Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Директор

навчально-наукового інституту

комп'ютерної фізики та енергетики

_____ Ірина ГАРЯЧЕВСЬКА

"28" 08 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	14 Електрична інженерія
спеціальність	144 Теплоенергетика
освітня програма	Моделювання енергетичних систем та енергоефективність
вид дисципліни	обов'язкова
ННІ	комп'ютерної фізики та енергетики

2023 / 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

"28" серпня 2023 року, протокол № 8/23

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Віхтинська Тетяна Геннадіївна, старший викладач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Протокол від "28" серпня 2023 року, протокол № 8/23

Завідувач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

_____ Руслан СУХОВ
(підпис)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) Моделювання енергетичних систем та енергоефективність

Гарант освітньо-професійної програми (керівник проектної групи)

_____ Олександр АЛЕКСАХІН
(підпис)

Програму погоджено методичною комісією навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від "28" серпня 2023 року, протокол № 8/23

Голова методичної комісії навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Лінійна алгебра ” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки бакалаврів
спеціальність: 144 Теплоенергетика
освітня програма: «Моделювання енергетичних систем та енергоефективність»

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна “Лінійна алгебра” є невід’ємною частиною базової математичної підготовки студентів і відноситься до фундаментальних дисциплін, на яких ґрунтуються методи побудови різноманітних математичних моделей процесів, пов’язаних з професійною діяльністю.

Лінійна алгебра – розділ математики, *об’єктом* вивчення якого є лінійні (векторні) простори, а *предметом* – розробка відповідних алгебраїчних методів і застосування їх до побудови лінійних математичних моделей реальних явищ та процесів у різноманітних галузях.

Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і математичними методами аналітичної геометрії та лінійної алгебри, а саме методами векторної та матричної алгебр, дослідження геометричних об’єктів та їх властивостей шляхом вивчення властивостей рівнянь, геометричними образами яких є ці об’єкти.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними **завданнями** вивчення дисципліни є практичне застосування теоретичних положень і математичних методів аналітичної геометрії та лінійної алгебри для розв’язування задач; створення математичної бази для подальшого вивчення нормативних та спеціалізованих дисциплін, а саме

- засвоєння основних принципів побудови математичних моделей із використанням методів матричного і векторного аналізу, координатного методу;
- оволодіння навичками здійснення аналізу побудованої моделі;
- набуття досвіду вільного оперування абстрактними математичними об’єктами та наочного подання результатів спостережень у різних областях знань за допомогою геометричних образів;
- формування систем знань для самостійного проведення необхідних розрахунків у рамках побудованих моделей з метою відновлення кількісних і якісних характеристик об’єктів для прогнозування та прийняття оптимальних рішень.

1.3. Кількість кредитів 4

1.4. Загальна кількість годин 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Обов’язкова	
Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік) Семестровий екзамен	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
1-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
56 год.	год.
У тому числі індивідуальне завдання	
5 год.	

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання: В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: а) основні поняття, теоретичні положення і методи лінійної алгебри, можливості її використання при складанні математичної моделі фізичних задач, а саме:

- визначники, їх основні властивості та способи обчислення,
- основні різновиди матриць,
- дії над матрицями та їх властивості,
- обернена матриця,
- засоби розв’язання квадратних систем лінійних алгебраїчних рівнянь ,
- засоби аналізу сумісності довільних систем лінійних алгебраїчних рівнянь;

б) основні поняття векторної алгебри, можливості її використання при складанні математичної моделі фізичних задач, а саме

- форми подання вектора;
- лінійні та нелінійні операції над векторами та їх властивості;
- лінійну залежність та незалежність систем векторів;
- базис простору, розклад вектора за базисом;
- формули переходу від однієї системи координат на площині до іншої;

вміти: вибирати математичні методи лінійної алгебри для розв’язання математичних і фізичних задач, дослідження фізичних систем та набути навичок самостійного використання і вивчення літератури з математичних дисциплін, а саме

- будувати матриці як складові математичних моделей фізичних задач, виконувати дії над матрицями;
- розв’язувати квадратні системи лінійних алгебраїчних рівнянь;
- досліджувати квадратні системи лінійних неоднорідних рівнянь;

- визначати базис векторного лінійного простору та розкладати вектори за базисом;
- виконувати лінійні та нелінійні операції над векторами.

- застосовувати можливості векторної алгебри в задачах геометрії та сучасної фізики на рівні, достатньому для розв'язання складних спеціалізованих задач і практичних проблем прикладної фізики;

- застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів;

- застосовувати математичні моделі для дослідження фізичних явищ, розробки приладів і наукоємних технологій;
- вибирати ефективні методи проведення досліджень у галузі прикладної фізики;

- відшуковувати необхідну науково-технічну інформацію в науковій літературі, електронних базах, інших джерелах, оцінювати надійність та релевантність інформації;

- базові знання у сфері штучного інтелекту, нейронних мереж та великих даних та вміння застосовувати ці знання фізичних дослідженнях

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Лінійна алгебра.

Тема 1. Теорія визначників довільного порядку.

Вступ. Означення визначника другого, третього порядків. Означення перестановки. Парні, непарні перестановки. Знак перестановки. Означення визначника довільного порядку. Властивості визначників. Методи обчислення визначника третього порядків. Означення мінору, алгебраїчного доповнення Методи обчислення визначника довільного порядку.

Тема 2. Теорія матриць

Лінійні операції над матрицями. Ранг матриці по рядках, ранг матриці по стовпчиках. Теорема про рівність рангу по рядках і рангу по стовпчиках для довільної матриці. Ранг матриці. Добуток матриць. Властивості добутку матриць. Приклади. Транспонування матриць, властивості. Деякі класи матриць (симетричні, кососиметричні матриці), їх властивості. Матричні рівняння. Невироджені матриці, їх властивості.. Матриця оберненого лінійного відображення. Обернена матриця, її властивості. Метод Гаусса знаходження оберненої матриці.

Тема 3. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.

Системи лінійних рівнянь. Основна термінологія. Еквівалентність систем лінійних рівнянь. Елементарні перетворення. Приклади. Лінійно залежні, незалежні системи, їх властивості Критерій сумісності системи лінійних рівнянь (теорема Кронекера-Капеллі). Структура множини розв'язків загальної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків неоднорідної системи лінійних рівнянь Приклади.
Системи лінійних рівнянь другого, третього порядків. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь другого, третього порядків. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Дослідження системи лінійних рівнянь. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь. Зведення системи лінійних рівнянь до східчастої форми за допомогою елементарних перетворень. Дослідження системи лінійних рівнянь за виглядом її східчастої форми. Матричний метод рішення систем рівнянь..

Розділ 2. Векторна алгебра

Тема 4. Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.

Направлені відрізки. Лінійні операції над направленими відрізками. Основні тотожності. Декартові координати на прямій. Декартові координати на площині та в просторі. Відстань між двома точками. Ділення відрізка в заданому відношенні.

Тема 5. Векторна алгебра в просторі

Поняття вектора. Операції над векторами. Лінійна залежність векторів. Розмірність простору. Поняття базису. Поняття орієнтації. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Змішаний і подвійний добуток векторів.

Тема 6. Перетворення систем координат

Перетворення координат на площині. Перетворення декартових прямокутних координат у просторі. Полярні, циліндричні та сферичні системи координат. Заміна базису і системи координат в просторі, на площині

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	денна форма						заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
Розділ 1. Лінійна алгебра												
Тема 1. Теорія визначників довільного порядку	20	4	4			4						
Тема 2. Теорія матриць	30	6	6			8						
Тема 3. Загальна теорія систем лінійних рівнянь	30	6	6			8						
Разом за розділом 1	80	16	16			20						
Розділ 2. Векторна алгебра												
Тема 4. Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії	10	2	2			4						
Тема 5. Векторна алгебра в просторі	70	10	10			26						
Тема 6. Перетворення систем координат	20	4	4			6						
Разом за розділом 2	100	16	16			36						
.												
Усього годин	180	32	32			56						

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Теорія визначників довільного порядку	4
2	Теорія матриць	6
3	Загальна теорія систем лінійних рівнянь	6
4	Системи координат. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.	2
5	Векторна алгебра в просторі	10
6	Перетворення систем координат	4
	Разом	32

5. Завдання для самостійної робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Навчитися методам обчислення визначників довільного порядку	5
2	Навчитися діям над матрицями, вміти застосовувати теорію матриць	7
3	Навчитися засобам розв'язування систем неоднорідних лінійних рівнянь	3
4	Вивчити критерії сумісності прямокутних систем лінійних рівнянь. Вміти застосовувати ранг матриці для аналізу сумісності.	2
5	Знати та вміти застосовувати критерії сумісності довільних систем лінійних рівнянь	3
6	Вміти вирішувати найпростіші задачі аналітичної геометрії за допомогою векторної алгебри.	3
7	Вивчити методи та засоби векторної алгебра в просторі для вирішення прикладних задач	27
8	Вміти застосовувати метод координат для вирішення фізичних задач.	6
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання видаються один раз в семестр . Метою індивідуального завдання є перевірка результатів навчання щодо рівня засвоєння матеріалу з логічно завершеної частини дисципліни - розділу " Векторна алгебра".

Структура індивідуального завдання

Кожний варіант містить п'ять практичних завдань: два завдання першого рівня – стереотипні – визначають ступінь засвоєння студентом початкових теоретичних основ дисципліни; два завдання другого рівня – діагностичні – виявляють здатність студента до вирішення типових завдань і одне завдання третього рівня – евристичне – ставить за мету оцінити глибину знать і творчі можливості студента

Приклад тексту індивідуального завдання

ТИПОВЕ ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ

1. У декартовій прямокутній системі координат задано точки:
$A_1(1, 4, 1)$, $A_2(3, 2, 1)$, $A_3(1, -1, -3)$, $A_4(10, 7, 4)$
Знайти:

1. проекцію вектора $\overrightarrow{A_1A_2}$ на вектор $\overrightarrow{A_1A_4}$;
2. кут між векторами $\overrightarrow{A_1A_2}$, $\overrightarrow{A_1A_4}$;
3. площу трикутника $A_1A_2A_3$;
4. об'єм піраміди $A_1A_2A_3A_4$.
5. висоту піраміди з вершини A_4 $\overrightarrow{\quad}$
6. рівняння та довжину ребра A_1A_2,

2. Задано вектори $\vec{a}=\{1,2,-1\}, \vec{b}\{2,1,3\}, \vec{c}=\{1,1,0\}, \vec{d}=\{0,-1,1\}$. Перевірити чи утворюють вектори **a**, **b**, **c** базис. Якщо так, розкласти вектор **d** за базисом.

2. Задано вектори $\vec{a}=\{1,2,-1\}, \vec{b}\{2,1,3\}, \vec{c}=\{1,1,0\}, \vec{d}=\{0,-1,1\}$. Перевірити, чи будуть вектори $\vec{a}-2\vec{b}, 3\vec{c}-2\vec{d}, -2\vec{d}+\vec{a}$ та компланарними.

7. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються такі методи навчання:

- Лекції загального характеру;
- Лекції-семінари проблемного характеру
- Практичні заняття:
- Проблемні методи навчання з застосуванням розв'язання проблемних задач
- метод проблемного викладання з постановкою проблеми на початку нової теми
- частково-пошуковий (евристичний) метод з самостійною або керованою викладачем роботою студентів при виконанні поточних завдань
- Дослідницький метод при самостійному вирішенні студентами завдань контрольних робіт
- активізації самостійного вивчення студентами літератури

8. Методи контролю

Поточний контроль із даної навчальної дисципліни проводиться в таких формах:

- активна робота на лекційних заняттях;
- активна участь у виконанні практичних завдань;
- проведення письмових контрольних робіт;
- проведення самостійних контрольних робіт (індивідуальне завдання);
- експрес-опитування (завдання для експрес-контролю).

Порядок проведення поточного оцінювання знань студентів

Оцінювання знань студентів під час лекційних та практичних занять проводиться за накопичувальною системою.

Критерії оцінювання враховують:

- розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;
- ступінь засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни;
- ознайомлення з рекомендованою літературою;
- вміння поєднувати теорію з практикою під час розв'язання задач обчислювального і застосовного характеру;
- логіка, структура, стиль викладу матеріалу в письмових роботах і під час виступів в аудиторії, вміння обґрунтувати свою позицію, здійснювати узагальнення інформації та робити висновки.

Максимально можливий бал за конкретним завданням ставиться за умови відповідності індивідуального завдання студента або його усної відповіді всім зазначеним критеріям. Відсутність тієї або іншої складової знижує кількість балів

Контрольні запитання до першого розділу

1. Перестановка множини з n елементів. Знак перестановки. Довести, що транспозиція змінює парність перестановки.
2. Означення визначника довільного порядку. Довести, що операція транспонування не змінює значення визначника.
3. Означення визначника довільного порядку. Довести, що якщо два рядки (стовпчика) поміняти місцями, тоді знак визначника зміниться на протилежний. Довести, що визначник є лінійною функцією елементів довільного його рядка (стовпчика).

4. Означення визначника довільного порядку. Достатні умови рівності визначника нулю.
5. Означення визначника довільного порядку. Довести, що визначник не зміниться, якщо до одного з рядків (стовпчиків) додати лінійну комбінацію інших рядків (стовпчиків).
6. Означення мінору, алгебраїчного доповнення до елемента матриці з номером i, j. Довести формулу розкладу визначника по елементах деякого рядка (стовпчика).

7. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до дослідження матриці на невиродженість.
8. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до знаходження оберненої матриці.
9. Означення визначника довільного порядку. Застосування теорії визначників до розв'язання визначених СЛР.
10. Елементарні перетворення як добуток матриць.
11. Як елементарні перетворення змінюють значення визначника?
12. Теорема про добуток матриць.
13. Добуток матриць. Довести, що для довільної матриці $A \in M_{m\times n}$ виконується $AE = EA = A$, $AO = OA = O$, де E – одинична матриця, O – нульова матриця. Довести, що для довільного числа $\alpha \in \Re$, для довільних матриць $A \in M_{m\times r}$, $B \in M_{r\times n}$ виконується $(\alpha A)B = A(\alpha B) = \alpha(AB)$.
14. Добуток матриць. Довести, що для довільних матриць $A, B \in M_{m\times r}$, $C \in M_{r\times n}$ виконується $(A+B)C = AB + BC$.

15. Добуток матриць. Довести, що для довільних матриць $A \in M_{m\times r}$, $B \in M_{r\times s}$, $C \in M_{s\times n}$ виконується $(AB)C = A(BC)$.

16. Транспонування матриць. Довести, що для довільних матриць $A, B \in M_{m\times n}$,, для довільного числа $\alpha \in \Re$ виконується $(A^T)^T = A$, $(A+B)^T = A^T + B^T$, $(\alpha A)^T = \alpha A^T$.
17. Транспонування матриць. Довести, що для довільних матриць $A \in M_{m\times r}$, $B \in M_{r\times n}$ виконується $(AB)^T = B^T A^T$.
18. Означення рангу матриці. Теорема про ранг добутку матриць.
19. Системи лінійних рівнянь: основна термінологія
20. Метод Крамера розв'язання систем лінійних рівнянь.
21. Метод матричний розв'язання систем лінійних рівнянь.
22. Метод Гаусса розв'язання систем лінійних рівнянь
23. Теорема Кронекера-Капелі.

Контрольні запитання до другого розділу

1. Сума векторів (означення) . Довести, що операція додавання векторів асоціативна, тобто $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c} = \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$ для довільних векторів $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.
2. Добуток вектора на число (означення). Довести, що для довільних дійсних чисел α, β для довільного вектора $\vec{a}$ виконується $\alpha(\beta\,\vec{a}) = (\alpha\beta)\,\vec{a}$.
3. Означення рівності двох векторів. Довести, що для довільного дійсного числа α, для довільних векторів $\vec{a}, \vec{b}$ виконується $\alpha(\vec{a}+\vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$.
4. Добуток вектора на число (означення). Довести, що для довільних дійсних чисел α, β для довільного вектора $\vec{a}$ виконується $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$.
5. Означення векторного простору. Навести приклад векторного простору.
6. Означення лінійної незалежності системи векторів. Довести, що два неколінеарних

вектори на площині є лінійно незалежними.

7. Означення лінійної залежності системи векторів. Довести, що два вектори на прямій є лінійно залежними.
8. Означення лінійної залежності системи векторів. Необхідна і достатня умова лінійної залежності системи векторів.
9. Базис векторного простору (означення). Твердження про розклад довільного вектора за базисними векторами.
10. Базис векторного простору (означення). Твердження про єдиність розкладу вектора за базисом.
11. Базис векторного простору (означення). Твердження про координати вектора, який є лінійною комбінацією заданих векторів.
12. Твердження про базис на прямій, на площині, в просторі.
13. Загальна декартова система координат (означення). Задача про поділ відрізка у заданому відношенні.
14. Ортонормований базис, прямокутна декартова система координат (означення). Задача про поділ відрізка у заданому відношенні.
15. Проекція точки на площину, вектора на площину (означення). Довести, що для довільної площини α, довільних векторів $\vec{a},\vec{b}$ виконується $\vec{a}=\vec{b}\Rightarrow \Pr_\alpha \vec{a}=\Pr_\alpha \vec{b}.$
16. Проекція точки на пряму, вектора на пряму на площині (означення). Довести, що для довільних вектора $\vec{a}$, числа λ, прямої γ виконується $\Pr_\gamma(\lambda\vec{a})=\lambda\Pr_\gamma \vec{a}.$
17. Проекція вектора на вектор (означення). Довести, що для довільних векторів $\vec{a},\vec{b},\vec{c}\left(\vec{c}\neq\vec{0}\right)$ виконується $\vec{a}=\vec{b}\Rightarrow \Pr_{\vec{c}}\vec{a}=\Pr_{\vec{c}}\vec{b}.$
18. Проекція вектора на вектор (означення). Довести, що для довільних векторів $\vec{a},\vec{b},\vec{c}\left(\vec{c}\neq\vec{0}\right)$ виконується $\Pr_{\vec{c}}\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\Pr_{\vec{c}}\vec{a}+\Pr_{\vec{c}}\vec{b}.$
19. Скалярний добуток векторів (означення). Твердження про властивості скалярного добутку.
20. Вираз скалярного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.
21. Геометричні властивості скалярного добутку.
22. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що $\left[\vec{a},\vec{b}\right]=-\left[\vec{b},\vec{a}\right].$
23. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що для довільного дійсного числа α виконується $\left[\alpha\vec{a},\vec{b}\right]=\left[\vec{a},\alpha\vec{b}\right]=\alpha\left[\vec{a},\vec{b}\right].$
24. Векторний добуток векторів (означення). Довести, що $\left[\vec{a}+\vec{b},\vec{c}\right]=\left[\vec{a},\vec{c}\right]+\left[\vec{b},\vec{c}\right].$
25. Вираз векторного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.
26. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів за модулем дорівнює об'єму паралелепіпеда, який побудований на цих векторах.
27. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів є додатним (від'ємним), якщо ці вектори є правою (лівою).
28. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що мішаний добуток векторів дорівнює 0 тоді і тільки тоді, коли вектори є компланарними.
29. Мішаний добуток векторів (означення). Довести, що $\left(\left[\vec{a},\vec{b}\right],\vec{c}\right)=\left(\vec{a},\left[\vec{b},\vec{c}\right]\right)$. Довести, що якщо переставити місцями два вектори в мішаному добутку, то знак мішаного добутку зміниться на протилежний. Довести, що мішаний добуток векторів – лінійна функція по кожному з аргументів.
30. Вираз мішаного добутку через координати векторів в довільному і ортонормованому базисі.
31. Перетворення координат на площині.

32. Перетворення декартових прямокутних координат у просторі.
33. Полярні, циліндричні та сферичні системи координат.
34. Заміна базису і системи координат в просторі, на площині.

Контрольна робота

Метою контрольної роботи є перевірка результатів навчання щодо рівня засвоєння матеріалу з логічно завершеної частини дисципліни - розділу .

Структура контрольної роботи

Кожний варіант містить п’ять практичних завдань: два завдання першого рівня – стереотипні – визначають ступінь засвоєння студентом початкових теоретичних основ дисципліни; два завдання другого рівня – діагностичні – виявляють здатність студента до вирішення типових завдань і одне завдання третього рівня – евристичне – ставить за мету оцінити глибину знать і творчі можливості студента

Самостійна робота студента (СРС) є формою організації навчального процесу, за якої заплановані завдання виконуються студентом самостійно під методичним керівництвом викладача.

Мета СРС – засвоєння в повному обсязі навчальної програми та формування у студентів загальних і професійних компетентностей, які відіграють суттєву роль у становленні майбутнього фахівця вищого рівня кваліфікації.

СРС включає:

підготовку до занять, а саме: опрацювання лекційного матеріалу та рекомендованої літератури, підготовку до практичних занять, до контрольних робіт; систематизаціє вивченого матеріалу з метою підготовки до екзамену;

виконання завдань, які передбачають: опрацювання теоретичного матеріалу та окремих питань практичного (застосовного) змісту; підготовку до звіту-захисту завдань із самостійної роботи.

Протягом кожного семестру основною формою контролю самостійної роботи студентів є експрес-контроль або тестування.

Підсумковий контроль. Підсумковий контроль знань та компетентностей студентів здійснюється на підставі проведення семестрового екзамену. Екзаменаційний білет охоплює програму дисципліни і передбачає визначення рівня знань та ступеня опанування компетентностей .Завданням екзамену є перевірка розуміння студентом програмного матеріалу в цілому, логіки та взаємозв'язків між окремими розділами,здатності творчо використовувати накопичені знання, вміння формулювати своє ставлення до певної проблеми навчальної дисципліни тощо. В умовах реалізації компетентнісного підходу екзамен оцінює рівень засвоєння студентом компетентностей, що передбачені кваліфікаційними вимогами.

Структура екзаменаційного білету

Кожен екзаменаційний білет складається із 2 теоретичних питань (одне з першого розділу, друге – з другого розділу) та 3 практичних завдань, які передбачають розв’язання типових завдань та дозволяють діагностувати рівень його компетентності з навчальної дисципліни.Екзаменаційний білет включає одне стереотипне, одне діагностичне та одне евристичне завдання,

Семестровий контроль у формі *екзамену* проводиться письмово. На екзамен виносяться ключові питання, типові і комплексні завдання, а також завдання, що потребують творчої відповіді, вміння узагальнювати інформацію та синтезувати отримані знання для вирішення певних проблем фахової направленості. Результат екзамену оцінюється у

балах(максимальна кількість – 40 балів). Підсумкова оцінка з навчальної дисципліни є сумою балів за екзамен, та балів, отриманих у результаті поточного контролю за накопичувальною системою

Розподіл балів, які отримують студенти протягом семестру, наведено в наступному розділі

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання									Разом	Екзамен	Сума
Розділ 1			Контр. робота, передбачена навч. планом	Розділ 2			Контр. робота, передбачена навч. планом	Індивіду-альне завдання	60	40	100
Т1	Т2	Т3		Т4	Т5	Т6					
4	6	6	9	2	10	4	9	10			

Т1, Т2 ... Т12 – теми розділів.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Критерії оцінювання контрольної роботи

За умови виконання всіх завдань з демонстрацією: глибоких знань теоретичних положення дисципліни і вміння застосовувати їх під час розв'язання практичних завдань, за високий рівень оформлення письмової роботи студент отримує 9 балів. При цьому: словесні формулювання і символьні математичні записи повинні бути: чіткими і лаконічними; формальні викладки (перетворення виразів), числові розрахунки здійснені раціональними (ефективними) способами; і в цілому роботи акуратні, без виправлень.

Проводиться 2 контрольаіроботи..

Критерії оцінювання контрольної роботи до розділу «Лінійна алгебра»

.**Перше** завдання –0,5 бал

– вміння здійснювати лінійні операції над матрицями :

Друге завдання – 1 бали

- 1 бал (3а) – вміння обчислення визначника третього порядку
- 0.5 бала – помилки при обчисленні;

Третє завдання–4 бала

- 1 бал (4 а) – вміння вирішення системи рівнянь методом Крамера,
- 0.5 бала – помилки при обчисленні.
- 2 бал (4 б) – вміння вирішення системи рівнянь матричним методом
- 1 бал – помилки при обчисленні
- 1 бал (4 в) – вміння вирішення системи рівнянь методом Гауса.
- 0.5 бала – помилки при обчисленні.

Четверте завдання– 1,5 бала

- 1,5 бал – вміння обчислення визначника четвертого порядку різними методами
- 0,5 бал – помилки при обчисленні.

П'яте завдання– **2** бала

- 2 бал – вміння дослідити сумісність системи лінійних рівнянь, вирішувати матрчні рівняння.

Критерії оцінювання контрольної роботи до розділу «Векторна алгебра»

Перше завдання – 1 бал

– знання скалярного та векторного добутків орт.

Друге завдання – **2** бала
- 0,5 бала – вміння знаходити скалярний добуток в координатному вигляді;
- 0,5 бала – вміння знаходити кути між векторами;
- 0,5 бала – вміння знаходити векторний добуток в координатному вигляді;
- 0,5 бала – вміння знаходити змішаний добуток в координатному вигляді.

Третє завдання – 1,5 бала
- 1 бал – вміння знаходити скалярний добуток та довжину вектора в безкоординатному вигляді;
- 0,5 бала – вміння знаходити векторний добуток в безкоординатному вигляді;

Четверте завдання – 1,5 бала
– знання ознак компланарності векторів та ознак лівої та правої трійки векторів.

П'яте завдання – 3 бали
- вміннявирішення задачевристичного рівня.

Перескладання модульної контрольної роботи дозволяється підчас підсумкового контролю.

Критерії оцінювання індивідуального завдання

За умови виконання всіх завдань та успішного захисту з демонстрацією глибоких знань теоретичних положень дисципліни і вміння застосовувати їх під час розв'язання практичних завдань, за високий рівень оформлення письмової роботи студент отримує 10 балів. При цьому: словесні формулювання і символьні математичні записи повинні бути: чіткими і лаконічними; формальні викладки (перетворення виразів), числові розрахунки здійснені раціональними (ефективними) способами; і в цілому роботи акуратні, без виправлень.

Індивідуальне завдання виконується підчас самостійної роботи. Наявність правильної роботи –5 балів, захист – 5 балів, захист роботи проводиться підчас консультацій. Кінцевий термін здачі індивідуальної роботи першого семестру 25 листопаду 2022 року, захисту *-2 грудня* 2022 року.

Критерії оцінювання позааудиторної самостійної роботи студентів. Загальними критеріями, за якими здійснюється оцінювання позааудиторної самостійної роботи студентів, є: глибина і міцність знань; належний рівень мислення, вміння систематизувати знання за окремими темпами і робити обґрунтовані висновки; володіння понятійним апаратом, навичками і прийомами виконання практичних завдань; вміння знаходити необхідну інформацію, здійснювати її систематизацію та обробку.

Виконання завдань самостійних робіт за темами навчальної дисципліни оцінюється зважаючи на:
- розуміння, ступінь засвоєння теорії та методології проблем, що розглядаються;
- ступінь ознайомлення з рекомендованою літературою і засвоєння фактичного матеріалу навчальної дисципліни;
- вміння поєднувати теорію з практикою при розгляді практичних ситуацій, розв'язанні задача, проведення розрахунків, при виконанні завдань, винесених для самостійного опрацювання;
- повнота урахування вимог до виконання завдання;
- логічність викладеного матеріалу та відповідність його структурі передбаченим у завданні змістовим елементам;
- наявність та повнота розгляду ключових понять (визначень, термінів, різновидів і т.п.) предметної області завдання;
- наявність та обґрунтованість підсумкових висновків студента;

- ілюстрування опрацьованого матеріалу наведенням (студентом) власних прикладів та графічного матеріалу

Підготовка до занять перевіряється за допомогою експрес-контролю. Бал, який було отримано за експрес-контроль є коефіцієнтом для отримання балів за виконання домашнього завдання

Крітерій оцінювання експрес-контролю: 1 бал за бездоганну відповідь

- Зниження оцінки за виконання завдання залежно від недоліків і допущених помилок:
- 0,1 бала – розв'язання завдання виконано правильно, але низька культура математичних записів.
- 0,2 бала – завдання виконано частково: є суттєва помилка;
- 0,3 бала – у процесі розв'язання завдання допущена смислова помилка;
- 0,4 бала – наведені лише початкові правильні міркування.

Домашнє завдання перевіряється підчас аудиторного заняття та оцінюється в 16 балів за семестр (0.5 бала за кожне повністю виконане домашнє завдання). Перескладання домашнього завдання дозволяється тільки з поважної причини, яка підтверджується документом, з дозволу декана та проводиться підчас консультації.

Роботав аудиторії– 16 балів за семестр.

Оцінювання за формами контролю:

	Розділ 1		***Розділ 2***	
	Min. *12 балів*	*Max* *25 балів*	*Min.* *18 балів*	*Max* *35 балів*
Активність студента на практичних заняттях	4	8	4	8
Виконання домашніх робіт	*4*	*8*	4	8
Контрольна робота 1	4	9		
Контрольна робота 2			4	9
Індивідуальне завдання			*6*	*10*

При простому розрахунку отримаємо:

	Розділ1	Розділ 2	екзамен	Підсумкова оцінка
Мінімум	*12*	*18*	*20*	*50*
Максимум	**22**	**38**	**40**	**100**

Мінімальна кількість балів для допуску до підсумкового контролю – 30 балів.

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум–**30** балів* для одержання іспиту обов'язковим є *перескладання контрольних робіт.*

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

10. Рекомендоване методичне забезпечення

Основна література

1. Нємченко К.Е. Аналітична геометрія. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2012. – 272 с.
2. Нємченко К.Е. Аналітична геометрія. Схеми, таблиці та задачі. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2007. – 64 с.

Допоміжна література

3. Придатченко Ю.В., Львов В.А. Алгебра для фізиків: вектори і координати: Навч. посібник. – Видавничо–поліграфічний центр “Київський університет”., 2002. – 87с.

11. Посиланная на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf
2. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf
3. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_1.pdf
4. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_2.pdf
5. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_3.pdf