МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА
НАУКОВО-НАВЧАЛЬНИЙ ІНСТИТУТ
КОМП'ЮТЕРНОЇ ФІЗИКИ ТА ЕНЕРГЕТИКИ

Кафедра комп'ютерної фізики

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА
до дипломної роботи
за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістр

«Транспортні властивості тіл зі змінною приєднаною масою»

Виконав: студент 2 курсу, групи НФ-64
Сень Б.В.
спеціальність:
105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма: Комп'ютерна фізика
Керівник: ст. викл. Віхтинська Т.Г.

Рецензент:

Харків – 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

Навчально-науковий інститут комп'ютерної фізики та енергетики
Кафедра комп'ютерної фізики
Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) магістр
Спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали
Освітня програма: Комп'ютерна фізика

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Костянтин НЄМЧЕНКО

підпис

"____"_____2022 року

З А В Д А Н Н Я

НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ

Сень Богдан Валерійович

1.Тема роботи «Транспортні властивості тіл зі змінною приєднаною масою» керівник роботи: Віхтинська Тетяна Геннадіївна. Затверджено наказом по університету від 21 грудня 2021 року № 0210–05/2288.

2. Строк подання студентом роботи 12.05.2022.

3. Перелік питань, які потрібно розробити:

1) дослідити основні механізми формування приєднаної маси тіл, які рухаються в рідинах та газах;

2) розглянути тіла з приєднаною масою, які рухаються з постійним прискоренням або здійснюють коливальний рух;

3) вивчити особливості руху тіл зі змінною масою в зовнішніх полях;

4) розробити модель формування приєднаної маси у тіл зі складною формою поверхні, зокрема частинки коронавірусу (віріон);

5) розглянути особливості руху тіла, яке змінює свою форму або розміри під час руху;

6) запропонувати рекомендації щодо епідеміологічної безпеки з урахування результатів, які здобуті у дипломній роботі.

4. План роботи

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Вибір теми.
2	Затвердження теми на кафедрі
3	Робота над літературою та іншими джерелами
4	Написання вступу до роботи та першого розділу
5	Написання другого розділу
6	Написання третього розділу
7	Завершення написання дипломної роботи (висновки та література)
8	Подача науковому керівнику
9	Відгук, рецензія, підготовка до захисту
10	Попередній захист
11	Захист

5.Дата видачі завдання 11.04.2022

Студент _____ Богдан СЕНЬ

підпис

Керівник роботи _____ Тетяна ВІХТИНСЬКА

підпис

РЕФЕРАТ

Сень Богдан «Транспортні властивості тіл зі змінною приєднаною масою» Кваліфікаційна робота магістра з прикладної фізики. – Х.: Харківській національний університет імені В. Н.Каразіна, 2022. – 64 с.

В роботі з ціллю вивчення просторової еволюції часинок коронавірусу, або краплин рідини, які містіть так частинки були проведені дослідження рухливості частинок зі змінною приєднаною масою, які знаходяться в повітрі.

Зокрема в роботі досліджено основні механізми формування приєднаної маси тіл, які рухаються в рідинах і газах, а також розглянуто тіла з приєднаною масою, які рухаються з постійним прискоренням або здійснюють коливальний рух. З ціллю виконання поставлених завдань було вивчено особливості руху тіл зі змінною масою в зовнішніх полях, зокрема в полі тяжіння. В роботі розроблено модель формування приєднаної маси у тіл зі складною формою поверхні, зокрема частинки коронавірусу (віріон), а також розглянуто особливості руху такої частинки, якщо вона змінює свою форму або розміри під час руху.

Завдяки проведеним дослідженням вдалося запропонувати рекомендації щодо епідеміологічної безпеки при наявності в атмосфері частинок коронавірусу або краплин рідини з такими частинками.

.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ПРІЄДАННА МАСА, ВІРТУАЛЬНА МАСА, ВІРІОН, РУХЛИВІСТЬ, ЕПІДЕМІОЛОГІЧНА БЕЗПЕКА

РЕФЕРАТ

Сень Богдан «Транспортные свойства тел с переменной присоединенной массой»

Квалификационная работа магистра прикладной физики. – Х.: Харьковский национальный университет имени В. Н.Каразина, 2022. – 64 с.

В работе с целью изучения пространственной эволюции частиц коронавируса, или капель жидкости, содержащих так частицы, были проведены исследования подвижности частиц с переменной присоединенной массой, которые находятся в воздухе.

В частности, в работе исследованы основные механизмы формирования присоединенной массы тел, движущихся в жидкостях и газах, а также рассмотрены тела с присоединенной массой, которые движутся с постоянным ускорением или совершают колебательное движение. С целью выполнения поставленных задач были изучены особенности движения тел с переменной массой во внешних полях, в частности, в поле притяжения. В работе разработана модель формирования присоединенной массы у тел со сложной формой поверхности, в частности частицы коронавируса (вириона), а также рассмотрены особенности движения такой частицы, если она изменяет свою форму или размеры во время движения.

Благодаря проведенным исследованиям, удалось предложить рекомендации по эпидемиологической безопасности при наличии в атмосфере частиц коронавируса или капель жидкости с такими частицами.

.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ПРИЕДАННАЯ МАССА, ВИРТУАЛЬНАЯ МАССА, ВИРИОН, ПОДВИЖНОСТЬ, ЭПИДЕМИОЛОГИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

ABSTRACT

Bogdan Sen’ " Transport properties of bodies with variable added mass "
Qualification work of the bachelor of applied physics. – Kharkiv. – V. N. Karazin Kharkiv National University, 2022. – 64 p.

In this work, in order to study the spatial evolution of coronavirus particles, or liquid droplets containing particles in this way, studies were carried out on the mobility of particles with a variable added mass that are in the air.

In particular, the paper investigates the main mechanisms of the formation of the added mass of bodies moving in liquids and gases, and also considers bodies with an added mass that move with constant acceleration or oscillate. In order to fulfill the tasks set, the features of the motion of bodies with variable mass in external fields, in particular, in the field of attraction, were studied. The paper developed a model for the formation of an attached mass in bodies with a complex surface shape, in particular, a coronavirus (virion) particle, and also considered the features of the movement of such a particle if it changes its shape or size during movement.

Thanks to the research, it was possible to offer recommendations on epidemiological safety in the presence of coronavirus particles or liquid droplets with such particles in the atmosphere.

.

KEYWORDS: OBEST, VIRTUAL MASS, VIRION, MOBILITY, EPIDEMIOLOGICAL SAFETY

ЗМІСТ

ВСТУП 8
1. ПОНЯТТЯ ПРІЄДНАНОЇ МАСИ (ОГЛЯД) 11
1.1. Загальне пояснення поняття приєднаної маси 11
1.2. Прямолінійний рух сфери і циліндра з потенційним потоком 13
1.3. Залежність приєднаної маси від напряму прискорення 15
1.4. Матриця приєднаної маси 16
1.5. Оцінка матриці приєднаної маси 20
1.6. Швидкість і прискорення рідини навколо тіла, що рухається 21
1.7. Додаткові фактори, що впливають на величину приєднаної маси 24
2. РОЗГЛЯД ПЕВНИХ ЗАДАЧ ПРО ПРІЄДНАНУ МАСУ 27
2.1.Вступні зауваження 27
2.2. Формальний розв’язок задачі про приєднану масу кулі 30
2.3. Визначення приєднаної маси в енергетичному підході 38
3. РУХ ТІЛ З МАСОЮ, ЩО ЗМІЮЄТЬСЯ 41
3.1. Вступ до задачі про рух тіл з масою, що змінюється 41
3.2. Основні положення про рух тіл з масою, що змінюється. Рівняння Ціолковського 42
3.3. Основні положення про рух тіл з масою, що змінюється. Рівняння Мещерського 47
4. РУХ КРАПЛИН ТА ВІБРІОНІВ З МАСОЮ, ЩО ЗМІНЮЄТЬСЯ 49
4.1. Рух краплин при наявності процесів випаровування (коалесценції) 50
4.2. Особливості руху віріонів зі зміною форми 57
4.3. Особливості руху краплин при наявності коагуляції 59
4.4. Пропонування рекомендацій щодо епідеміологічної безпеки. Висновки розділу. 59
ВИСНОВКИ 61
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ 62

ВСТУП

Актуальність теми.

Надзвичайно висока швидкість поширення коронавірусу та інші проблеми, пов’язані з цім захворюванням, призвели до того, що за останні роки було проведено ряд досліджень фізичних причин високої мобільності окремих частинок коронавірусу. Фізико-біологічні процеси, які потребують вивчення, включають процеси утворення та аерозолізацію насичених вірусом респіраторних крапель, їх повітряно-крапельне розсіювання та осадження на поверхнях, а також подальше вдихання цих біоаерозолів реципієнтами. Дослідження динаміки рідини також є ключовою до профілактичних заходів, таких як використання масок, миття рук, провітрювання внутрішнього середовища і навіть соціального дистанціювання.

Передача респіраторних інфекцій, таких як COVID-19, в основному відбувається через наповнені вірусом частинки рідини (тобто краплі та аерозолі), які утворюються в дихальних шляхах інфікованої людини та виділяються з рота та носа під час дихання, розмови, кашлю та чхання. Дослідження показали, що конкуруючі ефекти інерції, гравітації та випаровування визначають долю цих крапель. Краплі, розмір яких перевищує критичний, осідають швидше, ніж випаровуються, і таким чином забруднюють навколишні поверхні. Краплі, менші за цей розмір, випаровуються швидше, ніж осідають, утворюючи ядра крапель, які можуть залишатися в повітрі годинами і можуть транспортуватися на великі відстані.

Передача COVID-19 від людини до людини відбувається переважно трьома шляхами: великими краплями, які викидаються з достатньою швидкістю, щоб безпосередньо вплинути на рот, ніс або кон’юнктиву реципієнта; фізичний контакт з краплями, що осіли на поверхні, з подальшим перенесенням на слизову оболонку дихальних шляхів реципієнта; і вдихання реципієнтом аерозольних ядер крапель з викиду при видиху, які доставляються потоками навколишнього повітря. Перші два шляхи, пов’язані

з великими краплями, називаються «крапельним» і «контактним» шляхами передачі, тоді як третій – так званим «повітряним» шляхом передачі. Респіраторні інфекції захоплюють наш дихальний апарат, щоб збільшити частоту та інтенсивність подихів видиху, таких як кашель та чхання, які особливо ефективні у створенні та розповсюдженні крапель, що переносять вірус. Кожна стадія процесу передачі опосередковується складними явищами потоку, починаючи від взаємодії повітря і слизової, фрагментації рідкого шару, турбулентних струменів, випаровування та осадження крапель до дисперсії та осадження частинок, викликаних потоком. Таким чином, фізика потоку є центральною в передачі COVID-19. Тобто, основною метою дипломної роботи є врахування фізичних процесів передачі респіраторних інфекції, які ґрунтуються на принципах динаміки рідини.

Для досягнення поставленої мети визначені **задачі**:

Вивчити просторову еволюцію частинок коронавірусу, або краплин рідини, які містіть так частинки, та провести дослідження рухливості частинок зі змінною приєднаною масою, які знаходяться в повітрі; дослідити основні механізми формування приєднаної маси тіл, які рухаються в рідинах і газах, а також розглянути тіла з приєднаною масою, які рухаються з постійним прискоренням або здійснюють коливальний рух; вивчити особливості руху тіл зі змінною масою в зовнішніх полях, зокрема в полі тяжіння; розробити модель формування приєднаної маси у тіл зі складною формою поверхні, зокрема частинки коронавірусу (віріон), а також розглянути особливості руху такої частинки, якщо вона змінює свою форму або розміри під час руху.

Ці фізичні задачі були розв’язані з ціллю досягти основну мету роботи, а саме запропонувати рекомендації щодо епідеміологічної безпеки при наявності в атмосфері частинок коронавірусу або краплин рідини з такими частинками.

Об’єкт дослідження – рух тіл зі змінною приєднаною масою.

Предмет дослідження – механізми формування приєднаної маси тіл зі змінною формою та розмірами, зокрема частинок аерозолю.

Методи дослідження – математичні методи гідродинаміки та газодинаміки, які дають змогу дослідити різні механізми формування приєднаної маси тіл, які рухаються в середовищі.

Наукова новизна одержаних результатів – знайдені нові механізми прискорення та уповільнення тіл, які рухаються в певному суцільному середовищі.

Практичне значення отриманих результатів: запропоновані рекомендації щодо епідеміологічної безпеки при наявності в атмосфері частинок коронавірусу або краплин рідини з такими частинками.

Структура і обсяг роботи. Магістерська робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи становить 64 сторінок, із них основного тексту 51 сторінок, 6 рисунків за текстом, список використаних джерел із 39 найменувань на 3 сторінках.

1. ПОНЯТТЯ ПРІЄДНАНОЇ МАСИ (ОГЛЯД)

1.1. Загальне пояснення поняття приєднаної маси

Кожного разу, коли прискорення накладається на потік рідини або за рахунок прискорення тіла, або за рахунок зовнішнього прискорення рідини, додаткові сили рідини будуть діяти на поверхні, що контактують з рідиною. Ці сили інерції рідини можуть мати значне значення в багатьох проблемах фізики в рідинах та газах. Метою цього розділу є розгляд деяких характеристик цих інерційних сил рідини і, зокрема, оцінити стан знань про матриці «доданої маси», які використовуються для характеристики сил.

На відміну від багатьох досліджень, в цьому дипломі ми не намагаємося охопити кожну публікацію на цю тему. Швидше, час, який був би витрачений на такі зусилля, був присвячений більш зосередженому аналізу предмета. Існують інші чудові огляди різних аспектів нестаціонарних сил рідини; зокрема, новітні книги Блевінса [1] та Сарпкая та Ісааксона [2].

Мабуть, найпростіший погляд на феномен «доданої маси» полягає в тому, що він визначає необхідну роботу для зміни кінетичної енергії, пов'язаної з рухом рідини. Будь-який рух рідини, наприклад той, який відбувається, коли тіло рухається через неї, має на увазі певну додатну, відмінну від нуля кількість кінетичної енергії, пов'язану з рухами рідини. Цю кінетичну енергію T можна просто представити як

$$T = \frac{\rho}{2}\int_V \left(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2\right) dV = \frac{\rho}{2}\int_V u_i u_i dV \qquad (1)$$

де u_i (i = 1, 2, 3) представляють відповідну декартову складову швидкості рідини, а V — всю область або об'єм рідини. Для простоти будемо вважати, що рідина нестислива з щільністю ρ.

Якщо рух тіла відбувається з рівномірним прямолінійним переміщенням зі швидкістю U, через рідину, в іншому випадку в спокої, то очевидно, що кількість кінетичної енергії T залишається постійною з часом. Крім того,

зрозуміло, що T певним чином буде пропорційним квадрату швидкості U руху. Справді, якщо потік такий, що при зміні U швидкість u_i в кожній точці рідини відносно тіла змінюється прямо пропорційно U, тоді T можна зручно виразити як

$$T = \rho \frac{I}{2} U^2 \quad , де \quad I = \int_V \frac{u_i}{U} \frac{u_i}{U} dV \tag{2}$$

а інтеграл I був би простим інваріантним числом. Це дійсно має місце з деякими рішеннями потоку рідини, такими як потенційний потік і потік Стокса з низьким числом Рейнольдса. Однак це може бути невірним для складних потоків з вихровим скиданням, які відбуваються при проміжних числах Рейнольдса.

$$T = -\frac{1}{U} \frac{dT}{dt} = -\rho I \frac{dU}{dt}. \tag{3}$$

Тепер ця сила має той самий вигляд і знак, що й ті, які необхідні для прискорення маси (m) самого тіла, а саме mdU/dt. Отже, часто зручно уявити масу рідини ρI як «додану масу» M рідини, яка починає прискорюватися разом із тілом. Звичайно, такої рідини, яку можна визначити, немає; скоріше вся рідина прискорюється до певної міри, так що загальна кінетична енергія рідини зростає.

Важливо підкреслити, що F не єдина сила опору, яку відчуває тіло. Під час стійкого переміщення в реальній в'язкій рідині виникає стійкий опір, пов'язаний з необхідною роботою, яку необхідно виконати, щоб збалансувати постійну швидкість розсіювання енергії у в'язкій рідині. Коли тіло прискорюється, виникне подібний, але не обов'язково такий ж опор, пов'язане з миттєвим значенням U. Крім того, можуть виникати відстрочені ефекти, пов'язані з усією попередньою історією руху (наприклад, сила Бассета, [2]) .

1.2. Прямолінійний рух сфери і циліндра з потенційним потоком

У попередньому обговоренні наслідки прискорення були проілюстровані посиланням на простий прямолінійний рух швидкості *U*. Повинно бути зрозуміло, що методологію можна поширити на більш загальні рухи, і це справді буде здійснено в наступному розділі. Але перед цим варто проілюструвати, як можна обчислити інтеграл *I*, а отже, і додану масу для прямолінійного руху. Для цілей цього прикладу розглянемо ідеалізовані потенційні потоки повз кулю та циліндр. Геометрія для обох така, як показано на рис.1. Вважається, що куля або циліндр радіусом *R* рухається зі швидкістю *U*(*t*), що змінюється в часі (*t* – час) у позитивному напрямку *x*. Використовуються полярні координати (*r*, υ), де *x* = *r*cos υ

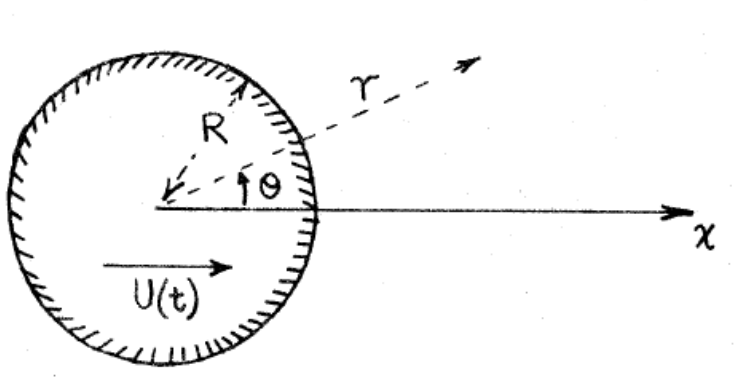


Рис.1. Модельна задача про рух кулі в рідині

Отримані швидкості рідини u_r, u_υ у *r* напрямах та υ визначаються потенціалом швидкості φ, таким, що

і відповідні потенціали швидкості φ в двох випадках є

$$u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r}; \quad u_\nu = \frac{1}{r}\frac{\partial \varphi}{\partial \nu} \tag{4}$$

і відповідні потенціали швидкості в двох випадках є

$$\varphi_{sphere} = -\frac{UR^3}{2r^2}\cos\nu \tag{5}$$

$$\varphi_{cylinder} = -\frac{UR^2}{r}\cos\nu \tag{6}$$

Читач, який не знайомий з цими рішеннями, може захотіти переконатися, що два рішення задовольняють (i) рівняння Лапласа $\nabla^2\varphi = 0$, у сферичній та циліндричної координатах відповідно та (ii) граничній умові, що відносна швидкість, нормальна до поверхні тіла, дорівнює нулю. ($(u_r)_{r=R} = U\cos\upsilon$).
Звідси випливає, що ці потоки є типу, в якому u_i прямо пропорційний U, i, отже, інтеграли I можна оцінити для кулі як

$$I = \int_R^\infty\int_0^\pi\left[\left(\frac{1}{U}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{Ur}\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\right)^2\right]2\pi r^2\sin\nu\, d\nu dr = \frac{2}{3}\pi R^3 \tag{7}$$

таким чином

$$M = \frac{2}{3}\pi R^3\rho\,.$$

Для циліндру

$$I = \int_R^\infty\int_0^{2\pi}\left[\left(\frac{1}{U}\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{Ur}\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\right)^2\right]r d\nu dr = \pi R^2 \tag{8}$$

на одиницю довжини. Тобто

$$M = \pi R^2\rho$$

на одиницю довжини.
Зверніть увагу, що додана маса циліндра M дорівнює масі рідини, витісненої тілом, тоді як додана маса кулі становить половину зміщеної маси.

Це алгебраїчно найпростіші потенційні потоки, для яких можна оцінити значення I. Однак концептуально легко уявити, як інтеграл I може бути оцінений для будь-якого потоку, якщо доступне рішення для потоку (значення u_i/U). Зауважимо, що, по суті, достатньо лише мати в наявності рішення для сталого потоку в розглянутому напрямку. Це значно спрощує розрахунок

додаткової маси для прямолінійного руху. Пізніше ми розглянемо більш загальний випадок довільного руху.

1.3. Залежність приєднаної маси від напряму прискорення

У попередньому підрозділі було зазначено, що в ідеальному випадку потенційного потоку навколо круглого циліндра при прямолінійному русі додана маса дорівнює масі рідини, витісненої циліндром. Це слід розглядати як випадковість. Немає загальної кореляції між доданою масою та масою витісненої рідини. Як ми бачили, додана маса кулі становить половину маси витісненої рідини. Крім того, ідеалізований потенційний потік повз нескінченно тонку плоску пластину (нульова зміщена маса рідини), прискорений нормально до себе, має додану масу, рівну масі кругового циліндра рідини з діаметром, рівним ширині пластини.

Таким чином, маса витісненої рідини може навіть не бути хорошим першим наближенням до доданої маси (за винятком випадку круглого циліндра). Крім того, ми побачимо, що загалом значення доданої маси залежить від напрямку прискорення. Наприклад, ідеалізоване рішення потенційного потоку для нескінченно тонкої плоскої пластини, прискореної в тангенціальному, а не в нормальному напрямку, дає нульову додану масу, а не значення, описане вище. Огляд наявних даних свідчить про те, що кращим (але все ще дуже грубим) першим наближенням до доданої маси тіла для даного напрямку прискорення буде маса об’єму рідини, отримана шляхом взяття спроектованої площі тіла в такому напрямку. напрямок і оцінка половини об’єму кулі з такою ж проектованою площею.

Ще одна складність виникне в наступному підрозділі, коли буде визначена повна матриця доданої маси, а саме те, що сила, що діє на тіло внаслідок прискорення, не обов’язково має той самий напрямок, що й прискорення. Для несиметричного тіла прискорення в одному напрямку може

призвести до ефекту «доданої маси», що призводить до сили, яка має компонент у напрямку, перпендикулярному напрямку прискорення. Якщо, наприклад, підіймати тіло з океанського дна за допомогою троса, то збільшення швидкості підйому може викликати бічний рух тіла.

1.4. Матриця приєднаної маси

До цього моменту більшість прикладів та обговорень були зосереджені на простому прямолінійному русі. Однак загалом реакція тіла на додаткову силу, прикладену в певній точці і в якомусь напрямку, не буде обмежена рухом у цьому ж напрямку. Замість цього буде загальне викликане прискорення тіла, що складається з трьох трансляційних прискорень, A_j, j = 1, 2, 3 у трьох перпендикулярних напрямках і трьох кутових прискорень, A_j, j = 4, 5, 6. Тоді додана матриця мас M_{ij}, $i = 1 \rightarrow 6$, $j = 1 \rightarrow 6$ надає метод вираження співвідношення між шістьма компонентами сили, F_i, накладеними на тіло інерційними впливами рідини через шість можливих компонентів прискорення:

$$F_i = -M_{ij} A_j \tag{9}$$

Матриця M_{ij} повинна була додати до неї інерційну матрицю через масу тіла, щоб завершити формулювання інерційних сил. Якщо центр мас тіла обраний як початок координат, матриця маси тіла є симетричною і містить лише сім різних ненульових значень, а саме масу та шість різних компонентів матриці моментів інерції [3]. Однак не можна взагалі зв’язати жоден із 36 різних компонентів матриці доданої маси або довести, що будь-який з них дорівнює нулю, за винятком конкретних випадків або для конкретних видів потоку. Отже, прикладена ззовні додаткова сила загалом створить прискорення у всіх шести компонентах швидкості та кутової швидкості. На щастя, рідко доводиться обробляти 36 різних доданих масових коефіцієнтів. Для потенційного потоку можна показати, що матриця доданої маси повинна бути симетричною, оскільки система тоді консервативна, симетрія також

випливає з теореми взаємності. Це зменшує кількість коефіцієнтів до 21. Однак подальше зменшення неможливе, крім тіл з геометричною симетрією.

Спрощення, які вносять геометрична симетрія тіла, досить легко встановити. Розглянемо, наприклад, тіло з єдиною площиною симетрії, наприклад літак. Очевидно, зручно вибрати осі так, щоб ця площина симетрії відповідала, скажімо, площині $x_3 = 0$. Тоді будь-яке прискорення, обмежене цією площиною, а саме будь-яка комбінація A_1, A_2 і A_6, не створюватиме додаткової масової сили F_3, F_4 або F_5; єдиними можливими ненульовими силами будуть F_1, F_2 і F_6. Звідси випливає, що для такого тіла наступні 9 компонент матриці доданої маси будуть дорівнювати нулю:

$$M_{ij} = 0 \quad для \quad i = 3,4,5; \quad j = 1,2,6 \tag{10}$$

Якщо, крім того, вважати, що потік є потенційним таким, що матриця є симетричною, то $M_{ji} = 0$ для тих самих областей i та j. Кількість ненульових значень, необхідних для визначення матриці, становить 12, а саме

$$M_{ii}, i = 1 \to 6 \quad i \quad M_{12}, M_{34}, M_{35}, M_{45}, M_{16} \quad i \quad M_{26} \tag{11}$$

Тіла, які мають дві площини симетрії (наприклад, півкуля), призводять до подальшого зменшення кількості ненульових значень. Припустимо, що осі обрані так, що обидві $x_2 = 0$ і $x_3 = 0$ є площинами симетрії. Тоді не тільки (10) має бути істинним, але також

$$M_{ij} = 0 \quad для \quad i = 2,4,6; \quad j = 1,3,5 \tag{12}$$

і знову, припускаючи потенційний потік $M_{ji} = 0$ для тих самих доменів. Тоді єдиними ненульовими значеннями, які потребують оцінки, є

$$M_{ii}, \quad i = 1 \to 6 \quad i \quad M_{26}, M_{35} \tag{13}$$

Останні два, які з $M_{62} = M_{26}$ і $M_{53} = M_{35}$ представляють єдині ненульові недіагональні члени, відповідають моменту навколо осі x_3, створеному прискоренням у напрямку x_2, і моменту навколо осі x_2, створеному прискоренням в напрямок x_3. Іншими словами, оскільки тіло не симетричне відносно площини x_2 x_3, лінійне прискорення в напрямку x_2 або x_3 викличе моменти тангажу в площинах x_1 x_2 або x_1x_3.

Кілька простих тіл, таких як сфера, круговий циліндр, куб, прямокутна коробка тощо, мають три площини симетрії. Дотримуючись тієї ж процедури, що використовувалася вище, стає ясно, що єдиними можливими ненульовими елементами є

$$M_{ii}, i = 1 \to 6, \quad M_{15}, M_{16}, M_{24}, M_{26}, M_{34}, M_{35} \tag{14}$$

і що, якщо передбачається потенційний потік, усі недіагональні члени дорівнюють нулю. Тільки в цьому простому випадку трьох осей симетрії та симетрії матриці (умови щодо цього див. нижче) матриця стає чисто діагональною, так що не виникає вторинних індукованих прискорень.

Залишилося обговорити точні умови потоку, за яких матрицю можна вважати симетричною, а потім, нарешті, вказати, як можна оцінити всі елементи.1.5. Симетрія матриці доданої маси

Просте визначення M_{ij} у рівнянні (9) вимагає певних припущень щодо природи потоку та здатності лінійно накладати ефекти (тобто сили) прискорення в шести напрямках. Питання про мінімальні передумови, необхідні для написання рівняння (9), тут не розглядатиметься. Проте зрозуміло, що ці передумови виконуються, як тільки робляться припущення, необхідні для оцінки M_{ij}. На нашу думку, єдині існуючі оцінки вимагають, щоб потік рідини був суперпозитивним у наступному сенсі; що повну індуковану швидкість рідини можна отримати шляхом лінійного додавання швидкостей рідини, викликаних кожним із компонентів руху або швидкості тіла. Щоб це було правдою, необхідно, щоб і рівняння, що використовуються для вирішення для потоку рідини, і граничні умови були лінійними. Це не

вірно в цілому для рівнянь Нав'є-Стокса для руху рідини, і тому супердоступність, загалом, не застосовується. Однак існують дві моделі потоку рідини, які задовольняють цій умові, а саме (i) модель потенційного потоку для великого потоку Рейнольдса [3] та (ii) модель потоку Стокса для асимптотично малих чисел Рейнольдса. В обох випадках рівняння руху можна подати в лінійному вигляді. Крім того, якщо ми маємо справу з жорсткими або недеформованими кордонами, граничні умови також є лінійними. Тільки в цих двох граничних випадках матрицю доданої маси можна розглядати як точне відображення співвідношення між силою інерції рідини та прискоренням тіла. Однак для інших типів потоків це можна вважати розумним першим наближенням. Випадок (ii) вище представляє інтерес для потоків, таких як суспензія або суспензія; однак з цього моменту ми обмежимо наші зауваження випадком (i), який має більш практичне значення в інженерії океану.

Коли потік лінійно накладається, зручно визначити U_{ij} як індуковану швидкість рідини, викликану одиничною швидкістю тіла в напрямку j (j = 1→ 6). Сюди включені обидві компоненти трансляції, j = 1, 2, 3, і компоненти обертання j = 4, 5, 6 руху тіла. Тоді, якщо швидкості тіла позначити U_j, j = 1→ 6, випливає, що швидкість рідини

$$u_i = u_{ij} U_j \tag{15}$$

Отже, рівняння (1) можна записати як

$$T = \frac{1}{2} A_{jk} U_j U_k \tag{16}$$

де матриця A_{jk} складається з елементів

$$A_{jk} = \rho \int u_{ij} u_{ik} dV = M_{jk} \tag{17}$$

Можна показати [3], що матриця A_{jk} насправді є матрицею доданої маси M_{jk}. Звичайно, зрозуміло, що діагональні члени A_{11}, A_{22}, A_{33} ідентичні доданим масам, оціненим у розділі 1.3. (Щоб встановити це, визначте напрям x як x_1, x_2,

або x_3; тоді u_{ij} і u_{ik} ідентичні і дорівнює швидкості u_i / U, використаній у підрозділі 1.3.)

Крім того, з цієї оцінки зрозуміло, що матриця доданої маси повинна бути симетричною, оскільки зміна *j* і k в рівнянні (16) не змінює значення інтеграла.

1.5. Оцінка матриці приєднаної маси

Вираз (17) дозволить оцінити всю додану матрицю мас. Дійсно, слід особливо зазначити, що використання цього результату вимагає лише розв'язання задач сталого потоку, оскільки uij – швидкість рідини, обумовлена одиничною швидкістю руху тіла в напрямку j. Отже, рішення шести стаціонарних потоків для $j = 1 \rightarrow 6$ дозволяє оцінити всі 21 відмінне значення в матриці доданої маси. Отже, для оцінки матриці доданої маси можна використовувати існуючі методи розв'язування стаціонарних течій навколо тіл досить складної геометрії. Посилання 1, 2, 3, 4 і 9 містять інформацію про ці існуючі методи.

Ще одна форма рівняння (17) також може бути корисною для роботи з потенційними потоками. Тоді, якщо φ_j представляє потенціал швидкості стійкого потоку внаслідок одиничного руху тіла в *j*-напрямку, то випливає, що

$$u_{ij} = \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} \tag{18}$$

Підстановка в рівняння (17) і застосування теореми Гріна призводить до

$$A_{jk} = -\rho \int_S \varphi_j \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} dS \tag{19}$$

де *n* – зовнішня нормаль до поверхні, *S*, яка представляє поверхню тіла. У багатьох випадках стаціонарних потенційних течій навколо складних тіл очевидно легше оцінити поверхневий інтеграл в (19), ніж інтеграл об'єму в (17). Справді, форма (19) ідеально підходить для використання з потенційними потоковими кодами, такими як код Дугласа-Неймана.

1.6. Швидкість і прискорення рідини навколо тіла, що рухається

Вся попередня дискусія була зосереджена на силах інерції, викликаних прискоренням тіла в рідині. Цей огляд був би неповним без деяких коментарів щодо випадків, коли рідина далеко від тіла або (i) рухається з постійною рівномірною швидкістю, або (ii) прискорюється.

Спочатку розгляньте випадок (i). У всіх попередніх розділах неявно припускалося, що рідина, що знаходиться далеко від тіла, перебуває в стані спокою. Інакше зрозуміло, що інтеграл, що визначає T (рівняння (1)), мав би нескінченне значення, і подальший аналіз був би безглуздим. Якщо, як у випадку (i), рідина, віддалена від тіла, має деяку рівномірну постійну швидкість, позначену W_i, то зрозуміло, що оскільки сила інерції не може бути змінена простим перетворенням Галілея, випливає, що правильне визначення T для цих обставини є

$$T = \frac{\rho}{2}\int_V (u_i - W_i)(u_i - W_i)dV \tag{20}$$

Тоді значення цього інтеграла скінчено, і загадка вирішена. Іншими словами, відповідний u_i, який буде використано в рівнянні (1), є швидкістю рідини відносно швидкості рідини далеко від тіла, за умови, що останнє є постійним у часі. Це не призводить до зміни інерційних сил рідини. Суворим виразом для сил було б

$$F_i = -M_{ij}\frac{d}{dt}(U_j - W_j) = -M_{ij}\frac{dU_j}{dt} \tag{21}$$

але оскільки похідна за часом від W_j дорівнює нулю, вихідне співвідношення (9) відновлюється.

Однак випадок (ii), у якому W_j є функцією часу, є більш складним. У цьому випадку важливо визначити сили інерції рідини з двох причин. По-перше, це має практичне значення при аналізі, наприклад, сил океанських хвиль на конструкції. По-друге, багато важливих експериментів з нестаціонарними силами проводяться з використанням рідини, що прискорюється, а не тіла, що прискорюється.

Почнемо з візуалізації випадку (i) потоку з постійною рівномірною швидкістю рідини, W_j (j = 1→3), далеко від тіла, центр об’єму якого рухається зі швидкістю U_j (j = 1→6). Тіло також прискорюється з компонентами, A_j. Потік задовольняє рівняння Нав'є-Стокса для руху рідини та граничні умови твердого тіла. Сили інерції рідини в цьому випадку визначаються рівнянням (21). Тепер розглянемо трохи інший потік, швидкість якого ідентична швидкості першого потоку, але в якому додаткове рівномірне прискорення j = 1, 2, 3 застосовується глобально як до рідини, так і до тіла.

Тепер фактичне прискорення тіла дорівнює $(A_j + \frac{dW_j}{dt})$. Рівняння руху рідини Нав'є-Стокса та граничні умови твердого тіла ідентичні для двох потоків, за винятком того, що там, де тиск p, з'являється в рівняннях для першого потоку, вираз $p - \rho x_j \frac{dW_j}{dt}$ з'являється в рівняннях для другого потоку. Отже, напруження і сили, які рідина діє на тіло, ідентичні, за винятком додаткового внеску в другий потік через додатковий тиск, $\rho x_j \frac{dW_j}{dt}$. Коли це інтегрується по поверхні тіла, додаткова сила на тіло виявляється $\rho V_D \frac{dW_j}{dt}$ де V_D — об’єм рідини, витісненої тілом. Отже, сила інерції є

$$F_i = -M_{ij} A_j + \rho V_D \frac{dW_j}{dt} \tag{22}$$

Але, як було зазначено раніше, прискорення тіла у другому потоці тепер дорівнює $A_j + dW_j/dt$, а отже, у випадку другого потоку

$$\frac{dU_j}{dt} = A_j + \frac{dW_j}{dt} \tag{23}$$

де dW_j/dt – прискорення рідини далеко від тіла. Підстановка A_j у рівнянні (22) дає кінцевий необхідний результат для другого потоку:

$$F_i = -M_{ij} \frac{dU_j}{dt} + (M_{ij} + \rho V_D \delta_{ij}) \frac{dW_j}{dt}, \quad j = 1, 2, 3 \tag{24}$$

де δ_{ij} символ Крнекера ($\delta_{ij} = 1$ for $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ for $i \neq j$).

Отже «додана маса», пов’язана з прискоренням рідини, dW_j/dt, у другому потоці є сумою справжньої доданої маси, M_{ij}, і діагональної матриці з компонентами, рівними масі витісненої рідини, ρV_D.

Однак тепер ми повинні більш уважно вивчити загальну справедливість рівняння (24). Перший і другий потоки, описані вище, передбачалося, що мають однакові поля швидкості рідини в момент, коли розглядалися сили. Загалом це не буде вірним для розв’язків рівняння Нав’є-Стокса, навіть якщо швидкості тіла та швидкості рідини в дальньому полі ідентичні. Загалом рішення рівнянь Нав’є-Стокса також залежатимуть від усієї попередньої історії руху рідини тіла та далекого поля, і, отже, два потоки, як правило, не матимуть однакових полів швидкості рідини. Однак з цього є два важливих винятки, і в обох випадках рівняння (24) буде вірним. По-перше, якщо знехтувати ефектами в'язкості, то рідина не має пам'яті, і поля швидкості рідини будуть ідентичними; таким чином рівняння (24) виконується для потенційних потоків. По-друге, якщо попередня історія відносної швидкості (U_j - W_j) ідентична в двох потоках, то (24) буде виконуватися незалежно від в'язких ефектів.

Отже, підсумовуючи, сили інерції рідини, викликані будь-якою комбінацією прискорення рідини тіла або дальнього поля (dUj/dt або dWj/dt), можуть бути точно представлені рівнянням (24), якщо (і) знехтувати ефектами в’язкості або (іі) матриця Mij представляє сили інерції рідини для випадку, коли рідина знаходиться в спокої далеко від тіла і вся попередня історія відносного руху (Uj - Wj) ідентична історії потоку, що розглядається. Останнє дійсно має місце під час порівняння двох випадків, наприклад, у першому з яких рух рідини в дальньому полі є синусоїдальним у часі, а тіло в спокої, а в другому з яких рух рідини в дальньому полі знаходиться в стані спокою і тіло рухається синусоїдно. Отже, «додана маса» в експериментах Келегана і Карпентера [4], в яких рідина в дальньому полі прискорюється синусоїдно,

повинна дати ($Mii + \rho VD$), тоді як експерименти Скопа, Рамберга і Ферера [5], в яких тіло прискорене повинно поступитися, M_{ii}. Для передачі результатів від одного випадку до іншого потрібно додати або відняти зміщену масу. Для прикладів розділу 1.1 значення ($M_{ii} + \rho V_D$) будуть $2\rho\pi R^2$ на одиницю довжини у випадку циліндра та $2\rho\pi R^3$ у випадку кулі. Іноді загальну ($M_{ii} + \rho V_D$) називають доданою масою, і це може призвести до певної плутанини. Строго кажучи, термін додана маса має бути зарезервований лише для Mij, або іншими словами для випадку, коли тіло прискорюється, а не рідини далекого поля.

1.7. Додаткові фактори, що впливають на величину приєднаної маси

1.7.1. Ефект суцільної межи

Вплив на додану масу через близькість твердої межі буде розглянуто більш детально пізніше (див. Розділ 4.4). Загалом вірно, що наявність кордону має тенденцію до збільшення доданої маси, і іноді це збільшення може бути дуже великим. Тут ми лише зауважимо, що попередні теоретичні результати однаково застосовні за наявності твердої межі з такими додатками:

A. Скорочення через геометричні симетрії, які розглядаються в розділі 3.3, застосовуються лише до повної геометричної симетрії як тіла, так і межі тіла.

B. Потенційні потоки з плоскою суцільною межею можна моделювати, відображаючи потік і тіло в площині та розглядаючи загальний потік через тіло та його зображення. Еквівалентність двох задач дозволяє переносити додані масові коефіцієнти від однієї до іншої. Як приклад цього див. випадки двох циліндрів і циліндра плюс площина кордону в таблиці II.

1.7.2. Вплив вільної поверхні, яка знаходиться поблизу

На відміну від наявності твердої межі, межа вільної поверхні значно ускладнює проблему. Це пов’язано з тим, що, загалом, гранична умова є нелінійною і, отже, супердоступність не задовольняється. Як наслідок,

динамічна поведінка тіл поблизу вільної поверхні є спеціалізованою областю, в якій література також є досить спеціалізованою через складність проблем течії рідини. Хоча ця тема виходить за рамки даного звіту, у разі потреби зробити кілька коротких зауважень і, зокрема, визначити умови, за яких необхідно враховувати ефекти вільної поверхні.

У випадку плаваючих тіл читач звертається до чудових оглядів аналітичних методів Вехаузена [6], Ньюмана [7] та Оглві [8]. Занурені тіла лише трохи легше обробляти. Слід підкреслити, що ці приклади мають відношення лише до сил інерції, що виникають при прискоренні тіл зі стану спокою. Будь-який попередній переміщення або обертальний рух цих тіл породжував би вільні поверхневі хвилі, які, у свою чергу, впливали б на нестабільне навантаження на тіло. Це являє собою основне ускладнення, що виникає через наявність вільної поверхні. Однак зрозуміло, що якщо рух тіла досить повільний (що характеризується швидкістю, скажімо U), то створені хвилі будуть мізерно малими, і ці попередні ефекти також будуть малими. Для цього потрібно, щоб число Фруда, $U/(gd)^{\frac{1}{2}} << 1$.

Результати дозволяють оцінити, що означає близькість до вільної поверхні за умови виконання вищезазначених умов. Можна бачити, що вільна поверхня має незначний вплив (менше 5%), якщо відношення глибини тіла до розміру тіла більше приблизно 4. Для меншої глибини додана маса спочатку збільшується в міру прискорення рідини. між вільною поверхнею і тілом збільшується, але потім зменшується, коли глибина менше приблизно одного виміру тіла, оскільки прискорюється менше рідини.

1.7.3. Вплив стислості рідини

Як правило, впливом стисливості води на додану масу можна знехтувати в більшості застосувань. Це пояснюється тим, що стисливість не починає впливати на потік рідини, поки відношення числа Маха типової швидкості рідини до швидкості звуку в рідині не перевищить значення щонайменше 0,1. У нестаціонарних потоках необхідно також враховувати параметр, обчислений

як типове прискорення на типовий розмір тіла і поділений на c. Знову ж таки, зазвичай не очікується будь-якого ефекту стиснення, якщо він менше 0,1.

Такі умови майже завжди задовольняються в океанічних інженерних застосуваннях. Однак можливо, що наявність великої кількості бульбашок у воді може достатньо зменшити швидкість звуку c до такої міри, що додана маса буде змінена стисливістю суміші вода/газ.

2. РОЗГЛЯД ПЕВНИХ ЗАДАЧ ПРО ПРІЄДНАНУ МАСУ

2.1.Вступні зауваження

Виведення виразів доданої маси зазвичай базується на міркуваннях щодо енергії та імпульсу. У цьому підрозділі будемо дотримуватись енергетичного підходу. Кінетична енергія рідини буде описана спочатку для рівномірного, а потім для прискореного руху тіла. Рівняння руху тіла, що рухається в рідині, в основному є твердженням другого закону Ньютона

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \tag{25}$$

де **F** — загальна зовнішня сила, яка діє на тіло, m — фактична маса тіла, **a** — його лінійне прискорення в напрямку **F**.

Розглянемо спочатку випадок, коли рух є постійним, а тіло частково або повністю занурене в рідину. Рівний рух означає нульове прискорення, тому загальна зовнішня сила **F** дорівнює нулю. Відомо, що навіть під час такого рівномірного руху в реальній рідині певні гідродинамічні реакції рідини викликають на тіло зовнішні сили. Прикладом є сила опору або тертя. Якщо рух має бути рівномірним, такі гідродинамічні сили повинні бути врівноважені іншими силами – опір, наприклад, урівноважується рушійною силою.

Однак через наявність рідини навколо тіла відбувається інша дія, яка, здається, менш зрозуміла. Будь-який рух тіла викликає рух у нерухомій рідині, тому що рідина повинна рухатися вбік, а потім з’єднуватися позаду тіла, щоб тіло могло пройти крізь рідину. Як наслідок, рідина має кінетичну енергію, якої б їй не вистачило, якби тіло не рухалося. Тіло має передати рідині кінетичну енергію, виконуючи роботу над рідиною, тобто виконана робота дорівнює зміні кінетичної енергії. Будь-які адекватні рівняння руху тіла повинні враховувати цю кінетичну енергію, яку тіло надає рідині. Це функція доданих масових членів у рівняннях.

Коли рух тіла рівномірний, відповідний рух рідини є рівномірним, а кінетична енергія рідини є постійною. Тому над рідиною не виконується

жодна робота, доки рух тіла залишається постійним. Звідси випливає, що якщо вивчати лише стаціонарні рухи, додані масові члени можна опустити в рівняннях руху.

Тепер обговорення буде звернено на прискорений рух тіла. Багато так званих стійких рухів насправді є прискореними рухами, найважливішим прикладом яких є обертання з постійної швидкістю, коли тіло має постійно прискорюватися всередину, щоб рухатися по криволінійному шляху. Повертаючись до рівняння (25), припустимо, що **F** має значення, відмінне від нуля. Тоді, відповідно до рівняння (6), тіло буде прискорюватися. Проте зміна руху тіла не може відбутися без відповідної зміни стану руху навколишнього рідини. Зміна руху рідини призведе до зміни кінетичної енергії рідини. Іншими словами, щоб прискоритися, тіло повинно виконати роботу з рідиною.

Робота виконується силою при переміщенні на певну відстань. У цьому випадку відстань — це відстань, на яку рухається тіло, а сила — це підсумована по поверхні тіла тиску, який тіло чинить на рідину. При застосуванні сили до рідини тіло відчуває протилежну силу реакції $\mathbf{F}_1$, яка є частиною загальної зовнішньої сили **F**. Нехай залишок внесків у **F** називається $\mathbf{F}_2$. Тоді рівняння (25) набуває вигляду

$$\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = m\mathbf{a}. \qquad (26)$$

На Рис. 2 припустимо, що куля занурена в рідину і прискорена вправо. Тоді сила реакції $\mathbf{F}_1$ спрямована вліво, а $\mathbf{F}_2$ повинна діяти в протилежному напрямку і бути достатньо великою, щоб подолати $\mathbf{F}_1$, а також прискорити сферу.

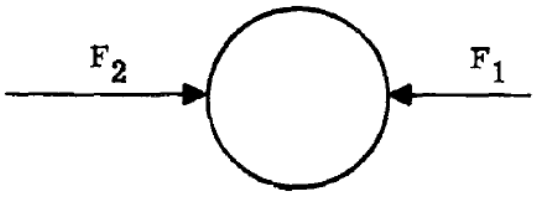


Рис.2. Зовнішні сили, що на сферу, яка прискорюється

Попереднє обговорення встановило, що додані похідні маси для витягнутого сфероїда мають розміри або маси, або моменту інерції. Цей результат, як правило, справедливий для будь-якого тіла – отже, додані похідні маси для будь-якого тіла завжди можна виразити як деякий коефіцієнт пропорційності, помножений на масу рідини, витіснену тілом, або деякий момент інерції цієї конфігурації рідини.

Основна мета цього підрозділу — представити вирази для тіла, прискореного в рідині, яка в іншому випадку перебуває в стані спокою. Проте є кілька зауважень щодо різного ефекту додаткової маси, який виникає, якщо тіло нерухоме, а рідина прискорена. Різниця виникає через градієнт тиску, необхідного в рідині для прискорення потоку рідини.

Рівняння Ейлера показує, що градієнт тиску в рідині, що прискорюється, протилежний напрямку прискорення, а його величина є добутком густини рідини та прискорення. Коли прискорення є рівномірним у всій області рідини, існує рівномірний градієнт тиску.

Вплив рівномірного градієнта на створення сили на тіло демонструється, якщо розглянути рівномірний градієнт тиску, який існує в нерухомій рідині, що знаходиться в полі тяжіння Землі. Цей градієнт створює добре відому силу плавучості в напрямку, протилежному градієнту тиску, на будь-яке тіло, яке витісняє частину рідини. Величина сили виштовхування визначається добутком об’єму витісненої рідини на градієнт тиску.

Звідси випливає, що нерухоме тіло в рівноприскореній рідині буде відчувати силу типу плавучості в напрямку прискорення рідини. Величина сили визначається потрійним добутком: густина рідини помножена на об’єм витісненої рідини на прискорення рідини. Цю силу необхідно додати до звичайної сили, створеної ефектом додаткової маси, що супроводжує відносне прискорення між тілом і рідиною.

У попередньому розділі цієї роботи, де обговорювалася природа доданих похідних маси, було зазначено, що сила, створювана ефектом додаткової маси

тіла, що прискорюється в нерухомій рідині, пропорційна масі витісненої рідини. Якщо коефіцієнт пропорційності називають k, то силу, створену ефектом доданої маси для зворотної ситуації нерухомого тіла та рідини, що прискорюється, можна отримати, замінивши k на (1 + k).

2.2. Формальний розв'язок задачі про приєднану масу кулі

У цьому підрозділі розглянемо задачу про приєднану масу під час руху кулі в рідині з постійною швидкістю. Це рішення дозволить нам розглянути реальний профіль швидкостей рідини і тим самим зрозуміти, як рідина залучена в рух тілом.

Розглянемо рівномірний рух кулі в ідеальній рідині або газі. Тобто, розглянемо рідину без в'язкості, рух якій є потенціальним:

$$rot\ \mathbf{v}(\mathbf{r},t) = 0 \tag{27}$$

З цього рівняння робимо висновок, що існує таке скалярне поле, градієнт якого є швидкістю середовища

$$\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = grad\varphi(\mathbf{r},t) \tag{28}$$

Також припустимо, що рідина є нестисливою, тобто

$$div\ \mathbf{v}(\mathbf{r},t) = 0 \tag{29}$$

Поєднуємо ці два рівняння для потенціалу швидкостей та отримуємо рівняння Лапласа

$$div\ grad\varphi(\mathbf{r}) = \nabla\nabla\varphi(\mathbf{r}) = \Delta\varphi(\mathbf{r}) = 0\,. \tag{30}$$

У сферичні й системі координат це рівняння має вигляд

$$\Delta_r\varphi(r,\theta)+\Delta_\theta\varphi(r,\theta)=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}r^2\frac{\partial}{\partial r}\varphi(r,\theta)+\frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\varphi(r,\theta)\right)=0 \qquad (31)$$

Найпростіші розв'язки цього рівняння хороші відомі [9] і можуть бути представлені нульовим та першим поліномом Лежандра. Це ізотропний розв'язок рівняння Лапласа, добре нам відомий з закону Кулона

$$\varphi(\mathbf{r})=\frac{1}{r} \qquad (32)$$

та розв'язок, який лінійно залежить від косинусу кута з віссю аплікат:

$$\varphi(\mathbf{r})=\frac{\cos\theta}{r^2} \qquad (33)$$

Прямою підстановкою можна переконатися, що ці дві функції задовольняють рівнянню (30).

Тут зауважимо, що ізотропний розв'язок (32) нас не задовольняє, тому що він забезпечує потік через будь-яку замкнуту поверхню. Тому, як пробний розв'язок, ми розглянемо рівняння типу (33).

Його можна отримати таким шляхом. Візьмемо градієнт від розв'язка (32). Цей градієнт також буде задовольняти рівнянню (33). А з ціллю отримати скалярну величину, знайдемо добуток цього градієнту на будь-який вектор:

$$\varphi=\mathbf{A}grad\frac{1}{r} \qquad \text{або} \quad \varphi=(\mathbf{A}\nabla)\frac{1}{r}. \qquad (34)$$

Розглянемо цей вираз в координатному вигляді:

$$\varphi=\left(A_x\frac{\partial}{\partial x}+A_y\frac{\partial}{\partial y}+A_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}. \qquad (35)$$

Звідси

$$\varphi = A_x \frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + ... + ... = -A_x \frac{2x}{2\left(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\right)^3} + ... + ... = \quad (36)$$

або

$$\varphi = -A_x \frac{x}{r^3} - A_y \frac{y}{r^3} - A_z \frac{z}{r^3} = -\frac{A_x x + A_y y + A_z z}{r^3} = -\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} \quad (37)$$

Тобто, це не ще інше, як наш другий розв'язок, який пропорціональний косинусу кута. Або є пропорціональним першому поліному Лежандра.

$$\varphi = -\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = -\frac{Ar\cos\theta}{r^3} = -\frac{A\cos\theta}{r^2}\,. \quad (38)$$

Кут θ, що є у формулі (38), є кутом між радіус-вектором та певним вектором **A**, який задається умовами задачі.

Наведемо також інші вигляді цього рівняння, які можуть бути корисними для подальшого розгляду задачі.

$$\varphi = -\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = -\frac{\mathbf{A}r\mathbf{e}_\mathbf{r}}{r^3} = -\frac{\mathbf{Ae}_\mathbf{r}}{r^2} = -\frac{\mathbf{An}}{r^2}\,. \quad (39)$$

Отриманий нами вираз є скалярним потенціалом швидкості рідини. Здобудемо тепер явний вигляд для швидкості рідини (або газу) виходячи з співвідношення (39) та зв'язку швидкості та скалярного потенціалу:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = grad\varphi(\mathbf{r})\,. \quad (40)$$

Наведемо послідовні викладки.

За визначенням скалярного потенціалу:

$$\mathbf{v} = \nabla\varphi = -\nabla\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} \tag{41}$$

Розраховуємо тривимірну похідну:

$$-\nabla\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = -(\mathbf{Ar})\nabla\frac{1}{r^3} - \frac{1}{r^3}\nabla(\mathbf{Ar})\,. \tag{42}$$

Тобто

$$-\nabla\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = -\frac{r^3\nabla(\mathbf{Ar}) - (\mathbf{Ar})\nabla(r^3)}{r^6}\,. \tag{43}$$

Тепер

$$-\nabla\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = -(\mathbf{Ar})(-3)\frac{1}{r^4}\frac{\mathbf{r}}{r} - \frac{1}{r^3}\mathbf{A}\,. \tag{44}$$

Тут використані відомі співвідношення :

$$\nabla r = \frac{\mathbf{r}}{r}\,, \tag{45}$$

та

$$\nabla(\mathbf{Ar}) = \mathbf{A}\,. \tag{46}$$

Таким чином

$$-\nabla\frac{\mathbf{Ar}}{r^3} = \frac{3(\mathbf{Ar})\mathbf{r} - \mathbf{A}r^2}{r^5}\,. \tag{47}$$

Остаточно здобуваємо:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{3(\mathbf{An})\mathbf{n} - \mathbf{A}}{r^3} \tag{48}$$

Це поле швидкостей в ідеальній рідині навколо кулі, що рухається.

Розглянемо тепер метод вибору вектору **A**. За умовами задачі нам дано єдиний вектор швидкості кулі (або швидкості рідини вздовж нерухомої кулі). Тому ми вибираємо вектор A колінеарним вектору швидкості:

$$\mathbf{A} = A\mathbf{e}_x \quad \| \quad \mathbf{u} = u\mathbf{e}_x \tag{49}$$

На Рис.3. наведено схематичний ескіз геометрії задачі, де вказані основні вектори то точки, в яких будуть розраховані основні величини, що є характерними для потоку.

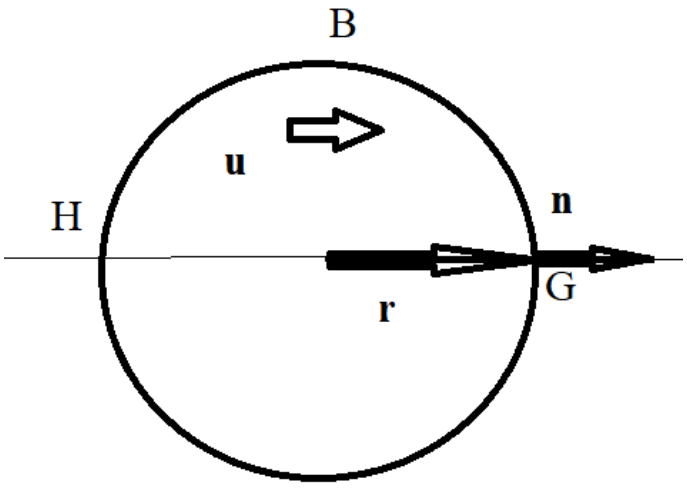


Рис. 3 Схематичний ескіз для розрахунку основних величини, що є характерними для потоку.

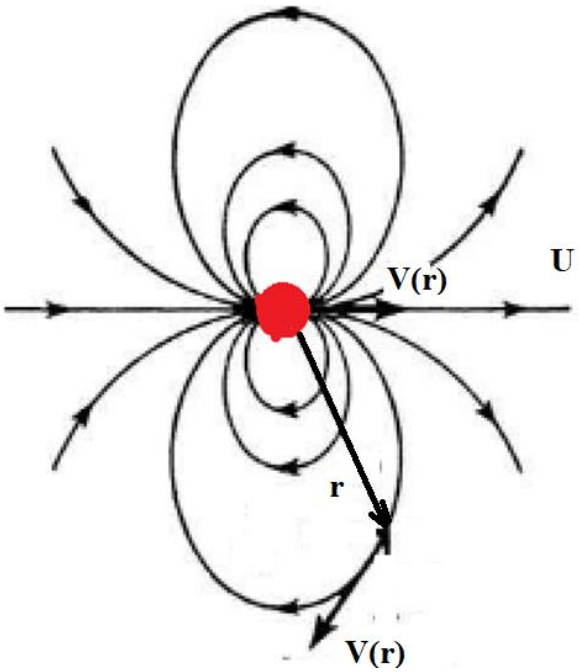


Рис.4. Поле швидкостей рідини біля кулі, що рухається.

На рис. 4 зображене поле швидкостей рідини навколо кулі, що рухається в рідині зі сталою швидкістю. Форма цього поля визначається формулою (48).

Тепер необхідно знайти константу A, яка визначає величину швидкості рідини. Це можливо зробити з граничних умов на поверхня кулі. Однак ми зробимо це тільки в певних точках на кулі, де такі умови найбільш очевидні.

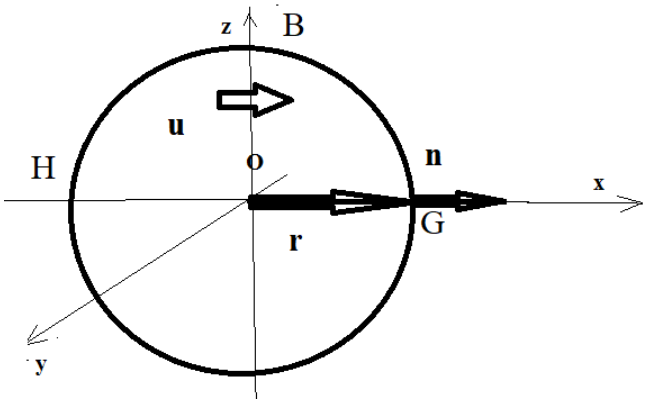


Рис. 5. Система координат, що вибрана для опису задачі

Спочатку розглянемо точку G, тобто передню точку кулі. В цій точці вектор швидкості дорівнює

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_G) = \frac{3(\mathbf{A}\mathbf{r}_G)\mathbf{r}_G - \mathbf{A}r_G^{\,2}}{r_G^{\,5}}. \tag{50}$$

З гранічних умов в цій точці випливає

$$\mathbf{v}_n\big|_{границя} = \mathbf{u}_n \tag{51}$$

З умов задачі ми знаємо, що вектор швидкості кулі **u**, а, також і невідомий вектор **A** є колінеарними і спрямовані вздовж осі *x*, тобто

$$\mathbf{A} = A\mathbf{e}_x \quad \| \quad \mathbf{u} = u\mathbf{e}_x \quad \text{або} \quad \mathbf{A} = (A,0,0) \quad \mathbf{u} = (u,0,0) \tag{52}$$

Радіус – вектор точки G на поверхні дорівнює

$$\mathbf{r}_G = (R,0,0). \tag{53}$$

Нагадаємо, що *R* тут це радіус кулі. Звідси ми маємо

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_G) = \frac{3(A_x R)R\mathbf{e}_x - \mathbf{A}R^2}{R^5} \tag{54}$$

Після замін $\mathbf{v}(\mathbf{r}_G) = u$ та $\mathbf{n} = \mathbf{e}_x$ здобуваємо, що

$$\mathbf{v}(\mathbf{r} = \mathbf{r}_G) = \frac{3(A)\mathbf{n} - \mathbf{A}}{R^3} = \mathbf{u} = u\mathbf{e}_x \tag{55}$$

або

$$\frac{3(A)\mathbf{e}_x - A\mathbf{e}_x}{R^3} = \frac{2A\mathbf{e}_x}{R^3} = \mathbf{u} = u\mathbf{e}_x. \tag{56}$$

Таким чином, остаточно для визначення величину A, здобуваємо таке співвідношення:

$$\frac{2A}{R^3} = u \tag{57}$$

Аналогічно зробимо для перевірки такі ж самі викладки для точки F на поверхні:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r} = \mathbf{r}_F) = \frac{3(-A)(-\mathbf{e}_x) - A\mathbf{e}_x}{R^3} = \mathbf{u} = u\mathbf{e}_x \tag{58}$$

Звідси, як і з (57) маємо

$$A = \frac{u}{2} R^3 . \tag{59}$$

Таким чином для профілю швидкості, який створюється кулею під час рівномірного прямолінійного руху маємо таке співвідношення:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \frac{R^3}{2r^3}\left(3(\mathbf{un})\mathbf{n} - \mathbf{u}\right). \tag{60}$$

Цей загальний вираз дозволяє визначити явні значення швидкості рідини в певних точках поверхні кулі. Наприклад, в точці B (див Рис.4.) з рівняння (60) випливає, що

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}_B) = \frac{R^3}{2R^3}\left(3(0)\mathbf{n} - \mathbf{u}\right) = -\frac{\mathbf{u}}{2} \ . \tag{61}$$

В точці F (остання точка на поверхні кулі) швидкість дорівнює

$$\mathbf{v}(F) = \frac{R^3}{2R^3}\left(3(-\mathbf{u})(-1) - \mathbf{u}\right) = \mathbf{u} \tag{62}$$

Тобто гранична умова на нормальну компоненту швидкості виконується.

Тепер можна визначити величину приєднаної маси.

2.3. Визначення приєднаної маси в енергетичному підході

Будемо визначати величину приєднаної маси в енергетичному підході. Тобто, розрахуємо енергію рідини , яка рухається внаслідок руху кулі.

За визначенням кінетична енергія руху рідини дорівнює

$$E = \frac{\rho}{2}\int \mathbf{v}(\mathbf{r})^2 d^3 r \,. \tag{63}$$

Тут

$$d^3 r = dxdydz \,. \tag{64}$$

Елемент об’єму, який в сферичній системі координат дорівнює

$$d^3 r = r^2 dr d\varphi \sin\theta d\theta \tag{65}$$

Для перевірки, розрахуємо такий інтеграл для середині кулі:

$$\int\limits_{КУЛЯ} d^3 r = \int\limits_0^R r^2 dr \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^{\pi} \sin\theta d\theta. \tag{66}$$

Тобто

$$\int\limits_{КУЛЯ} d^3 r = \frac{R^3}{3} 2\pi \int\limits_0^{\pi} d(-\cos\theta). \tag{67}$$

або

$$\int\limits_{КУЛЯ} d^3 r = \frac{R^3}{3} 2\pi(1+1) = \frac{4\pi R^3}{3}. \tag{68}$$

Таким чином, ми здобули відому формулу для об’єму кулі. Розрахуємо цій інтеграл для зовнішній частини простору

$$\int\limits_{ЗОВНІ} \mathbf{v}^2(\mathbf{r}) d^3 r = \int\limits_R^\infty \mathbf{v}^2(\mathbf{r}) r^2 dr \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^\pi \sin\theta d\theta. \tag{69}$$

Для цього представимо його в вигляді подвійного інтегралу

$$2\pi \int\limits_R^\infty \left(\frac{R^3}{2r^3} \left(3(\mathbf{un})\mathbf{n} - \mathbf{u}\right) \right)^2 r^2 dr \int\limits_0^\pi \sin\theta d\theta. \tag{70}$$

А потім – у вигляді добутку однократних інтегралів:

$$2\pi \int\limits_R^\infty \left(\frac{R^3}{2r^3} \right)^2 r^2 dr \int\limits_0^\pi \left(\left(3(\mathbf{un})\mathbf{n} - \mathbf{u}\right) \right)^2 \sin\theta d\theta = 2\pi I_R I_t \tag{71}$$

Тепер обчислимо кожен з цих інтегралів:

За радіус вектором:

$$I_R = \int\limits_R^\infty \left(\frac{R^3}{2r^3} \right)^2 r^2 dr = \frac{R^6}{4} \int\limits_R^\infty \frac{1}{r^4} dr = \frac{R^3}{12} \tag{72}$$

та за кутом:

$$I_\theta = \int\limits_0^\pi \left(\left(3(\mathbf{un})\mathbf{n} - \mathbf{u}\right) \right)^2 \sin\theta d\theta = \int\limits_0^\pi \left(9(\mathbf{un})^2 - 6(\mathbf{un})^2 + \mathbf{u}^2 \right) d(-\cos\theta). \tag{73}$$

Для цього інтегралу маємо декілька доданків:

$$I_\theta = \int\limits_0^\pi \left(3(\mathbf{un})^2 + \mathbf{u}^2 \right) d(-\cos\theta) = \int\limits_0^\pi \left(3(\mathbf{un})^2 \right) d(-\cos\theta) + \int\limits_0^\pi \mathbf{u}^2 d(-\cos\theta) =$$

$$= \int\limits_0^\pi \left(3(\mathbf{un})^2 \right) d(-\cos\theta) + \int\limits_0^\pi \mathbf{u}^2 d(-\cos\theta) = 3\mathbf{u}^2 \int\limits_0^\pi (\cos\theta)^2 d(-\cos\theta) + \mathbf{u}^2 \int\limits_0^\pi d(-\cos\theta).$$

Тобто

$$I_\theta = 3\mathbf{u}^2 \int_0^\pi (\cos\theta)^2 d(-\cos\theta) + \mathbf{u}^2 2 = 3\mathbf{u}^2 \frac{2}{3} + \mathbf{u}^2 2 = 4\mathbf{u}^2 . \quad (74)$$

Таким чином шуканий інтеграл дорівнює

$$\int_{ЗОВНІ} \mathbf{v}^2(\mathbf{r}) d^3 r = 2\pi \frac{R^3}{12} 4\mathbf{u}^2 = \frac{2\pi}{3} R^3 \mathbf{u}^2 . \quad (75)$$

Для повної енергії рідини маємо такий результат

$$E = \frac{\rho_{ж}}{2} \frac{2\pi}{3} R^3 \mathbf{u}^2 . \quad (76)$$

Цей результат можна трактувати , як кінетичну енергію тіла,

$$E = \frac{M_{пр}}{2} \mathbf{u}^2 \quad (77)$$

яке має швидкість **u**, а маса якого дорівнює $M_{пр}$:

$$M_{пр} = \frac{2\pi}{3} R^3 \rho_{ж} . \quad (78)$$

Ця маса є приєднаною масою рідини. Її можна трактувати , як частина рідини , що рухається разом з кулею. Але ця трактовка є фізично невірною. Фізично вірною є таке трактування. Приєднана маса, це додаток до маси частинки , що рухається у рідині, яка визначає збільшення енергії руху частинки у порівнянні з рухом у вакуумі. Дорівнює ця маса (у разі кулі) масі рідині, яка заповнює половину об’єму тіла.

Таким чином, ми здобули остаточні вирази для приєднаної маси, які обговорювали в перших розділах диплому, та визначили фізичне трактування приєднаної маси.

3. РУХ ТІЛ З МАСОЮ, ЩО ЗМІЮЄТЬСЯ

3.1. Вступ до задачі про рух тіл з масою, що змінюється

Розглянемо тепер системи, маси яких змінюються. Такі системи можна як свого роду непружне зіткнення. Повний імпульс

$$\mathbf{p} = M\mathbf{v}_{ці} \tag{79}$$

системи частинок дорівнює добутку повної маси системи M на швидкість її центру інерції $\mathbf{v}_{ці}$. Якщо продиференціювати обидві частини рівності за часом, то за умови, що *M* постійна, отримаємо:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = M\frac{d\mathbf{v}_{ці}}{dt} = M\mathbf{a}_{ці} = \mathbf{F}_{зовніш} \tag{80}$$

де $\mathbf{F}_{зовніш}$ – зовнішня результуюча сила, прикладена до системи. Необхідно дуже ретельно визначати систему і враховувати всі зміни її імпульсу.

Важливим прикладом систем зі змінною масою є ракети, які рухаються вперед за рахунок викидання згорілих газів; при цьому ракета прискорюється силою, що діє на неї газів. Маса *M* ракети постійно зменшується, тобто d*M*/d*t* < 0. Іншим прикладом систем зі змінною масою може бути навантаження сипких або інших матеріалів на транспортерну стрічку конвеєра; у своїй маса M навантаженого конвеєра зростає, тобто *dM*/*dt* > 0. Розглянемо рух тіл із змінною масою з прикладу ракети.

Реактивний рух заснований на принципі віддачі. У ракеті при згорянні палива гази, нагріті до високої температури, викидаються із сопла з великою швидкістю $\upsilon_г$. Ракета і гази, що викидаються, взаємодіють між собою за законом збереження імпульсу: $m_p\upsilon_p = m_г\upsilon_г$.

На підставі цього закону кінцева швидкість ракети

$$v_p = -v_г \ln\left(\frac{M_0}{M}\right) \tag{80}$$

де $\upsilon_г$ - відносна швидкість газів, що викидаються, M0 і M - початкова і кінцева маси ракети. Це співвідношення у фізиці називають формулою Ціолковського. З нього випливає, що для досягнення швидкості υ, що в 4 рази перевищує по

модулю відносну швидкість газів, що викидаються, стартова маса одноступінчастої ракети повинна приблизно в 50 разів перевищувати її кінцеву масу.

3.2. Основні положення про рух тіл з масою, що змінюється. Рівняння Ціолковського

У природі та сучасної техніки ми нерідко стикаємося з рухом тіл, маса яких змінюється з часом. Маса Землі зростає внаслідок падіння на неї метеоритів, маса метеорита при польоті в атмосфері зменшується в результаті відриву або згоряння його частинок, маса дрейфуючої крижини зростає при наміри та убуває при таненні і т. д. Рух якоря з якорним ланцюгом, дедалі більше ланок ланцюга сходить з лебідки,— приклад руху тіла змінної маси. Ракети всіх систем, реактивні літаки, реактивні снаряди та міни також є тілами, маса яких змінюється під час руху.

Загальні закони динаміки тіл зі змінною масою були відкриті та досліджені І. В. Мещерським та К. Е. Ціолковським. Ціолковським були розроблені фундаментальні проблеми реактивної техніки, які в наші дні є основою для штурму людиною міжпланетних просторів.

Для виведення основного рівняння руху тіла змінної маси розглянемо конкретний випадок руху найпростішої ракети. Ми розглядатимемо ракету як досить мале тіло, положення центру тяжкості якого не змінюється в міру згоряння пороху. І тут ми можемо вважати ракету матеріальної точкою змінної маси, що з центром тяжкості ракети.

Не розглядаючи фізико-хімічну природу сил, що виникають при відкиданні від ракети газів, утворених при згоранні пороху, зробимо таке спрощуюче виведення припущення: вважатимемо, що частина газу, яка відкидається від ракети, взаємодіє з ракетою M тільки в момент їх безпосереднього контакту . Як тільки частка dM набуває швидкість відносно точки M, її вплив на неї припиняється. Припустимо, що зміна маси ракети M відбувається безперервно, без стрибків. (Це означає, що ми не розглядаємо

багатоступінчасті ракети, маса яких змінюється стрибкоподібно.) Це припущення дозволяє вважати, що існує похідна від маси за часом.

Нехай у момент *t* маса ракети *M*, та її швидкість щодо нерухомої системи координат *v*. Припустимо, за час *dt* від ракети відокремилася частка маси (– dM) зі швидкістю (щодо тієї ж нерухомої системи координат), що дорівнює і. Знак «мінус» перед збільшенням маси вказує на те, що збільшення це негативне, маса ракети зменшується.

Припустимо, рівнодіюча зовнішніх сил, що діють на ракету (сили тяжіння та опору середовища), *F*. Як сказано вище, в момент відділення частки маси (-*dM*) між нею та ракетою діє невідома нам реактивна сила *Fp*. Сила *Fp* для системи ракета – частка є внутрішньою. Щоб виключити її з розгляду, скористаємося законом зміни кількості руху. Кількість руху системи ракета - частка в момент t, тобто перед відділенням частки:

$$\mathbf{P} = M\mathbf{v} \tag{81}$$

Кількість руху системи в момент *t*+*dt* (після відділення частинки) складається з кількості руху маси [*M*–(–*dM*)], що отримала швидкість (*v*+*dv*), і кількості руху маси частинки – *dM*, що летить зі швидкістю *u*:

$$\mathbf{P} = = [M - (-dM)](\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + (-dM)\mathbf{u} \tag{82}$$

Зміна кількості руху системи за час *dt*:

$$d\mathbf{P} = = [M + dM](\mathbf{v} + d\mathbf{v}) + (-dM)\mathbf{u} - M\mathbf{v} = \mathbf{v}dM - \mathbf{u}dM + Md\mathbf{v}. \tag{83}$$

Величина *dP* має бути прирівняна імпульсу рівнодіючої зовнішніх сил

$$\mathbf{v}dM - \mathbf{u}dM + Md\mathbf{v} = \mathbf{F}dt \tag{84}$$

Звідси, перегрупувавши члени та розділивши на *dt*, отримаємо основне рівняння руху точки змінної маси:

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F}+(\mathbf{u}-\mathbf{v})\frac{dM}{dt} \tag{85}$$

Це рівняння інакше називають рівнянням Мещерського. Для ракети $\frac{dM}{dt}$ <0, тому що при польоті маса її зменшується. Якщо маса тіла під час руху збільшується, то $\frac{dM}{dt}>0$. При $\frac{dM}{dt}=0$ рівняння (22) переходить у рівняння другого закону Ньютона для випадку постійної маси. Величина u —v є швидкість частинок, що викидаються ракетою, щодо системи координат, що рухається з ракетою. Цю швидкість називають зазвичай просто відносною швидкістю V. Тоді рівність (85) запишеться як

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F}+\mathbf{V}\frac{dM}{dt} \tag{86}$$

Для будь-якого моменту часу добуток маси тіла на його прискорення одно векторної сумі рівнодіючої прикладених до тіла зовнішніх сил і реактивної сили. При русі ракети поблизу Землі рівнодіюча зовнішніх сил є сумою сили тяжіння і сили опору повітря. Прискорення ракети залежить ще й від реактивної сили, змінюючи величину та напрямок якої можна керувати польотом ракети.

Якщо відносна швидкість частинок, що відкидаються, дорівнює 0, то

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\mathbf{F}\,. \tag{87}$$

Важливий внесок у механіку тіл змінної маси стосовно конкретних завдань реактивної техніки внесено знаменитим російським ученим Костянтином Едуардовичем Ціолковським. У 1903 р. було видано його роботу «Дослідження світових просторів реактивними приладами», у якій К. Е. Ціолковський досліджував ряд випадків прямолінійних рухів ракет. К. Е. Ціолковським обґрунтовано та доведено можливість практичного використання реактивного руху. Їм знайдено умови, за яких можна отримати

швидкості, достатні для здійснення космічного польоту. Отримана ним формула, що пов'язує швидкість ракети з її початковою масою, досі використовується для розрахунків. У роботах 1911-1914 рр.. він вивчив питання про величину запасів палива, необхідних для подолання сил тяжіння Землі, і запропонував висококалорійне паливо, що дозволяє отримати великі швидкості закінчення газових струменів. К. Е. Ціолковського по праву вважають винахідником рідинних ракет дальньої дії та основоположником теорії міжпланетних польотів.

Йому належить ідея розробки теорії про багатоступінчастих ракет, як у деяких інтервалах часу маса ракети змінюється безупинно, а деякі моменти — стрибком.

Їм проведені великі дослідження з оцінки сил опору під час руху тіл змінної маси. Ціолковським поставлений цілий ряд оригінальних проблем, що мають вирішальне значення для розвитку реактивної техніки.

Для того щоб з'ясувати основні фактори, що створюють можливість реактивного руху з великими швидкостями, розглянемо рух точки змінної маси в безповітряному просторі (відсутня опір руху тіла), без дії зовнішніх сил (сили тяжіння). Припустимо, що швидкість закінчення частинок спрямована прямо протилежно вектору швидкості тіла *v*. Ці умови відповідають так званому першому завданню Ціолковського. В результаті отримуємо формулу Ціолковського і слідство з неї. Знайдемо при зроблених припущеннях швидкість руху тіла (точки) та закон її руху.

При сформульованих умовах рівняння руху набуває вигляду:

$$M\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{V}\frac{dM}{dt}, \tag{88}$$

або

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\mathbf{V}\frac{1}{M}\frac{dM}{dt}. \tag{89}$$

Припустимо, $M = M(t)$, де $M(t)$ - функція, що визначає закон зміни маси. Підставивши в (26) значення М та проінтегрувавши, отримаємо:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{d\mathbf{V}\ln M}{dt}. \tag{90}$$

Звідки маємо

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}_0 = -\mathbf{V}\ln\left(\frac{M}{M_0}\right), \tag{91}$$

або

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{V}\ln\left(\frac{M_0}{M}\right). \tag{92}$$

Ця формула називається формули Ціолковського [10]. З формули випливає, що швидкість, набута точкою змінної маси, залежить від відносної швидкості V і відношення початкової маси до процесу горіння, що залишається до кінця. Якщо маса точки в кінці процесу горіння M , а відкинута маса (маса палива)-m, то при нульовій початковій швидкості отримуємо для розрахунку швидкості в кінці процесу горіння вираз:

$$\mathbf{v} \approx \mathbf{V}\ln\left(\frac{M+m}{M}\right) = \mathbf{V}\ln\left(1+\frac{m}{M}\right) = 2.3\mathbf{V}\lg\left(1+\frac{m}{M}\right) \tag{93}$$

Співвідношення $\frac{m}{M} = Z$ називають числом Ціолковського. Для сучасних ракет можна покласти V = 2000 м/сек. Тоді за числі Ціолковського Z = 0,250; 9,000; 32,333; 999,000 отримаємо відповідно швидкості ϑ_1 =446; 4605; 7013; 13 815 м/сек. З формули Ціолковського (27) випливає, що:

1) швидкість точки змінної маси в кінці активної ділянки тим більша, чим більша швидкість відкидання частинок;

2) швидкість в кінці активної ділянки тим більша, чим більша швидкість відкидання частинок число Ціолковського;

3) швидкість точки змінної маси в кінці активної ділянки не залежить від закону зміни маси (режиму горіння). Заданому числу Ціолковського відповідає певна швидкість точки наприкінці процесу горіння незалежно від цього, швидко чи повільно йшло горіння. Це є проявом закону збереження кількості руху;

4)для отримання можливо більших швидкостей точки змінної маси в кінці активної ділянки вигідніше йти шляхом збільшення відносної швидкості відкидання частинок, ніж шляхом збільшення запасів палива.

З рівняння (91) можна знайти закон зміни відстані випромінюючої точки від початку координат; вважаючи V = const, получимо:

$$d\mathbf{r} = \mathbf{v}_0 dt - \mathbf{V} \ln\left(\frac{M}{M_0}\right) dt \tag{94}$$

після інтегрування:

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 dt - \mathbf{V} \int_0^t \ln\left(\frac{M}{M_0}\right) dt \tag{95}$$

Звідси випливає, що відстань на відміну закону швидкості залежить від закону зміни маси, т. е. від функції $M(t)$.

3.3. Основні положення про рух тіл з масою, що змінюється. Рівняння Мещерського

Якщо маса тіла змінна, наприклад, у задачі про ракету, що викидає частину маси у вигляді продуктів згоряння, то рівняння (93) використовувати не можна. Це рівняння відноситься до одного тіла певної маси. У разі зльоту ракети маса ракети постійно зменшується, оскільки викидаються гази й у кожен момент треба розглядати систему тіл ракета — гази. Рівняння (93) слід замінити більш загальним рівнянням, придатним для системи тіл:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{R}, \tag{96}$$

де **R** - рівнодіюча всіх зовнішніх сил, що діють на систему ззовні, а d**p** - загальна зміна імпульсу системи за час *dt*. Роль **R** грає сила тяжіння **F** = *m***g** (а враховуючи тертя повітря — і $\mathbf{F}_{\text{тертя}}$). Загальний імпульс усієї системи **p** складається з імпульсу ракети та імпульсу газів $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{\text{рак}} + \mathbf{p}_{\text{г}}$, так що

$$d\mathbf{p} = d\mathbf{p}_{рак} + d\mathbf{p}_{г} \tag{97}$$

За час *dt* імпульс ракети зміниться на $d\mathbf{p}_{\text{рак}} = (m - dm)\, d\mathbf{v} \sim m\, d\mathbf{v}$. Член другого порядку малості відкидається. Імпульс викинутих протягом *dt* газів буде $d\mathbf{p}_r =$

(μdt)**u**, де μ — секундний витрата палива, та **u** — швидкість закінчення продуктів згоряння. Тоді (96) можна записати у вигляді

$$m d\mathbf{v} + \mu \mathbf{u} dt = \mathbf{F}_{тяж} dt . \qquad (98)$$

Це рівняння називається рівняння Мещерського [11].

Потрібно звернути особливу увагу на знаки швидкостей та сил. Виберемо позитивний напрямок осі *x* догори. Розглянемо зліт ракети. Величини $\mathbf{F}_{тяж}$ і **u** треба взяти з мінусом, а швидкість ракети **v** і збільшення цієї швидкості d**v** – з плюсом. Якщо використовувати арифметичні значення, треба написати:

$$m dv - \mu u dt = -mg dt . \qquad (99)$$

Зауважимо, що при $\mu u < mg$ приріст *dv* буде дорівнювати або бути менше нуля і ракета не злетить.При посадці ракети треба зменшувати швидкість так, щоб у момент стикання з грунтом вона була близька до нуля. Для цього ракета повинна сідати «кормою вперед» та викидати гази так, щоб уповільнювати падіння. При цьому при вибраному напрямку осі *x* швидкість $v < 0$, а $dv > 0$.

Знайдемо з останнього рівняння *dv* та візьмемо інтеграл.

$$dv - \mu u dt / m = -g dt \qquad (100)$$

Звідси

$$v(t) = \int_0^{v(t)} dv = -u \int_{m_0}^{m(t)} \frac{dm}{m} = +\frac{g}{\mu} \int_{m_0}^{m(t)} dm . \qquad (101)$$

Остаточно маємо:

$$v(t) = -u \ln\left(\frac{m_0}{m(t)} \right) - \frac{g}{\mu} \left(m(t) - m_0 \right). \qquad (102)$$

де m_0 і m(t) - початкова і кінцева маси ракети. Це і дало підставу Ціолковському використати наближену формулу (93) , яка отримала назву формули Ціолковського.

4. РУХ КРАПЛИН ТА ВІБРІОНІВ З МАСОЮ, ЩО ЗМІНЮЄТЬСЯ

Надзвичайно висока швидкість поширення коронавірусу та інші проблеми, пов’язані з цім захворюванням, призвели до того, що за останні роки було проведено ряд досліджень фізичних причин високої мобільності окремих частинок коронавірусу. Фізико-біологічні процеси, які потребують вивчення, включають процеси утворення та аерозолізацію насичених вірусом респіраторних крапель, їх повітряно-крапельне розсіювання та осадження на поверхнях, а також подальше вдихання цих біоаерозолів реципієнтами. Дослідження динаміки рідини також є ключовою до профілактичних заходів, таких як використання масок, миття рук, провітрювання внутрішнього середовища і навіть соціального дистанціювання [12] – [17].

Передача респіраторних інфекцій, таких як COVID-19, в основному відбувається через наповнені вірусом частинки рідини (тобто краплі та аерозолі), які утворюються в дихальних шляхах інфікованої людини та виділяються з рота та носа під час дихання, розмови, кашлю та чхання. Дослідження показали, що конкуруючі ефекти інерції, гравітації та випаровування визначають долю цих крапель. Краплі, розмір яких перевищує критичний, осідають швидше, ніж випаровуються, і таким чином забруднюють навколишні поверхні. Краплі, менші за цей розмір, випаровуються швидше, ніж осідають, утворюючи ядра крапель, які можуть залишатися в повітрі годинами і можуть транспортуватися на великі відстані.

Передача COVID-19 від людини до людини відбувається переважно трьома шляхами: великими краплями, які викидаються з достатньою швидкістю, щоб безпосередньо вплинути на рот, ніс або кон’юнктиву реципієнта; фізичний контакт з краплями, що осіли на поверхні, з подальшим перенесенням на слизову оболонку дихальних шляхів реципієнта; і вдихання реципієнтом аерозольних ядер крапель з викиду при видиху, які доставляються потоками навколишнього повітря. Перші два шляхи, пов’язані

з великими краплями, називаються «крапельним» і «контактним» шляхами передачі, тоді як третій – так званим «повітряним» шляхом передачі. Респіраторні інфекції захоплюють наш дихальний апарат, щоб збільшити частоту та інтенсивність подихів видиху, таких як кашель та чхання, які особливо ефективні у створенні та розповсюдженні крапель, що переносять вірус. Кожна стадія процесу передачі опосередковується складними явищами потоку, починаючи від взаємодії повітря і слизової, фрагментації рідкого шару, турбулентних струменів, випаровування та осадження крапель до дисперсії та осадження частинок, викликаних потоком. Таким чином, фізика потоку є центральною в передачі COVID-19. Тобто, основною метою дипломної роботи є врахування фізичних процесів передачі респіраторних інфекції, які ґрунтуються на принципах динаміки рідини.

Для досягнення поставленої мети в цьому розділі вирішені наступні задачі: проведені дослідження рухливості частинок зі змінною приєднаною масою, які знаходяться в повітрі, а також розглянути тіла з приєднаною масою, які рухаються з постійним прискоренням; вивчені особливості руху тіл зі змінною масою в зовнішніх полях, зокрема в полі тяжіння; розроблено модель формування приєднаної маси у тіл зі складною формою поверхні, зокрема частинки коронавірусу (віріон), а також розглянуто особливості руху такої частинки, якщо вона змінює свою форму або розміри під час руху.

4.1. Рух краплин при наявності процесів випаровування (коалесценції)

Як перше завдання розглянемо задачу про рух краплі з випадку, коли під дію сонячного випромінювання або теплого повітря можливе випаровування краплі. Якщо такий процес має місце у хмарі крапель, то можливий прояв явища коалесценції [18]. При цьому явище краплі розміру менше певного (він називається критичний радіус) випаровуються і тим самим зменшують свій розмір. Краплі, радіус яких більше критичного, поглинають молекули рідини з

повітря (відбувається конденсація) і тому такі краплі ростуть. Такий несиметричний процес призводить до все більшого і прискореного зростання великих крапель і зникнення малих крапель, що прискорюється.

Зазвичай такий процес є однією з причин появи крапель досить великого розміру в хмарах, що призводить до початку дощу.

Зауважимо, що такий процес призводить до утворення великих крапель навіть у випадку, коли краплі однаково заряджені і тому відштовхуються один одного і не можуть зливатися, утворюючи великі краплі (коагуляція). [19].

Розглянемо, як змінюється динаміка краплі у міру її зростання, наприклад у полі тяжкості, ґрунтуючись на методику, розглянуту в попередньому розділі диплома.

Нехай нам заданий закон зміни маси краплі $M = M(t)$, тоді другий закон Ньютона виглядатиме таким чином

$$\frac{dM(t)v}{dt} = M(t)g \tag{103}$$

Тут ми для простоти розглядаємо падіння краплі з початковою нульовою швидкістю. З цього рівняння отримуємо наступне диференціальне рівняння для швидкості краплі:

$$\dot{v} + v\frac{d\ln M(t)}{dt} = g \tag{104}$$

яке формально аналогічне до рівняння Мещерського.

Перепишемо його у такому вигляді

$$\dot{v} = -f(t)v + g \tag{105}$$

Де функція $f(t)$ має розмірність зворотного часу.

Розв’язок цього лінійного неоднорідного рівняння має вигляд

$$v(t) = h(t)\exp\left(-\int_0^t f(t)dt\right) \tag{106}$$

Це випливає з рівності

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{dh(t)}{dt}\exp\left(-\int_0^t f(t)dt\right) + (-f(t)h(t)\exp\left(-\int_0^t f(t)dt\right) \qquad (107)$$

Тобто для висоти маємо таке рівняння

$$\frac{dh(t)}{dt} = g\exp\left(+\int_0^t f(t)dt\right). \qquad (108)$$

Звідси

$$h(t) = g\int_0^t \exp\left(+\int_0^t f(t)dt\right)dt + C \qquad (109)$$

Остаточно для швидкості маємо

$$v(t) = \left(g\int_0^t \exp\left(+\int_0^t f(t)dt\right)dt\right)\exp\left(-\int_0^t f(t)dt\right) \qquad (110а)$$

або

$$v(t) = ge^{-\int_0^t f(t)dt}\int_0^t e^{+\int_0^t f(t)dt}dt. \qquad (110б)$$

В нашому конкретному випадку функція $f(t) = d\ln(M(t))/dt$ є похідною, тому її легко інтегрувати

$$v(t) = ge^{-\ln\left(\frac{M(t)}{M_0}\right)}\int_0^t e^{+\ln\left(\frac{M(t)}{M_0}\right)}dt. \qquad (111)$$

Звідси

$$v(t) = g\left(\frac{M_0}{M(t)}\right)\int_0^t \frac{M(t)}{M_0}dt. \qquad (112)$$

Отримане рівняння аналогічне рівнянню Мещерського і дає відомі результати для випадку реактивного руху. Ми застосуємо це рівняння для випадку коалесценції, коли велика крапля рухається через атмосферу, що містить пар і збільшується у розмірі за рахунок конденсації.

Зміна маси краплі в парі із заданою концентрацією за рахунок конденсації описується [18] співвідношенням

$$dM(t) = \rho dV(t) = \rho v dN(t) = m dN(t) = mSj(t)dt\,. \qquad (113)$$

Тут ρ – густина рідини в краплі, V – об'єм атома в краплі, m – маса одного атома (молекули), N – кількість атомів у краплі, S – площа поверхні краплі, а j – густина потоку частини.

Ця густина потоку визначає кількість молекул, які потрапляють на одиницю площі поверхні за одиницю часу і дається співвідношенням

$$j(t) = \left(n - n_c\right)u_T\,. \qquad (114)$$

Тут n – густина пару в атмосфері, а n_c - густина насиченого пару, або густина пару в граничному шарі. Для Визначення залежності цього потоку від радіуса краплі (кривизни поверхні) застосовують формулу Паскаля,

$$P_{sat}(R) = P_{sat}(\infty) + \frac{2\sigma}{R} \quad , \qquad (115)$$

яка пов'язує різницю парціальних тисків над кривою поверхнею рідини з коефіцієнтом поверхневого натягу рідини.

З рівнянь (114) і (115) маємо

$$j(t) = \left(P - P_{sat}(R)\right)\frac{u_T}{T}\,. \qquad (116)$$

Після нескладних перетворень для потоку частинок отримуємо шукану формулу

$$j(t) = \left(P - P_{sat}(\infty) - \frac{2\sigma}{R} \right) \frac{u_T}{T} \tag{117}$$

Після деяких спрощень маємо

$$j(t) = \left(n - n(\infty) - \frac{2\sigma}{RT} \right) u_T \tag{118}$$

або

$$j(t) = \left(\frac{2\sigma}{R_c T} - \frac{2\sigma}{RT} \right) u_T \, . \tag{119}$$

Тут R_c – це критичний радіус каплі. Якщо капля має радіус менший за критичний, то вона зменшує свій розмір, тому що для неї процеси випарювання перебільшують процеси конденсації. А якщо капля має розмір більший за критичний, то вона зростає, тому що для неї процеси конденсації перебільшують процеси випарювання.

$$j(t) = 2\sigma u_T \frac{R - R_c}{R_c RT} \, . \tag{120}$$

Для змін маси каплі знаходимо

$$dM(t) = 2\sigma u_T m \frac{R - Rc}{R_c R} Sdt \, . \tag{121}$$

з якого для зміни радіуса краплі отримуємо відповідні диференціальні рівняння

$$mnSdR = 2\sigma u_T m \frac{R - Rc}{R_c RT} Sdt \tag{122}$$

або

$$\frac{R_c R}{R - Rc}\frac{dR}{R_c^2} = \frac{2\sigma u_T}{nR_c^2 T}dt \tag{123}$$

Введено нормовані радіус каплі $r = R/_{Rc}$. Для нього маємо

$$\frac{rdr}{r-1} = d\frac{t}{\tau} \qquad \tau = \frac{nR_c^2 T}{2\sigma u_T} = \frac{PR_c}{P_c u_T} \approx \frac{R_c}{u_T} \tag{124}$$

або

$$\frac{(r-1+1)dr}{r-1} = dr + d\ln(r-1) = d\frac{t}{\tau} \tag{125}$$

остаточно

$$d\left[r + \ln(r-1)\right] = d\frac{t}{\tau} \tag{126}$$

Це диференціальне рівняння легко розв'язується в загальному випадку, але для обговорення фізичних процесів зручно розглянути два граничні випадки.

У граничному випадку $r = 1$, який відповідає початку падіння краплі, отримуємо:

$$d\left[\ln(r-1)\right] = d\frac{t}{\tau} \tag{127}$$

Звідси

$$r - 1 = (r_0 - 1)e^{(t-t_0)/\tau} \tag{128}$$

Та остаточно

$$r = 1 + (r_0 - 1)e^{t/\tau} \tag{129}$$

Ми бачимо, капля починає своє зростання дуже швидко та по експоненціальному закону.

У протилежному випадку усталеного падіння вже достатньо великої краплі r >> 1 ми загального рівняння ми отримуємо таке елементарне диференціальне рівняння,

$$dr = d\frac{t}{\tau} \tag{130}$$

Яку має лінійний розв’язок

$$r = r0 + \frac{t}{\tau} \tag{131}$$

Для досить великих часів ми отримуємо ліній зростання радіусу краплі

$$r = r_c \frac{t}{\tau} \quad , \tag{132}$$

що, у свою чергу, призводить до наступної залежності швидкості падіння від часу.

$$v(t) = g\frac{\tau^3}{t^3}\int_0^t \frac{t^3}{\tau^3}dt = g\frac{t}{4}. \tag{133}$$

Це досить незвичайний результат, який полягає в тому, що тіло зі змінною масою рухається рівноприскореним, але з прискоренням суттєво меншим прискорення вільного падіння.

Такий результат може свідчити, що краплинна суміш набагато довше осаджується, ніж це випливає з вирішення завдань у звичайній постановці.

Фізичні причини такого уповільненого падіння обумовлені тим, що в кожний момент часу нова, додаткова кількість речовини починає рухатися відразу зі швидкістю, що дорівнює швидкості краплі в цей момент часу.

Таким чином, можна зробити такий фізичний висновок. Тіло з масою, що збільшується, падає повільніше (з меншим прискоренням), ніж тіло з постійною масою.

4.2. Особливості руху віріонів зі зміною форми

Однією з особливостей будови віріонів, або частинок коронавірусів є наявність так званої корони, тобто відростків певної довжини, які формують схожий на сонячну корону шар. З погляду будови ці відростки є білковими шипоподібними відростками, які забезпечують коронаварису взаємодію та проникнення в клітини організму.

З погляду фізики, ці відростки можуть значно впливати на динаміку руху віріонів у газах і рідинах. Справа в тому, що за наявності цих відростків і форма та розміри віріону значно відрізняються від сферичних. Тому, з одного боку, точний розрахунок приєднаної маси для частинок такої форми ще не проводився.

З іншого боку, якщо такі відростки є гнучкими, зміна форми віріона під час руху може істотно змінювати динаміку поширення частинок коронавірусу. Зокрема, можливий ефект різкого збільшення швидкості частинок навіть у відсутності зовнішніх сил.

Розглянемо приклад такої задачі. Припустимо, що частка зі своєю масою M рухається рідини зі швидкістю V, а приєднана маса дорівнює M_1. Нехай у якийсь момент часу приєднана маса, через зміну форми частинки, стрибкоподібно зменшується до значення M_2.

Через закон збереження енергії отримуємо співвідношення

$$(M + M_1)V^2 = (M + M_2)V_f^2 \tag{134}$$

Звідки випливає рівняння

$$V_f = \sqrt{\frac{M + M_1}{M + M_2}}V \tag{135}$$

з якого випливає можливість прискорення частинок при зменшенні приєднаної маси за рахунок зміни форми.

Розглянемо рівняння руху такої частки

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{M + M_1}{M + M_1 - m(t)}} V \qquad (136)$$

Якщо припустити, що маса змінюється за лінійним законом

$$M_1 - m(t) = \frac{2\pi\rho_{ж}}{3}\left(R_0 + dR(1 - t/\tau)\right) \quad , \qquad (137)$$

то похідна пройденого шляху за часом дорівнюватиме

$$\frac{dr}{dt} = V\sqrt{\frac{M + \frac{2\pi\rho_{ж}}{3}\left(R_0 + \Delta R\right)^3}{M + \frac{2\pi\rho_{ж}}{3}\left(R_0 + \Delta R(1 - t/\tau)\right)^3}} \qquad (138)$$

В результаті залежність пройденої відстані такою часткою виходить інтегруванням цього співвідношення. Результати такого інтегрування та порівняння з рівномірним рухом без зміни маси показані на Рис. 6.

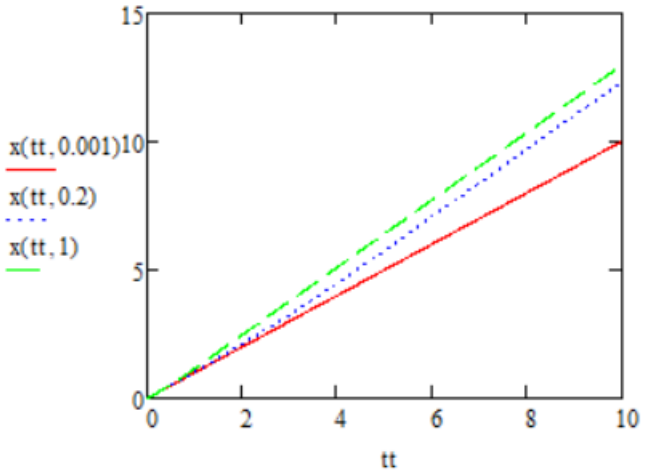


Рис.6. Збільшення пройденого шляху краплею внаслідок різкого зменшення приєднаної маси.

Таким чином, можна зробити наступний фізичний висновок. Тіло з масою, що зменшується, падає швидше, ніж тіло з постійною масою. Зокрема, різке зменшення ефективної маси тіла обумовлене зменшенням приєднаної маси, за рахунок різкого стрибка форми, викликає різке прискорення тіла, здавалося б, відсутність зовнішніх сил.

4.3. Особливості руху краплин при наявності коагуляції

Явище коагуляції є конкурентним явищем стосовно коалесценції. При коагуляції краплі заданого розміру просто зливаються в одну велику краплю. При цьому зберігається імпульс і кінетична енергія такої системи. Крім того, при цьому зберігається і кількість речовини рідини. Тобто маса крапель, і їх обсяг до злиття дорівнюватимуть масі кінцевої краплі та її обсягу, відповідно, після злиття. У цьому випадку, оскільки приєднана маса пропорційна обсягу тіла, що рухається, то помітної зміни приєднаної маси не буде. Таким чином, у випадку коагуляції можна не враховувати ефекти зміни маси приєднаної на динаміку руху крапель.

Крім того, при коагуляції розглядається злиття крапель приблизно однакового розміру, тому різкої зміни швидкості при злитті не відбуватиметься. Такий результат різко відрізняється від випадку коалесценції, коли крапля, що рухається, збільшується в розмірах за рахунок конденсації в цілому нерухомої пари. Отже, у випадку коагуляції можна не враховувати також ефекти зміни маси крапель при їх злитті.

4.4. Пропонування рекомендацій щодо епідеміологічної безпеки. Висновки розділу.

У попередній роботі автора було вирішено завдання про седиментацію аерозольних хмар у підлозі важкості. Були отримані результати про характерні тимчасові та просторові розпилювання та еволюцією таким систем [20–39]. Одним із невирішених питань було визначення параметрів, що

характеризують транспортні властивості крапель. Зокрема коефіцієнти дифузії та рухливості.

Проведені в цій роботі дослідження показали, що для визначення транспортних характеристик таких крапель і, отже, складених з них аерозольних хмар, необхідно враховувати такі фізичні явища, як приєднана маса. При цьому виявилося , що у всіх фізичних процесах, які типчині для еволюцією таких систем характерний рух частинок з змінною масою. Більш того, врахування цієї зміни може істотно впливати на динаміку системі.

Зокрема, було показано, що при еволюції аерозольних хмар у процесі коалесценції, яка може відбуватися, наприклад, під дією сонячних променів, швидкості осадження крапель чотири рази повільніша за ті, які очікуються зі стандартної теорії. Облік цього ефекту при проведенні дезінфекційних заходів повинен призводити до необхідності збільшення часу проведення таких заходів як мінімум у чотири рази.

Розв'язання задачі про падіння вірусної частинки , яка знаходиться в щільній газовій або рідкій сірі показала, що зміна форми частинки може призвести до різкого прискорення частинки, за рахунок зменшення її приєднаної маси. у нижні відділи легень.

Таким чином, отримані в роботі результати дозволяють пояснити проблему високої поживності частинок коронірусів і труднощі, які виникають у процесі дезінфекційних заходів.

ВИСНОВКИ

В роботі розглядалась проблема надзвичайно високої швидкості поширення коронавірусу в рамках досліджень фізичних причин високої мобільності частинок коронавірусу. В роботі було показано, що кожна стадія процесу передачі інфекції опосередковується складними явищами потоку газів та рідин, починаючи від взаємодії повітря і слизової, фрагментації рідкого шару, турбулентних струменів, випаровування та осадження крапель до дисперсії та осадження частинок, викликаних потоком. Таким чином, фізика потоку є центральною в передачі COVID-19. Тобто, основною метою дипломної роботи було врахування фізичних процесів передачі респіраторних інфекції, які ґрунтуються на принципах динаміки рідини.

В рамках досліджень, які були проведені в дипломній роботі було вивчено просторову еволюцію частинок коронавірусу, або краплин рідини, які містіть так частинки, та проведені дослідження рухливості частинок зі змінною приєднаною масою, які знаходяться в повітрі; вивчені особливості руху тіл зі змінною масою в зовнішніх полях, зокрема в полі тяжіння; розроблена модель формування приєднаної маси у тіл зі складною формою поверхні, зокрема частинки коронавірусу (віріон), а також розглянуто особливості руху такої частинки, якщо вона змінює свою форму або розміри під час руху.

Розв’язання цих фізичних задач дозволило досягти основну мету роботи, а саме запропонувати рекомендації щодо епідеміологічної безпеки при наявності в атмосфері частинок коронавірусу або краплин рідини з такими частинками. В якості наукової новизни були знайдені нові механізми прискорення та уповільнення тіл, які рухаються в певному суцільному середовищі. Як основний практичний результат були запропоновані рекомендації щодо епідеміологічної безпеки при наявності в атмосфері частинок коронавірусу або краплин рідини з такими частинками.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Blewins R.D., Flow induced vibrations. Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1977.

2. Sarpkaya T., and Isaakson M. Mechanics of wave forces on offshore structures, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1961.

3. Yih, C.-S., Fluid Mechanics, McGrow-Hill Book Co.,1969.

4. Keulegan, G .H. and Carpenter, L .H. 1958. Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid J.Res.Nat. Bur. Standarts, Vol.60, No. 5, pp.423-440.

5. Scop, R.A,, Rarnberg, S.E, and Ferer, K.M. 1976. Added mass and damping forces on circular cylinders. Naval Research Laboratory, Washinton, D.C., Report NRL 7970.

6. Wehausen, J.V. 1971. Motion of floating bodies. Ann Rev.Fluid Mech., Vol.3, pp. 237-268.

7. Newman,J .N. 1970. Ann. Rev.Fluid. Mech., Vo1.2, pp.67-94.

8. Ogdvie, T.F . 1964. Recent progress toward the understanding and prediction of ship motions. 5th Symp.Naval Hydrodynamics, Bergen, pp.3- 128.

9. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика/ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: Наука, 1979.

10. Циолковский К. Исследование мировых пространств реактивными приборами // Научное обозрение. — 1903. — № 5. — С. 44—75.

11. Мещерский И. В. «Динамика точки переменной массы» // В кн. И. В. Мещерский. Работы по механике тел переменной массы. Изд. 2-е. — М.: ГИТТЛ, 1952. — 280 с. стр.37-188.

12. https://www.worldometers.info/coronavirus/

13. van Doremalen N, Morris D, Bushmaker T et al. Aerosol and Surface Stability of SARS-CoV-2 as compared with SARS-CoV-1. New Engl J Med 2020 doi: 10.1056/NEJMc2004973.

14. https://www.cdc.gov/widgets/micrositeCollectionViewerMed/index.html?choost=www.nih.gov&cpath=/health-

information/coronavirus&csearch=fbclid%3DIwAR2Yhq8hp1zXbTRWmT35UEnnOW6H7UFWGb9ncsBgX677BMqlS0zX65RJA_4&chash=!%2Fdetail%2F403327&ctitle=Coronavirus%20(COVID-19)%20%7C%20National%20Institutes%20of%20Health%20(NIH)&wn=micrositeCollectionViewerMed&wf=/widgets/micrositeCollectionViewerMed/&wid=micrositeCollectionViewerMed1&mMode=widget&mPage=&mChannel=&cdcCollectionid=403305&cdcTheme=theme1&cdcGeotag=%7B%27continent%27:%20%276255149%27,%20%27country%27:%20%276252001%27,%20%27state%27:%20%27%27,%20%27region%27:%20%27%27%20%7D&cdcDataid=404908&chashOptMode=out#!/detail/403327

15. Anchordoqui LA, Chudnovsky EM. A physicist view of the airborne infection. Cornell University website. Available at: https://arxiv.org/abs/2003.13689. Submitted March 30, 2020. Accessed April 20, 2020.

16. Blocken B, Malizia F, van Druenen T, Marchal T. Towards aerodynamically equivalent COVID-19 1.5 m social distancing for walking and running. Preprint. Available at: http://www.urbanphysics.net/Social%20Distancing%20v20_White_Paper.pdf. Accessed April 20, 2020.

17. https://www.who.int/news-room/commentaries/detail/modes-of-transmission-of-virus-causing-covid-19-implications-for-ipc-precaution-recommendations

18. Ландау Л. Д. Теоретическая физика. Т. 10. Физическая кинетика/ Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — М.: Наука, 1979.

19. Чандрасекар С. Стохастические проблемы в физике и астрономии/ С. Чандрасекар. — М., 1947. — 159 с.

20. Лайхтман Д. Л. Физика пограничного слоя атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1970. 180 с.

21. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1975. 448 с.

22. Бызова Н. Л. Методическое пособие по рас чету рассеяния примесей в пограничном слое атмосферы. М., Гидрометеоиздат, 1973. 32 с.

23. Безуглая Э. Ю. — Тр. ГГО, вып. 243, 1970, с. 69 – 79.

24. Скорер Р. Аэродинамика окружающей среды. Пер. с англ.. М., Мир, 1980. 550 с.

25. Fleischer M. T., Worley F. L. — Atmospheric Environment, 1978, v. 12, p. 1349 – 1357.

26. Cramer H. E. — In: Proc. Inst. Nath. Conf. Appl. Meteorol., Amer. Meteorol. Soc., 1957, p. 63 – 72.

27. Pasquill F. — Meteorol. Mag., 1963, v. 90, p. 25 – 37.

28. Андреев П. И. Рассеяние в атмосферном воздухе газов, выбрасываемых промышленными предприятиями. М., Госстройиздат, 1952. 88 с.

29. Теверовский Е. Н. — В кн.: Новые идеи в области изучения аэрозолей. Изд. – во АН СССР, 1949, с. 108 – 115.

30. Хайкина А. Е. — Тр. НИИСТ, 1969, № 30, С. 120 – 125.

31. Recommended Guide for prediction of the dispersion of auborne effluent (sec. ed.). New York, 180 p. The American Society of Mechanical Engineers, 1973, N 4.

32. Gilbert T. — In.: VDJ Vorträge des Colloguims Düsseldorf, 1972, S. 712.

33. Miller G. W. — Atmospheric Environment, 1978, v. 12, p. 1359 – 1346.

34. Эльтерман В. М. — Вентиляция химических производств. 3 – е изд. М., Химия, 1980. 288 с.

35. Поляков В. В. Канд. дис., М., МИСИ, 1971. 22 с.

36. Реттер Э. И., Стриженов С. И. Аэродинамика зданий. М., Стройиздат, 1968. 240 с.

37. Проветривание промышленных площадок и прилегающих к ним территорий. М., Стройиздат, 1980. 200 с.

38. Puttock I. S., Hunt I. C. R. —Atmospheric Environment,1979, v. 13, p. 1– 13.

39. Reif, F. Fundamentals of Statistical and Thermal Physics// McGraw Hill New York, 1965. See section 15.5 Langevin Equation.