірювання поглинання визначають зміни амплітуди або форми сигналу як функцію минулої відстані. Така методика особливо часто застосовується при вивченні другого звуку в кристалах, коли йде пошук області існування другого звуку [15-31], або досліджується можливість поширення другого звуку відразу в двох підсистемах квазічастинок у кристалі, наприклад, поздовжніх і поперечних фононів. Необхідність застосування такої методики в твердих тілах багато в чому визначається неідеальністю кристалів. Справа в тому, що якщо навіть кристал вирощений ідеально і не має дефектів решітки, то наявність навіть малої кількості ізотопічних домішок призводить до неможливості поширення другого звуку. Що ж стосується надплинного гелію, то в ньому досягається ситуація, коли всі домішки при таких низьких температурах «вимерзають» і, тому, надплинний гелій є ідеальною речовиною для вивчення другого звуку. Це, зокрема, дозволяє в гелії використовувати стандартні методики дослідження звуку, які на відміну від часу-пролітної методики, з високим ступенем точності дозволяє вимірювати параметри звукової хвилі.

У рідкому гелії використовується резонансна методика, коли в експериментальній комірці збуджується стояча хвиля другого звуку. Швидкість звуку при цьому визначається зі значень резонансних частот, а коефіцієнт поглинання – з ширини резонансних піків. Така методика дозволила провести до теперішнього часу вичерпне вивчення другого звуку в надплинним гелії і в надплинних розчинах ізотопів гелію в усій області існування надплинності, досліджувати область в безпосередній близькості від надплинного переходу, розглянути випадок різних тисків і концентрацій [22-26].

В теоретичних роботах основною метою був розрахунок основних параметрів другого звуку – його швидкості і поглинання, або визначення можливості існування другого звуку [25,26], наприклад залежно від співвідношення між частотою звуку і часів взаємодії квазічастинок гелію між собою .

Теоретичні дослідження другого звуку в твердих тілах в основному пов'язані з визначення так званого «вікна» існування звуку. Мова йде про співвідношення між частотою взаємодії теплових збуджень між собою (нормальні або N-процеси), при яких повний імпульс системи теплових збуджень зберігається і частотою процесів взаємодії теплових збуджень з кристалічною решіткою, коли імпульс фононів передається кристалу. До таких процесів відносяться розсіювання фононів на дефектах решітки і процеси перекидання (U-процеси). Для існування другого звуку необхідно, щоб частота звуку була багато меншої частоти N-процеси, і багато більшої частоти процесів, що змінюють повний імпульс системи фононів. Для цього, принаймні, необхідно, щоб частота нормальних процесів було істотно більше, ніж частота взаємодії фонів з кристалом. Пошук речовин, для яких можлива така ситуація є предметом теоретичних досліджень другого звуку в твердих тілах.

Що ж стосується надплинного гелію, то основні зусилля теоретиків був спрямовані на дослідження особливостей поширення другого звуку в різних підсистемах багатокомпонентного газу теплових збуджень гелію. Справа в тому, що в квазичастиковій моделі надплинного гелію другий звук є звичайним звуком в газі теплових збуджень. В рамках цього підходу був досліджений так званий фононний другий звук, ротонний другий звук, другий звук в газі примесонів - домішкових квазічастинок ^3He в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$. Особлива увага приділялася перехідним режимам від кінетичної межі до гідродинамічного режиму. Це було можливим завдяки використовуваній моделі, в рамках якої на основі системи кінетичних рівнянь для функцій розподілу квазічастинок, обчислюються всі релаксаційні параметри. Такий підхід виявився настільки продуктивним, що дозволив обчислювати швидкість

другого звуку в таких екзотичних системах, як практично одновимірна фононна система, якою є фононні пучки, випромінювані нагрівачем, поміщених у надплинний гелій при практично нульовій температурі.

Аналогічна ситуація склалася і при вивченні дисипативних процесів в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$. Предметом досліджень є дисипативні коефіцієнти-коефіцієнти теплопровідності, дифузії та термодифузії, їх залежності від температури, тиску, концентрації розчину.

Найбільш часто при дослідженнях теплопровідності в розчинах застосовується методика підтримання постійного потоку тепла і визначення виникає при цьому різниці температур. Така ж методика застосовується і при дослідженнях коефіцієнта дифузії. Справа в тому, що потік тепла в стаціонарному випадку визначається коефіцієнтом ефективної теплопровідності, який визначається коефіцієнтом теплопровідності, так і коефіцієнтом дифузії. Отже, в тих областях температури і концентрації, де ефективна теплопровідність повністю визначається дифузією, стандартна методика обчислення відношення потоку тепла до градієнту температури дозволяє визначати коефіцієнт дифузії і не дає інформації про коефіцієнт теплопровідності.

У таких випадках застосовують інші експериментальні методики. Одна з них зводиться до вимірювання часової залежності встановлення стаціонарного градієнта температури при включенні теплового потоку. Другий спосіб полягає в дослідженні другого звуку і, зокрема, вимірюванні коефіцієнта поглинання другого звуку. Так в чистому гелії, в якому неможливе існування стаціонарного градієнта температури, коефіцієнт теплопровідності визначається тільки з даних по поглинанню другого звуку.

Ще одна з областей дослідження теплових процесів в розчинах ізотопів гелію – це вивчення теплових властивостей гелію в обмеженій геометрії. Справа в тому, що істотні залежності довжин вільного пробігу квазічастинок та їх кількості від температури і концентрації дозволяє на експериментах досліджувати найрізноманітніші режими в газі квазічастинок – від балістичного

гідродинамічного режиму до межі. При цьому, виявляються можливим перехідні режими, коли, наприклад, у підсистемі домішок реалізується гідродинамічний режим, а в газі фононів – кінетичний. Так, наприклад, у разі досить низьких температур в розчинах можлива ситуація, коли теплові збудження "вимерзають" і всі властивості розчину визначаються тільки домішками. А в випадку обмеженої геометрії, можливі ситуації, в яких один вид квазічастинок знаходиться в гідродинамічному режимі, а інший переносить тепло від одного кордону до іншого чисто балістичним чином.

Велика кількість експериментів і досить успішне теоретичне пояснення спостережуваних явищ дозволяє зробити твердження про розуміння фізики дисипативних процесів і другого звуку в чистому гелії і надплинних розчинах $^3\mathrm{He} - {}^4\mathrm{He}$.

Однак останнім часом з'являється все більше експериментальних робіт , в яких досліджуються процеси тепло і масопереносу в квантових рідинах, причому основна увага приділяється не параметрами, які характеризують ці процеси, а тимчасової і просторової еволюції термодинамічних величин – температури, концентрації та гідродинамічної швидкості. Основною трудністю при вивченні явищ тепло і масопереносу в рідинах є необхідність одночасного врахування всіх мод – і акустичних і чисто дисипативних - для вичерпного опису еволюції системи.

Тут слід зазначити, що перенесення тепла в звуковий моді чи маси в тепловій хвилі не є особливістю надплинних розчинів, а притаманний і звичайним рідин і газів. Розглянемо особливості процесів перенесення тепла в інших речовинах.

В звичайних рідинах і газах, на відміну від надплинних рідин, процеси перенесення маси та ентропії визначаються рухом речовини і тому, відбуваються з однаковою швидкістю – зі швидкістю руху речовини $\boldsymbol{V}$.

Напишемо рівняння збереження маси (безперервності) і рівняння перенесення тепла без урахування в'язкості

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{V} = 0, \\ \dfrac{\partial \rho s}{\partial t} + \operatorname{div} \rho s \mathbf{V} = \dfrac{1}{T} \operatorname{div}(\kappa \nabla T). \end{cases} \quad (1)$$

Тут величина ρ – щільність; s – ентропія одиниці маси; κ – коефіцієнт теплопровідності.

У разі нерухомого середовища і в нехтуванні коефіцієнтом теплового розширення з цих рівнянь при обліку рівняння Ейлера отримуємо таке рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T. \quad (2)$$

Тут $\chi = \kappa / C_V$ - відношення коефіцієнта теплопровідності до теплоємності при постійному обсязі (коефіцієнт температуро-провідності).

Таким чином, температурні хвилі в класичних рідинах і газах є чисто дисипативними.

Якщо ж коефіцієнт теплового розширення речовини відмінний від нуля, що будь-який нагрів призведе до зменшення щільності речовини в місці нагріву. Це відхилення щільності буде поширюватися по речовині зі швидкістю звуку. І в тих місцях речовини, в які дійде це розрідження щільності, температура буде підвищена. Таким чином, початкове збурення температури буде поширюватися по речовині, як за рахунок теплопровідності, так і за рахунок звуку. Для того, щоб вирішити задачу про таке поширення тепла, потрібно виходити з повної системи гідродинамічних рівнянь.

Таким чином, в звичайних рідинах і газах можливий теплоперенос в звуковий моді, і відносний внесок цього ефекту визначається коефіцієнтом теплового розширення речовини. Очевидно, що облік цього механізму необхідний, особливо, поблизу критичних точок, де коефіцієнт теплового розширення може прагнути до нескінченності.

Тепер перейдемо до розгляду твердих тіл. Перенесення тепла в кристалах здійснюється так званими фононами (квантами звуку) тепловими збудженнями кристалічної решітки. Сама решітка при цьому залишається нерухомою, тобто перенесення маси відсутня.

Тепер перейдемо до розгляду твердих тіл. Перенесення тепла в кристалах здійснюється так званими фононами (квантами звуку) тепловими збудженнями кристалічної решітки. Сама решітка при цьому залишається нерухомою, тобто перенесення маси відсутня.

Рівняння для газу фононів виписуються в газодинамічній моделі і являють собою рівняння Ейлера і теплопровідності

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho \mathbf{V}}{\partial t} + S\nabla T = -r\rho\mathbf{V} \\ \dfrac{\partial T}{\partial t} + \dfrac{S}{C}\mathrm{div}\mathbf{V} = \chi\Delta T \end{cases} \tag{3}$$

Тут S і C - ентропія і теплоємність одиниці об'єму; r - ефективний коефіцієнт тертя, що описує взаємодію фононів з гратами. В ідеальних кристалах, коли тертя практично відсутня, тепло поширюється по кристалу чисто звуковим чином [19-22]. У разі великого коефіцієнта тертя перенесення тепла набуває дифузійний характер.

Що стосується переносу маси, або концентрації домішок, то до останнього часу вважалося, що він повинен проходити тільки дисипативних чином за рахунок дифузії домішок. Однак в останніх експериментах, присвячених розшаруванню метастабільних твердих розчинів $^3\mathrm{He} - {}^4\mathrm{He}$, було виявлено абсолютно незвичайне явище-асиметрія фазового розшарування. Виявилося, що процес утворення нових крапель чистого $^3\mathrm{He}$ в метастабильном розчині відбувається дуже довго (буквально годинами). Такий великий час цілком відповідало величині коефіцієнта дифузії $^3\mathrm{He}$ в кристалі $^4\mathrm{He}$.

У теж час, зворотний процес розшарування відбувався набагато швидше – за лічені хвилини, і тому ніяк не міг бути пояснений дифузією. Цей ефект

досі не отримав достатньо повного теоретичного пояснення і цілком міг бути пояснений звуковий релаксацією концентрації ^{3}He, тим більше, що окремі атоми ^{3}He рухаються в кристалі ^{4}He як вільні частки.

Повернемося до розгляду процесів тепло і масопереносу в надплинних розчинах $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$, які є предметом дослідження цієї дипломної роботи .

У надплинних розчинах перенесення ентропії і тепла здійснюється лише частиною рідини, так званої нормальної компонентою. З цією ж частиною рідини рухаються і всі домішки. Інша частина надплинного розчину, так звана надплинна компонента, рухається без дисипації і тепло не переносить.

Таким чином, надплинні розчини квантових рідин $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$ поєднують особливості перенесення тепла і маси, які притаманні як класичним рідинам і газам, так і твердим тілам, надпровідникам і магнетикам.

Ще однією особливістю надплинні розчини $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$ є той факт, що обурення температури і концентрації переносяться одночасно двома нормальними модами і відносний внесок кожної з цих мод істотно залежить від умов експерименту.

Однією з таких мод є акустична мода другого звуку, яка існує і в чистому ^{4}He і в розчинах $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$. Незважаючи на те, що другий звук часто називають «температурної» або «ентропійної» хвилею, при досить низьких концентраціях саме другий звук описує релаксацію збурень концентрації ^{3}He.

У теж час, в надплинних розчинах $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$, на відміну від чистого ^{4}He, поряд з цією звуковою хвилею, виникає ще одна, суто дисипативна мода, яка також визначає релаксацію температури і концентрації розчину. У цій моді еволюція збурень температури і концентрації визначається теплопровідністю, термодифузією і масовою дифузією розчину. Нагадаємо, що до теперішнього часу докладно вивчені в теорії і на експерименті основні параметри цієї моди – дисипативні коефіцієнти надплинних розчинів $^3\mathrm{He}-{}^4\mathrm{He}$. Можна вважати, що вже проведені ґрунтовні експериментальні дослідження і побудовані прак-

тично завершені кінетичні теорії таких процесів, як процес теплопровідності, дифузії і термодифузії.

Одночасне існування двох мод відповідальних за встановлення рівноваги по температурі і концентрації вимагає одночасного врахування при описі різних процесів релаксації в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$.

Це послужило поясненню тому факту, що цілий ряд актуальних завдань про перенесення тепла і маси в цих розчинах залишився не вирішеним до теперішнього часу, незважаючи на велику кількість експериментів, проведених в цій області, і, незважаючи на наявність результатів експериментів, які не отримали досі задовільного пояснення.

Серед них завдання про встановлення стаціонарного нерівноважного стану при включенні потоку тепла на відрізку , задача о фазовому переході першого роду в пересичених надплинних розчинах $^3He - {}^4He$.

Одним з процесів, який обумовлений одночасною релаксацією температури і концентрації, є фазове розшарування пересичених надплинних розчинів $^3He - {}^4He$. В даний час існує два види моделей для опису зародкоутворення нової фази. У першій з них, як при паротворенні в газах, вважається, що дисипативні процеси не впливають на утворення нової фази. У другому з видів моделей передбачається, що як і в нормальних рідинах, дифузія є основним процесом, який відповідальний за перенесення домішок. Така модель, зокрема, використовувалася в роботі , що поклала початок кінетичної теорії метастабільних розчинів $^3He - {}^4He$.

Однак, подальші експериментальні і теоретичні дослідження довели, що другий звук поряд з дисипативними процесами також повинен прийматися до уваги при описі фазового розшарування метастабільних розчинів $^3He - {}^4He$. У цих експериментах досліджувалися процеси фазового розшарування пересичених розчинів, які виявляються в метастабільній області. В результаті обробки результатів цих експериментів виявилося, що система веде себе нехара-

ктерним для дисипативних процесів. Система при прагненні до термодинамічному рівноважного стану не зупинялася в цьому стані, а проходила через нього, здійснюючи потім зворотний рух до стану термодинамічної рівноваги.

Такий тип релаксації абсолютно не характерний для дисипативних процесів, а скоріше може бути спостерігатися у хвильових процесах з дуже великим коефіцієнтом загасання (так звані, сильно демпфіровані коливання). Спроба пояснити цей результат вперше поставила питання про роль другого звуку в процесах переносу концентрації в надплинних розчинах, і стала першим кроком у дослідженнях, результати яких наведені в цій дипломній роботі.

Ще одним видом експериментів, результати яких не отримали вичерпного теоретичного пояснення, є завдання щодо тимчасової еволюції (включення, виключення і періодичних коливаннях) теплових потоків в гелії в тих умовах, коли необхідний облік обох мод. До таких експериментів відносяться, наприклад, експерименти по включенню і подальшої еволюції теплового потоку в надплинних розчинах , а також роботи, в яких поряд зі надплинним гелієм присутній нормальне речовина, в якому тепло розповсюджується тільки за рахунок теплопровідності. До таких систем відносяться численні двошарові системи, наприклад, такі як розпавшийся метастабільний розчин $^3He - {}^4He$, в якому виділилася нова фаза чистого ^3He, або системи, що містять чистий гелій поряд з детектором або нагрівачем кінцевого розміру.

Процеси випромінювання тепла в надплинним гелії розглядалися в теорії постановкою відповідних граничних умов або на потік тепла, або на температуру кордону гелія. При цьому, експериментальні методики в основному полягали у використанні провідника, по якому пропускався електричний струм заданої форми або частоти. Питання про те, яка гранична умова – на температуру або на потік тепла – не розглядалося. Відповідь на це питання визначається величиною теплової хвилі в матеріалі джерела тепла, опором Капіци і відносним тепловим імпедансом кордону нагрівач гелій.

Аналогічна ситуація мала місце і в детекторах. Залежно від механізмів, що лежать в основі роботи того чи іншого детектора, відбувається вимір або потоку тепла або температури. Наявність випромінювача і детектора кінцевих розмірів можуть суттєво вплинути на процеси поширення тепла в гелії і можливе такий вплив є одним із завдань , вирішених у цій дипломній роботі.

Вивчення резонансів другого звуку в таких системах було викликано інтересом дослідників до результатів недавніх експериментів по електричній активності надплинного гелію і призвело до виявлення незвичайного поведінки резонансів, що є одним з результатів даної дипломній роботи. Відзначимо, що в циклі робіт також була виявлена незвичайна форма резонансів. На тлі досить гладкою частотної залежності амплітуди сигналу в точці резонансу (точці, що відповідає резонансній частоті) виникав або різкий дуже вузький пік, або вузький глибокий провал. Така форма резонансів не отримала теоретичного пояснення, але слід зазначити, що знайдене в цій роботі поведінку резонансів другого звуку в двошарових системах складаються з шару надплинного гелію і нормальної речовини, що якісно відповідає поведінці резонансів, що спостерігається в роботах .

Таким чином, в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$ спостерігається велика кількість явищ, опис цих явищ в гелії вимагає врахування всього набору можливих шляхів релаксації. Так, наприклад, при включенні і виключенні теплового потоку необхідно враховувати релаксацію концентрації, а при дослідженні розшарування пересичених метастабільних розчинів $^3He - {}^4He$, необхідно враховувати релаксацію температури. Можливо з цієї причини, цілій низці результатів експериментів досі не було дано задовільного теоретичного пояснення.

Темою даної дипломної роботи є розвиток теоретичної моделі для опису одночасної релаксації температури і концентрації в надплинні розчинах $^3He - {}^4He$.

Вперше параметри моди другого звуку і дисипативні моди були обчислені в роботах і на основі рівнянь гідродинаміки надплинних розчинів .

Слід зазначити, що метою піонерських робіт було дослідження процесів перенесення тепла і маси, а дослідження розсіювання світла в розчинах гелію. Справа в тому, що коефіцієнт розсіювання світла визначається кореляцією щільність-щільність, яка залежить від всіх гідродинамічних мод речовини. У надплинних розчинах це перший звук, другий звук і дисипативна дифузійна мода. З цієї причини в цих роботах не ставилося завдання про визначення амплітуд гідродинамічних величин в кожній з мод і, отже, не розглядалося завдання про релаксацію довільного початкового обурення гідродинамічних величин.

При наднизьких температурах, коли вкладом теплових збуджень можна знехтувати, дослідження дисипативної моди проводилося на основі кінетичного рівняння для газу домішкових квазічастинок в гідродинамічному наближенні . У цих роботах були отримані дисперсійні рівняння для хвилі другого звуку і дисипативної моди в системі домішкових збуджень у відсутність фононів і в разі балістичного режиму в фононної підсистеми. Крім того, в цих роботах було показано, що при наднизьких температурах, коли внеском фононів можна знехтувати, система рівнянь гідродинаміки надплинних розчинів $^3\mathrm{He} - {}^4\mathrm{He}$ стає ідентичною системі рівнянь гідродинаміки для класичних рідин.

Можливість застосування класичної системи рівнянь гідродинаміки для опису одночасної концентрації в надплинних розчинах $^3\mathrm{He} - {}^4\mathrm{He}$ при наднизьких температурах і релаксації температури описано в . У цій роботі, користуючись відповідністю систем рівнянь, б ула визначена роль коефіцієнта теплового розширення в процесах переносу маси в тепловій моді і тепла в звуковий моді в класичних рідинах, побудована повна система гідродинамічних мод і визначені параметри цих моделей.

У роботі були отримані аналітичні вирази, які враховують внесок у перенесення тепла і концентрації в надплинні розчинах $^3He - {}^4He$ при наднизьких температурах, як моди другого звуку, так і чисто дисипативний моди у разі миттєвого точкового джерела тепла нескінченної одновимірної середовищі. Крім того, в роботі було показано, що та частина обурення, яка релаксує в чисто дисипативної моді, залишається на місці поступово, в міру дифузії, розмиваючись по розчину. Та частина обурення, яка еволюціонує допомогою акустичної моди, рухається вліво і вправо зі швидкістю другого звуку, поступово затухаючи в міру коефіцієнта поглинання другого звуку.

Задача про встановлення постійного градієнта температури на відрізку в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$ при наднизьких температурах при включеному тепловому потоці вирішена в [10]. Також у цій роботі показується, що умови вирішеною завдання максимально наближені до умов експерименту по включенню і подальшої еволюції теплового потоку в надплинні розчинах , і проводиться порівняння експериментальних даних з теоретичними розрахунками.

Вивчення вкладу звукової і чисто дисипативної моди в тепловий потік на відрізку з включеним потоком тепла проводиться в [11].

Еволюція початкового δ-образного збурення концентрації і початкового δ-образного збурення температури в надплинних розчинах $^3He - {}^4He$ при довільних температурах і концентраціях ^3He в нескінченної одновимірної середовищі вивчається в роботі [12], де крім теплопровідності враховуються ще процеси дифузії і термодифузії. Також у цій роботі виявлено і усунуто неузгодженість порядку щодо хвильового вектора власних векторів і власних значень матриці системи рівнянь гідродинаміки для надплинних розчинів $^3He - {}^4He$, знайдених раніше. Крім того, в [15] вперше отримано вираз для чисто дисипативної складової швидкості відносного руху нормальної і

надплинної компонент у разі початкового δ -образного збурення температури і початкового δ -образного збурення концентрації.

Вплив термодинамічних параметрів на відносний внесок звукової і чисто дисипативної мод в релаксацію температури і концентрації в нескінченній одновимірної середовищі в разі миттєвого точкового джерела тепла або концентрації вивчено в роботі [20]. Там же визначаються температури і концентрації, при яких внесок кожної з мод буде основним. Теоретичний опис результатів експерименту також дається в [18].

У роботі [17] створюється математична модель для опису переносу тепла в одномірної двошаровій області, де в якості одного з шарів виступає рідкий гелій, а інший шар служить нагрівачем, в якому генерується періодично коливний потік тепла. У роботах отримана просторово-тимчасова залежність для температури і теплового потоку в нагрівачі і гелії. Знайдено довжини звукової і чисто дисипативної хвиль в гелії. Вивчається вплив товщини нагрівача на тепловий потік в гелії.

Можливість застосування результатів, отриманих у [14] для опису експериментів з вивчення електричної активності гелію в стоячій хвилі другого звуку обговорюється в роботах [23, 25].

Подальше дослідження двошарових систем типу нагрівач-гелій проводиться в [26]. У цій роботі вивчається вплив товщини нагрівача на частоту резонансів другого звуку в гелії. Також вивчається вплив граничних умов на правому кінці системи на парність резонансних гармонік. Крім того, проводиться теоретичне дослідження показань барометра, що знаходиться в гелії на кінці осередку, протилежному тому, де знаходиться нагрівач. Наведено докази того, що можлива ситуація, коли показання одометра відповідають не зміні температури, а зміні теплового потоку.

Опис одновимірної двошарової системи, де в якості одного з шарів виступає надплинний гелій, а другий шар є звичайною речовиною кінцевої товщини, але при цьому не випромінює тепла, вперше наведено в роботі [27]. Там

же вперше отримана залежність від часу і координат температури і теплового потоку в гелії в цьому випадку. Крім того, вивчається вплив шару звичайної речовини на характеристики резонансів другого звуку в гелії. Розглядається граничний випадок, коли довжина теплової хвилі в шарі звичайної речовини багато більше, ніж товщина його шару. Виявлені резонанси непарних гармонік температури, що мають незвичайну форму, які виникають в цьому випадку і отримані вирази для них поблизу резонансної частоти.

В роботі [29] продовжено дослідження двошарової системи типу гелій-детектор. Виявлено, що при зміні співвідношення між товщиною детектора і довжини теплової хвилі в ньому, змінюється парність резонансних гармонік в гелії. Розглядався граничний випадок, коли довжина теплової хвилі в детекторі багато менше, ніж його товщина. Виявлені резонанси парних гармонік теплового потоку, що мають незвичайну форму, які виникають у цьому випадку і отримані вирази для них поблизу резонансної частоти. При цьому виявилося, що амплітуда резонансу потоку тепла залежить тільки від амплітуди зовнішнього джерела тепла і нормованої частоти цього джерела. Таким чином, максимальне і мінімальне значення резонансу не змінюється з шириною резонансу і має постійне, щодо амплітуди зовнішнього джерела тепла значення. Можливість експериментального виявлення незвичайних резонансів температури і теплового потоку в надплинному гелії, як частини системи гелій-детектор вивчалася в роботі [30]. Також там досліджувалися параметри, за допомогою яких можна змінювати парність резонансних гармонік другого звуку. У цих роботах було показано, парність резонансних гармонік визначається відношенням між довжиною теплової хвилі в матеріалі детектора і товщиною детектора.

При цьому був виявлений і описаний незвичайний резонанс температури, який виходить при прагненні частоти зовнішнього джерела тепла до нескінченності.

Сумісна звукова і дисипативна релаксація в надплинних розчинах з урахуванням дифузії та термодифузії на відрізку при включеному тепловому потоці вивчалася в роботах [31]. В результаті вирішення цього завдання були визначені умови експерименту, яких можливе передбачене теорією осцилююче встановлення стаціонарного градієнта температури.

3 ЗБУДЖЕННЯ КОЛИВАНЬ КОНЦЕНТРАЦІЇ І ТЕМПЕРАТУРИ, ТІЛАМИ ЯКІ КОЛИВАЮТЬСЯ В НАДПЛИННИХ РОЗЧИНАХ $^3He - {}^4He$ НЕ МАЛОЇ КОНЦЕНТРАЦІЇ

Використання осцилюючого кварцового камертона в чистому надплинному гелії (HeII) стало одним з плідних методів вивчення явищ переносу за останні десять років [13-23]. У цих експериментах було виявлено багато цікавих і незвичайних особливостей, включаючи, наприклад, перехід до режиму квантової турбулентності [24, 25].

У недавніх роботах [26] і [27], були представлені результати нових експериментів з осцилюючим кварцовим камертоном, зануреним в надплинні розчини $^3He - {}^4He$ з концентраціями до 15 % ^3He.

Ці розчини мають деякі властивості, які відрізняються від властивостей чистого гелію. Одним з них є наявність квазічастинок при будь-яких температурах, включаючи температури, близькі до нуля (квазічастинок ^3He). Іншою особливістю є дуже мала величина типового часу взаємодії між квазічастинками ^3He, тому газ цих квазічастинок завжди можна розглядати у гідродинамічному наближенні. Зокрема, це припущення справедливе при відносно високих концентраціях 10-15%, при яких проводилися експерименти [26] і [27].

У цьому межі осциляції твердої стінки, наприклад, кварцових камертонів можуть викликати не тільки випромінювання першого звуку, але і випромінювання другого звуку [28] і теплової хвилі. Справа в тому, що теплопередача в надплинних сумішах $^3He - {}^4He$ має ряд особливостей. Одна з них полягає в тому, що в цих сумішах збудження концентрації і температури релаксують як у хвилі другого звуку, так і в дисипативної дифузійної хвилі [29 – 31]. Мета цієї роботи-з'ясувати, за яких умов осциляції твердої стінки збуджують перший і другий звуки, генерують дисипативну хвилю, і визначити вклади цих процесів в загасання коливань камертона.

3.1 Дисперсійне рівняння для нормальних мод надплинні розчинів

Для того, щоб розв'язати задачу про випромінювання другого звуку і теплової хвилі яка коливається твердою стінкою, будемо виходити з повної системи гідродинамічних рівнянь для надплинних розчинів [32, 33] з відповідними експерименту граничними умовами.

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \\ \dfrac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \nabla P = 0, \\ \dfrac{\partial \rho\sigma}{\partial t} + \operatorname{div}\left(\rho\sigma \, \vec{v}_{\mathrm{n}} + \dfrac{\vec{q}}{T} \right) = 0, \\ \dfrac{\partial \vec{v}_{\mathrm{s}}}{\partial t} + \nabla(\mu - \dfrac{Z}{\rho} c) = 0, \\ \dfrac{\partial \rho c}{\partial t} + \rho c \operatorname{div} \vec{v}_{\mathrm{n}} = 0, \end{cases} \tag{4}$$

Тут ρ описує повну густину розчину, $\vec{j}$ - щільність імпульсу, P- тиск, σ- ентропії одиниці маси, c - концентрація ^{3}He, μ – хімічний потенціал розчину, і Z - хімічний потенціал, обумовлений розчиненим ізотопом ^{3}He. Величини v_n, v_s – швидкості нормальної і надплинної компонент, відповідно. Щільність ρ пов'язана з густинами нормальної ρ_n і надплинною ρ_sкомпонент розчину співвідношенням $\rho = \rho_n + \rho_s$ а щільність потоку маси j пов'язана з швидкостями v_n і v_s співвідношенням $j = \rho_n v_n + \rho_s v_s$.

З дисипативних процесів ми враховуємо тільки процес переносу тепла за рахунок теплопровідності, і відповідний дисипативний потік тепла визначаємо звичайним співвідношенням

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T, \tag{5}$$

де κ - коефіцієнт теплопровідності розчину.

Випромінювання першого і другого звуків твердою стінкою досліджувалося в роботах [29] виходячи з системи (4) без урахування дисипативного по-

току тепла. Слідуючи робіт [29] і [32], в якості незалежних змінних вибираємо тиск P і ентропію σ. Далі проводимо процедуру лінеаризації системи (4), представляючи термодинамічні величини у вигляді суми рівноважних значень і малих добавок: $P = P_0 + P'$ і т.п. Ці малі добавки, а також швидкості нормальної надплинної компоненти , представляємо у вигляді плоских хвиль пропорційних $exp(ikx - i\omega t)$, що рухаються вздовж осі x, яка спрямована по нормалі до коливної площині.

В результаті перетворень система (4) отримуємо два рівняння, які пов'язує між собою коливання тиску і ентропії:

$$\begin{cases} \left[1-\dfrac{k^2c_1^2}{\omega^2}\right]\dfrac{P'}{\rho_0 c_1^2} = -\bar{c}G\dfrac{\sigma'}{\sigma_0} \\ \left[\dfrac{k^2c_{II}^2}{\omega^2}-1\right]G\dfrac{\sigma'}{\sigma_0} = \bar{c}\dfrac{\rho_s}{\rho_n}\dfrac{k^2c_1^2}{\omega^2}\dfrac{P'}{\rho_0 c_1^2} \end{cases} \tag{6}$$

Тут введені величини характеризують властивості надплинних розчинів:

$$c_1^2 = \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_{T,c}$$

– величина, що характеризує швидкість першого звуку;

$$c_{II}^2 = \frac{c_{2\varepsilon}^2}{1+i\Gamma} + c_{2N}^2$$

– величина, яка визначає параметри другого звуку;

$$c_{2\varepsilon}^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n}\frac{\bar{\sigma}^2 T}{c_P},\ c_{2N}^2 = \frac{\rho_s}{\rho_n}c^2\left(\frac{\partial(Z/\rho)}{\partial c}\right)_{T,P},\ \bar{\sigma} = \sigma(1-\tilde{\sigma}),\ c_P = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial T}\right)_{P,c}$$

і безрозмірні похідні за концентрацією:

$$\tilde{\sigma} = \frac{c}{\sigma}\left(\frac{\partial \sigma}{\partial c}\right)_{P,T} \text{ и } \bar{c} = \frac{c}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial c}\right)_{P,T}.$$

Множник $G = (1+i\Gamma)/(1+i\Gamma\tilde{\sigma})$, а параметр Γ визначає дисипативну моду, а також внесок теплопровідності в поглинання звуків:

$$\Gamma = \frac{k^2}{\omega}\frac{\kappa}{c_P}. \tag{7}$$

З умови сумісності системи рівнянь (6) отримуємо шукане дисперсійне рівняння:

$$\left[\frac{\omega^2}{k^2} - c_1^2\right]\left[c_{II}^2 - \frac{\omega^2}{k^2}\right] = -\beta\frac{\omega^2}{k^2}c_1^2, \tag{8}$$

де:

$$\beta = \bar{c}^2\frac{\rho_s}{\rho_n}. \tag{9}$$

Це рівняння, як і слід було очікувати з кількості рівнянь у системі (4) є рівнянням п'ятого порядку щодо ω, і, отже, описує п'ять нормальних мод. При отриманні співвідношення (8) коефіцієнт теплового розширення розчину покладався рівним нулю $(\partial\rho/\partial T) = 0$. Таке наближення справедливо для неслабких $(c > 0{,}1)$ розчинів і дозволяє приділити основну увагу генерації другого звуку і теплової хвилі хитаються тілами за рахунок взаємної залежності щільності і концентрації, яка кількісно описується коефіцієнтом $\bar{c} = (c/\rho)(\partial\rho/\partial c)$.

Явні аналітичні рішення рівняння (8) наведемо для простоти в наближенні малості відносини

$$\frac{c_2^2}{c_1^2} = \frac{c_{2\varepsilon}^2 + c_{2N}^2}{c_1^2} << 1,$$

визначається квадратом відносини швидкостей другого і першого звуків.

Для акустичних рішень, коли $\omega \sim k$, із співвідношення (8) отримуємо дисперсійні співвідношення для першого і другого звуку:

$$\omega^2 = u_{1,2}^2 k^2, \tag{10}$$

Де:

$$u_1^2 = c_1^2(1+\beta) \tag{11}$$

- квадрат швидкості першого звуку, і

$$u_2^2 = \frac{c_2^2}{1+\beta} \tag{12}$$

– квадрат швидкості другого звуку.

П'ятий корінь рівняння (8) відповідає тепловій дисипативній моді, для якої характерна квадратична залежність частоти від хвильового вектора:

$$\omega = -i\frac{c_{2N}^2}{c_2^2}\frac{\kappa}{c_P}k^2. \tag{13}$$

Рівняння (8) переходить в дисперсійне рішення, отримане в [27] тільки для випадку акустичних мод. У загальному випадку, коли необхідно враховувати дисипативні процеси, співвідношення (8) відповідає результатам робіт, [28,29, 33-35] де досліджувалась повна система гідродинамічних мод в надплинні розчинах.

3.2 Відносні амплітуди коливань параметрів розчинів

Для подальшого дослідження випишемо співвідношення між амплітудами параметрів розчину, які були отримані при переході від вихідної системи рівнянь (4) до рівнянь (6). Так, коливання температури і концентрації повністю коливаннями ентропії:

$$\frac{T'}{T_0} = \frac{\bar{\sigma}}{c_P}\frac{1}{1+i\Gamma\tilde{\sigma}}\frac{\sigma'}{\sigma_0} \qquad \text{и} \qquad \frac{c'}{c_0} = G\frac{\sigma'}{\sigma_0}. \tag{14}$$

Коливання щільності визначаються як тиском, так і ентропії в міру коефіцієнта $\bar{c}$:

$$\frac{\rho'}{\rho_0} = \frac{P'}{\rho_0 c_1^2} + \bar{c}G\frac{\sigma'}{\sigma_0}. \tag{15}$$

Співвідношення для амплітуд швидкостей виявляються залежними від частоти та хвильового вектора і мають наступний вигляд для швидкості надплинної компоненти:

$$v_s = \frac{k}{\omega}\left[c_1^2(1+\bar{c})\frac{P'}{\rho_0 c_1^2} - \frac{\rho_n}{\rho_s}c_{II}^2 G\frac{\sigma'}{\sigma_0}\right], \tag{16}$$

і для швидкості нормальної компоненти:

$$v_n = \frac{\omega}{k}\left[(1+\bar{c})G\frac{\sigma'}{\sigma_0} + \frac{P'}{\rho_0 c_1^2}\right]. \qquad (17)$$

3.3 Відносні втрати енергії коливною стінкою

Знайдені відносини між амплітудами термодинамічних величин дозволяють визначити відносні втрати енергії коливної стінкою в кожній з нормальних мод.

Для вирішення цього завдання необхідно виписати граничні умови на коливну стінку для амплітуд відповідних величин

$$\begin{cases} v_{sx} = v_0 \\ v_{nx} = v_0 \\ Q_{nx} = Q_0 \end{cases}. \qquad (18)$$

Тут v_0 – амплітуда швидкості коливань стінки,

$$\mathbf{Q} = (Zc + ST)\mathbf{v}_n + \mathbf{q}$$

– повний потік тепла,

$$Q = (Zc + ST)v_0 + q_K$$

- потік тепла на кордоні твердого тіла-гелій, де

$$q_K = r(T - T_0)$$

– потік тепла, обумовлений різницею температур твердого тіла і гелію, і коефіцієнт r – опір Капіци.

Наявність граничних умов (18) також забезпечує відсутність потоку домішок через кордон в наближенні малої ефективності дифузії, яке розглядається в цій дипломній роботі.

Тепер, за аналогією з роботами [20] і [15] з (14) – (17) висловлюємо амплітуди коливань нормальної швидкості і температури через амплітуди надплинної швидкості і, використовуючи ці співвідношення в системі (18), знаходимо зв'язок амплітуди всіх величин з величиною амплітуди швидкості коли-

вань стінки. Це дозволяє знайти шукані відносини втрат енергії коливною стінкою у всіх модах.

Зокрема, відношення потоків енергії в хвилі другого звуку I_2 до потоку енергії в хвилі першого звуку I_1 виявляється рівним

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{\rho_s}{\rho_n} \bar{c}^2 \frac{u_2}{u_1}. \tag{19}$$

Цей результат збігається з результатом роботи [27], де робився висновок про малість цього ставлення. Однак тут слід зазначити, що для розчинів з концентрацією більше 10% величина (19) не є малою величиною, особливо при досить низьких температурах. В цьому випадку щільність надплинної компоненти на порядок перевищує щільність нормальної компоненти, що компенсує щодо швидкостей звуків, а для оцінки величини $\bar{c}^2$ показують, що вона може досягати величини 0,4. Таким чином, коливається стінка може досить ефективно випромінювати другий звук. Такий результат узгоджується з спостережуваними в експерименті [15] додатковими втратами енергії в розчині з 15% ^{3}He, які, при цьому, ростуть зі зниженням температури.

Втрати енергії W_T коливної стінкою за рахунок теплової хвилі визначаються дисипацією за рахунок теплопровідності в пристінковому шарі, товщина якого дорівнює довжині теплової хвилі

$$\lambda_T = \left(\frac{1}{\omega} \frac{\kappa}{c_P} \right)^{1/2}. \tag{20}$$

Відношення втрат W_T до потоку енергії в хвилі другого звуку обчислюється за допомогою дисипативної функції розчину [32] і виявляється рівним

$$\frac{W_T}{I_2} = \left(\frac{c_P}{\bar{\sigma}} \right)^2 \frac{c_{2\varepsilon}^2}{u_2^2} \left(\frac{\omega \kappa}{c_P u_2^2} \right)^{3/2}. \tag{21}$$

Результат (21) показує, що втрати енергії коливною стінкою за рахунок теплової хвилі менше потоку енергії в випромінюваної при цьому хвилі другого звуку. Тому внесок дисипативної хвилі стає істотним, якщо в експеримен-

тах пригнічують якимось чином випромінювання звукових хвиль. Одна з таких методик широко використовується в експериментах з кварцовим камертоном [14, 15]. У цих роботах для придушення випромінювання звукових коливань, кварцовий камертон поміщається в тверду оболонку відповідного розміру. В таких умовах необхідно враховувати повний набір нормальних мод розчину, включаючи теплову хвилю, яка генерується коливним камертоном.

Висновок

У цьому розділі проведено дослідження збудження коливань концентрації і температури в хвилях першого, другого звуків і теплової хвилі коливними тілами в надплинних розчинах $^3\mathrm{He} - {}^4\mathrm{He}$ з не малою концентрацією перевищує 10% $^3\mathrm{He}$. Із загальної системи гідродинамічних рівнянь розчинів (4) отримані дисперсійні співвідношення (10) для хвиль першого (11) і другого (12) звуків і для дисипативної теплової хвилі (13). Визначено співвідношення між амплітудами в цих модах (6), (14) – (17). Вирішена задача про втрати енергії коливної стінкою у всіх нормальних модах і визначені відносини втрат енергії в хвилі другого і першого звуків (19), а також в тепловій хвилі і хвилі другого звуку (21). Ці результати дозволили дослідити можливість випромінювання другого звуку і теплової дисипативної хвилі коливним камертоном, ефективність такого випромінювання в залежності від концентрації розчину і можливий вплив цього випромінювання на загасання коливань камертона, яке спостерігається в експериментах.

4 ТЕОРЕТИЧНЕ РІШЕННЯ

Дамо аналітичний розгляд величини $\bar{C}$, яка визначає коефіцієнт акустичних хвиль, а також ефективність випромінювання теплових хвиль твердими тілами які коливаються .

Припустимо, що рівноважна кількість атомів ^4He дорівнює N_4, та змінимо кількість на величину ΔN_4:

$$N_4 \to N_4 + \Delta N_4$$

При постійному N_3 маємо:

$$\bar{C} = \left(\frac{c}{\rho}\right)\left(\frac{\partial \rho}{\partial c}\right) = \frac{c_1}{\rho_1} \cdot \frac{\rho_2 - \rho_1}{c_2 - c_1} \tag{22}$$

$\bar{C}$- коефіцієнт перетворення коливань концентрації і коливань щільності в розчині $^3\text{He} - {}^4\text{He}$.

У формулі (22)

$$\rho_1 = \frac{m_3 N_3 + m_4 N_4}{V_3 N_3 + V_4 N_4}$$

– густина розчину, яка містить N_4 - атомів гелію ^{4}He, N_3 -містить атомів гелію ^{3}He, V_3- об'єм, який займає атом ^{3}He у розчині, V_4 - об'єм, який займає атом ^{4}He у розчині, m_3 - маса атомів гелію ^{3}He, m_4 - маса атомів гелію ^{4}He.

$$c_1 = \frac{m_3 N_3}{m_3 N_3 + m_4 N_4}$$

– масова концетрація розчину

$$\rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho = \frac{m_3 N_3 + m_4 N_4 + m_4 \Delta N_4}{V_3 N_3 + V_4 N_4 + V_4 \Delta N_4};$$

– густина розчину, після додаткового внесення ΔN_4 атомів гелію ^{4}He,

$$c_2 = c_1 + \Delta c = \frac{m_3 N_3}{m_3 N_3 + m_4 N_4 + m_4 \Delta N_4}$$

– масова концентрація розчину, після додаткового внесення ΔN_4 атомів гелію ^{4}He.

Рішення рівняння (22)

$$\rho_2 - \rho_1 = \frac{m_3N_3 + m_4N_4 + m_4\Delta N_4}{V_3N_3 + V_4N_4 + V_4\Delta N_4} - \frac{m_3N_3 + m_4N_4}{V_3N_3 + V_4N_4}$$
$$= \frac{\Delta N_4 m_4(V_3N_3 + V_4N_4) - \Delta N_4 V_4(m_3N_3 + m_4N_4)}{(V_3N_3 + V_4N_4)^2}$$
$$= \frac{\Delta N_4 N_3(m_4V_3 - m_3V_4)}{(V_3N_3 + V_4N_4)^2}$$

$$c_2 - c_1 = \frac{m_3N_3}{m_3N_3 + m_4N_4 + m_4\Delta N_4} - \frac{m_3N_3}{m_3N_3 + m_4N_4} = -\frac{m_4\Delta N_4(m_3N_3)}{(m_3N_3 + m_4N_4)^2}$$

$$\left(\frac{c}{\rho}\right)\left(\frac{\partial\rho}{\partial c}\right) = \frac{m_3N_3}{m_3N_3 + m_4N_4} \cdot \frac{V_3N_3 + V_4N_4}{m_3N_3 + m_4N_4} \cdot \frac{\Delta N_4 N_3(m_4V_3 - m_3V_4)}{(V_3N_3 + V_4N_4)^2}$$
$$\cdot \left(-\frac{(m_3N_3 + m_4N_4)^2}{m_4\Delta N_4(m_3N_3)}\right) = -\frac{N_3(m_4V_3 - m_3V_4)}{m_4(V_3N_3 + V_4N_4)}$$

$$\left(\frac{c}{\rho}\right)\left(\frac{\partial\rho}{\partial c}\right) = -\frac{N_3(m_4V_3 - m_3V_4)}{m_4(V_3N_3 + V_4N_4)} = \frac{\left(\frac{m_3}{m_4}V_4 - V_3\right)}{\left(V_3 + V_4\frac{N_4}{N_3}\right)} = \frac{\frac{m_3V_4}{m_4V_3} - 1}{1 + \frac{V_4N_4}{V_3N_3}}$$

Перетворивши:

$$\frac{N_4}{N_3} = \frac{1-C}{C}\frac{m_3}{m_4} = \frac{3}{4}\cdot\frac{1-C}{C}$$

– масова концентрація, де $m_3 = 3$ а.о.м., $m_4 = 4$ а.о.м., C- концентрація ^{3}He в розчині ^{3}He – ^{4}He.

$$\frac{V_3}{V_4} = 1 + \alpha,$$

– їх відношення є відомою з експериментів величиною, де $\alpha = 0{,}28, V_3 = 1 + \alpha, V_4 = 1$

З огляду на всі перетворення отримуємо

$$\left(\frac{c}{\rho}\right)\left(\frac{\partial\rho}{\partial c}\right) = \frac{\frac{m_3V_4}{m_4V_3} - 1}{1 + \frac{V_4N_4}{V_3N_3}} = \frac{\frac{m_3V_4}{m_4V_3} - 1}{1 + \frac{V_4}{V_3}\cdot\frac{m_3}{m_4}\cdot\frac{1-C}{C}} = \frac{C\cdot\left(\frac{m_3V_4}{m_4V_3} - 1\right)}{C + \frac{m_3V_4}{m_4V_3}\cdot(1-C)}$$

$$\bar{C} = \frac{C \cdot \left(\frac{m_3 V_4}{m_4 V_3} - 1\right)}{C + \frac{m_3 V_4}{m_4 V_3} \cdot (1 - C)} = \frac{C(0.586 - 1)}{C + 0.586 \cdot (1 - C)}$$

Концентрації, температури і щільність взяті з таблиці [35]

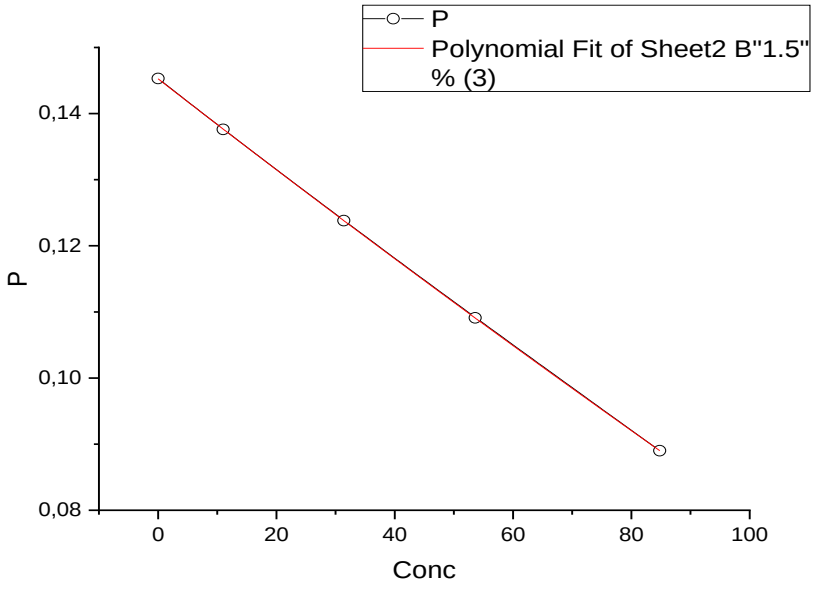


Рис. 6.4 Порахований автоматично за допомогою програми OriginPro, для T,°$K = 1.5$, червона лінія-це поліноміальна підгонка 2 порядку.

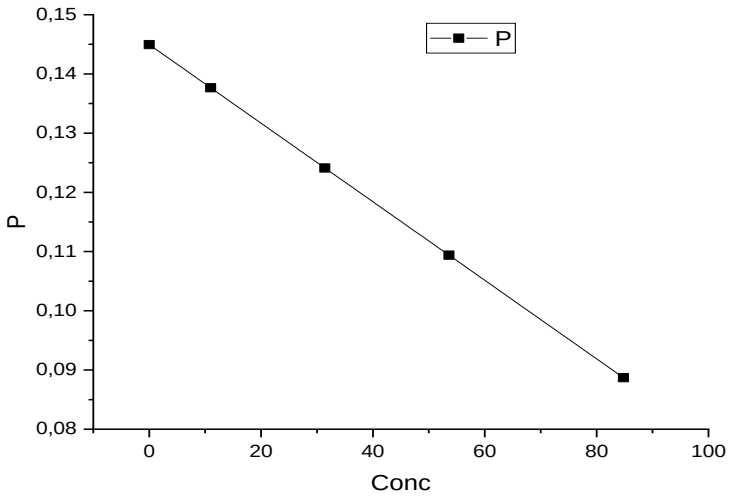


Рис. 7.4 Порахований методом найменших квадратів, для T,°$K = 1.5$

При зміні концентрацій ^{3}He у розчині ^{3}He-^{4}He, і різних температурах і густинах отримуємо графік, що показано на рис. 8.4. Концентрації, температури і щільність взяті з таблиці [35]

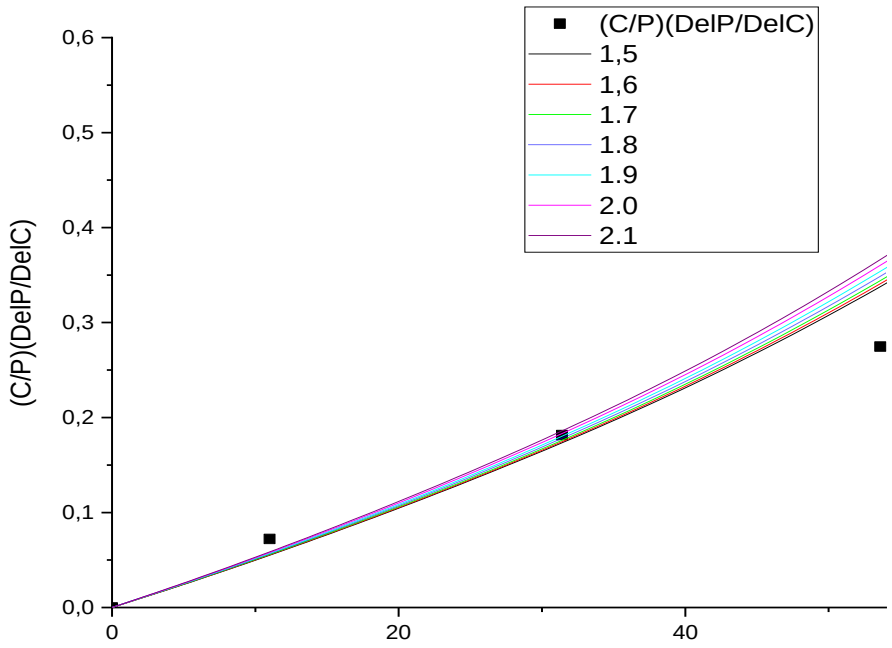


Рис. 8.4 Точки пораховані за формулою (22),а прямі за формулою (23)

$$|\bar{C}| = -\frac{c}{\rho}\rho_c' \tag{23}$$

Де ρ_c'- коефіцієнт нахилу знайдений за методом найменших квадратів.

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі розглянути колективні моди надплинних розчинів квантових рідин – перший звук, другий звук та дисипативна теплова мода. Зокрема розглянута задача про випромінювання цих мод тілами, що коливаються, або температура яких коливається. Для розгляду цих явищ було сформульовано задачу про трансформування цих мод. Були вивчені особливості термоакустичного ефекту в газах та рідинах. Цей ефект також є прикладом трансформації акустичної хвилі в теплову та навпаки, теплової хвилі у звукову у класичних рідинах та а газах.

Розглянуто аналогічні ефекти взаємної трансформації акустичних та теплових мод у надплинних розчинах ізотопів гелію. Розраховано в аналітичній моделі коефіцієнт трансформації звуків у гелії та здобуто його значення з експериментальних даних. Проведено порівняння результатів теоретичного дослідження с результатами експериментів. Визначено умови експериментів, в яких трансформація колективних мод в гелії може спостерігатися.

Таким чином у роботі розраховано в аналітичній моделі коефіцієнт трансформації звуків у гелії та здобуті з експериментальних даних його значення. Тобто, проведено формулювання і розв’язок аналітичної задачі про трансформування звукових хвиль в надплинному гелії і отримання коефіцієнта трансформації звукових хвиль з допомого експериментальних даних, проведена обробка експериментальних даних для експериментального визначення цього коефіцієнту, та проведено порівняння теоретичних даних дослідження з експериментальними даними для різних температур.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. http://blog.r13-r21.com.ua/articles/termoakustichnij-dvigun-stirlinga-novij-pogljad-na.php
2. Ландау Л. Д. Теория сверхтекучести гелия II / Л. Д. Ландау // Журн. эксперимен. и теорет. физики – 1941. – Т.11, № 5. – С. 592 – 614.
3. Пешков В. П. Второй звук в гелии II / В. П. Пешков // Докл. АН СССР. – 1944. – № 45. – С. 385 – 389 .
4. Peshkov V. P. Report of the Cambridge low temperature conference / V.P. Peshkov // London, – 1947. – P. 19.
5. Ward J. C. The velocity of second sound in liquid helium near the absolute zero / J. C. Ward, J. Wilks // Philos. Mag. – 1951. – V. 42 – P. 314 – 316.
6. Dingle R. V. The velocity of second sound in various media / R. V. Dingle // Proc. Phys. Soc. London – 1952. – V. 65, № 396 – P. 1044 –1050.
7. Гуржи Р. Н. О втором звуке в твердых телах / Р. Н. Гуржи //Физика твердого тела – 1965. – Т. 7, вып. 12. – С. 3516 – 3521.
8. Гуляев Ю. В. О возможности “вторых” спиновых волн в феромагнетиках / Ю. В. Гуляев // Письма в Журн. эксперимен. и теорет. физики. – 1965. – Т. 2, вып. 1 – С. 3 – 6.
9. Гуржи Р. Н. Гидродинамические эффекты в твердых телах при низких температурах / Р. Н. Гуржи // Усп. физ. наук. – 1968. – Т. 94.– С. 689 – 718.
10. Ахиезер А.И. Спиновые волны / А.И. Ахиезер, В.Г. Барьяхтар, С.В. Пелетминский // – М.: Наука, 1967. – 364 с.
11. Зырянов П.С. Влияние второго звука в ферромагнетиках на затухание упругих волн / П.С. Зырянов, Г.Г. Талуц, В.Г. Шавров // Журн. эксперимен. и теорет. физики. – 1968. – Т. 55, вып. 12. – С. 2230 – 2236.
12. Тарасенко В.В. Второй звук в антиферромагнетиках / В.В. Тарасенко, В.Г. Шавров // Журн. эксперимен. и теорет. физики. – 1970. – Т. 59, вып. 7.– С. 266 – 275.

13. Гуревич Л. Э. К теории второго звука в полупроводниках / Л. Э. Гуревич, Б.И. Шкловский // Физика твердого тела. – 1966. – Т. 8, № 10. – С. 3050 – 3061.

14. M. Blažková, D. Schmoranzer and L. Skrbek, Phys. Rev. E. 75, 025302-1 (2007).

15. M. Blažková, M. Človečko, E. Gažo, L. Skrbek, P. Skyba, J. Low Temp. Phys. 148, 305 (2007).

16. M. Blažková, M. Človečko, V. B. Eltsov, E. Gažo, R. de Graaf, J. J. Hosio, M. Krusius, D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R. E. Solntsev, W. F. Vinen, J. Low Temp. Phys. 150, 525 (2008).

17. E. M. Pentti, J.T. Tuoriniemi, A.J. Salmela, A.P. Sebedash, J. Low Temp. Phys. 150, 555 (2008).

18. E.Pentti, J. Rusti, A. Salmela, A. Sebedash and J. Tuoriniemi, REPORT TKK-KYL-020, 36 (2009).

19. D. Schmoranzer, M. La Mantia, G. Sheshin, I. Gritsenko, A. Zadorozhko, M. Rotter, L. Skrbek, J. Low Temp. Phys. 136, 317 (2011).

20. A. Salmela, J. Tuoriniemi and J. Rysti, J. Low Temp. Phys. 162, 678 (2011)

21. D. Schmoranzer, M. La Mantia, G. Sheshin, I. Gritsenko, A. Zadorozhko, M. Rotter, L. Skrbek, J. Low Temp. Phys. 136, 317 (2011).

22. D.I. Bradley, M. Človečko, S.N. Fisher, D. Garg, E. Guise, R.P. Haley, O. Kolosov, G.R. Pickett, V. Tsepelin, D. Schmoranzer and S. Skrbek, Phys. Rev. B. 85, 014501 (2012).

23. R. Blaauwgeers, M. Blazkova, M. Človečko, V. B. Eltsov, R. De Graaf, J. Hosio, M. Krusius , D. Schmoranzer, W. Schoepe, L. Skrbek, P. Skyba, R. E. Solntsev, D. E. Zmeev, J. Low Temp. Phys. 146, 537 (2007).

24. G. A. Sheshin, A. A. Zadorozhko, E.Y. Rudavskii, V.K. Chagovets, L. Skrbek, M. Blazkova, Low Temp. Phys. 34, 1111 (2008).

25. V.Bakhvalova, V.Chagovets, I. Gritsenko, A. and G. Sheshin, J. Low Temp.Phys. 2016. doi: 10.1007/s10909-016-1712-8.

26. T.S.Riekki, M.S.Manninen, and J.T.Tuoriniemi, Phys.Rev. B, 94, 224514, (2016).

27. Э.Я.Рудавский, И.А.Сербин, ЖЭТФ 51, 1930 (1966).

28. K. Nemchenko, S. Rogova, J. Low Temp. Phys. 150 , 187 (2008).

29. K. Nemchenko, S. Rogova, J. Mod. Phys. Lett. B, 26, 1 (2012).

30. K. Nemchenko, S. Rogova and T.Vikhtinskaya, J. Low Temp. Phys. 187, 324 (2017).

31. I.M.Khalatnikov. An Introduction to the Theory of Superfluidity.(Redwood City, Addison-Wesley 1989)

32. И.М.Халатников Теория сверхтекучести, М. Наука, 1970, 160 с.

33. Л.П. Горьков, Л.П. Питаевский, ЖЭТФ 33, 634 (1957).

34. A. Griffin, Can. J. Phys. 47, 426 (1969).

35. Есельсон Б.Н., Иванцов В.Г.,Новиков.П.С.,Щербаченко Р.И., УФЖ 14, 1837 (1969)

36. http://www.joule-watt.com/geothermal-energy/gollandskie-uchenye-postroili-termoakusticheskij-teplovoj-nasos/.