Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра комп'ютерної фізики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
В.о. директора
навчально-наукового інституту
комп'ютерної фізики та енергетики
Тетяна ГАРЯЧЕВСЬКА
_____ 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функції багатьох змінних

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма	Прикладна фізика енергетичних систем
	Комп'ютерна фізика
вид дисципліни	Обов'язкова
ННІ	комп'ютерної фізики та енергетики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від "27" серпня 2025 року № 14

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Надія ГЕРАЩЕНКО, старший викладач кафедри комп'ютерної фізики

Програму схвалено на засіданні кафедри комп'ютерної фізики

Протокол від "26" серпня 2025 року № 8

Завідувач кафедри комп'ютерної фізики

_____ Костянтин НЄМЧЕНКО
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)
Прикладна фізика енергетичних систем
назва освітньої програми

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)
Комп'ютерна фізика
назва освітньої програми

_____ Єгор НЄМЧЕНКО
(підпис) (прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від "27" серпня 2025 року № 7

Голова методичної комісії Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис) (прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни «Функції багатьох змінних» складенавідповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальності 105 — прикладна фізика та наноматеріали

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є засвоєння теоретичних основ курсу та основних методів розв'язання задач аналізу функцій багатьох змінних із застосуванням до фізичних задач, зокрема задач теорії поля.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є засвоєння студентами сучасного багатовимірного дійсного аналізу, диференціального та інтегрального числення функцій багатьох змінних із застосуванням до фізичних задач.

1.3. Кількість кредитів — 6

1.4. Загальна кількість годин — 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік)Семестровий екзамен	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
3-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	год.
Лабораторні заняття	
	год.
Самостійна робота	
84 год.	год.
у тому числі індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Заплановані результати навчання:

- згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми, студенти мають отримати такі компетентності (ЗК, СК):

ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК02. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК03. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
ЗК06. Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні.
ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
ЗК08. Навички міжособистісної взаємодії.
ЗК09. Здатність працювати автономно.
ЗК10. Навички здійснення безпечної діяльності.

ЗК12. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.
СК06. Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем.
СК07. Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

- згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми, студенти повинні досягти таких результатів навчання (РН):

РН02. Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.
РН05. Вибирати ефективні методи та інструментальні засоби проведення досліджень у галузі прикладної фізики.
РН09. Презентувати результати досліджень і розробок фахівцям і нефахівцям, аргументувати власну позицію.

результати навчання:

.

2. Тематичний план навчальної дисципліниРозділ

1. **Невласні інтеграли.**

Тема 1. Означення та властивості невласного інтеграла

Тема 2. Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів

Розділ 2. Ряди.

Тема 3. Числові ряди, ознаки їх збіжності.Тема
4. Функціональні та степеневі ряди

Розділ 3. **Диференціальне числення функцій багатьох змінних.**

Тема 5. Функції багатьох змінних: загальні поняття, границя та неперервність.Тема
6.Частинні похідні.
Тема 7. Диференціал.
Тема 8. Диференціювання складених та неявних функцій. Тема 9.
Геометричні застосування функцій багатьох змінних.Тема 10. Частинні
похідні та диференціали вищих порядків. Тема 11. Екстремуми
функцій багатьох змінних.

Розділ 4. **Інтегральне числення функцій багатьох змінних.**

Тема 12. Подвійні інтеграли. Тема 13.
Потрійні інтеграли. Тема 14.
Криволінійні інтеграли.Тема 15.
Поверхневі інтеграли. Тема 16.
Теорія поля.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		лк	п	лб	інд	ср		лк	п	лб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Невласні інтеграли.												
1. Означення та властивості невласного інтеграла.	5	1	2		2							
2. Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів.	5	1	2		2							
Разом – Розділ 1	10	2	4		4							

Розділ 2. Ряди.												
3. Числові ряди, ознаки їх збіжності.	16	2	6		8							
4. Функціональні та степеневі ряди.	8	2	2		4							
Разом – Розділ 2	24	4	8		12							
Розділ 3. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.												
5. Функції багатьох змінних: загальні поняття, границя та неперервність.	8	2	2		4							
6. Частинні похідні.	12	2	4		6							
7. Диференціал.	12	2	4		6							
8. Диференціювання складених та неявних функцій	16	2	6		8							
9. Геометричні застосування функцій багатьох змінних.	13	2	5		6							
10. Частинні похідні та диференціали вищих порядків.	9	2	3		4							
11. Екстремуми функцій багатьох змінних.	18	4	8		6							
Разом – Розділ 3	88	16	32		40							
Розділ 4. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.												
12. Подвійні інтеграли.	8	2	2		4							
13. Потрійні інтеграли.	10	2	4		4							
14. Криволінійні інтеграли.	10	2	4		4							
15. Поверхневі інтеграли.	16	2	6		8							
16. Теорія поля.	14	2	4		8							
Разом – Розділ 4	58	10	20		28							
УСЬОГО ГОДИН	180	32	64		84							

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Властивості невласного інтеграла	2
2	Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів	2
3	Числові ряди, ознаки їх збіжності	6
4	Функціональні та степеневі ряди.	2
5	Границі і неперервність функцій багатьох змінних.	2
6	Частинні похідні.	4
7	Диференціал та його застосування.	4
8	Диференціювання складених та неявних функцій.	6
9	Дотична площина та нормаль.	2
10	Градієнт, похідна за напрямком.	3

11	Частинні похідні та диференціали вищих порядків.	3
12	Екстремуми функцій багатьох змінних.	8
13	Подвійні інтеграли.	2
14	Потрійні інтеграли.	4
15	Криволінійні інтеграли першого роду.	2
16	Криволінійні інтеграли другого роду, формула Гріна.	2
17	Поверхневі інтеграли першого роду.	3
18	Поверхневі інтеграли другого роду.	3
19	Теорія поля.	4
	Разом	64

5. Завдання для самостійної роботи

Постійними завданнями для самостійної роботи є

- робота над лекційним матеріалом з конспектом та рекомендованою літературою;
- підготовка до практичних занять;
- виконання самостійних завдань.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Засвоїти теорію невласних інтегралів та навчитися визначати їхзбіжності та розбіжності	4
2	Навчитися визначати збіжність та розбіжність числових рядів	12
3	Засвоїти теорію неявних функцій та навчитися диференціювати неявні функції	28
4	Навчитися застосовувати наближені методи для розв’язування нелінійних систем	6
5	Навчитися застосовувати метод множників Лагранжа дляпошуку умовних екстремумів	6
6	Засвоїти теорію багатовимірних інтегралів та методи їх обчислення	28
	Разом	84

6. Індивідуальні завдання

Передбачена розрахунково-графічна робота за темами розділів 1,2,3, що виконується за варіантами під час самостійної роботи студентів протягом семестру. Подання відповідної частини роботи здійснюється протягом останнього та наступного за ним тижнів вивчення тем відповідного розділу, алене пізніше дати іспиту. Для перевірки якості засвоєних знань у студента є можливість захистити роботу в усній формі або підтвердити рівень засвоєних знань та вмінь при написанні експрес-контролю.

7. Методи навчання

Передбачено усне викладання матеріалу на лекційних заняттях (зокрема

відеолекції), проведення практичних занять в аудиторії та консультації протягом семестру. Використовуються пояснювально - ілюстративний тарепродуктивний методи навчання.

8. Методи контролю

Навчальні досягнення студентів з дисципліни оцінюються за модульно- рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип пооперaційної звітності, обов'язковості модульного контролю, накопичувальної системиоцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

У процесі оцінювання навчальних досягнень студентів застосовуються такі методи:

Методи усного контролю: індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда, екзамен.

Методи письмового контролю: контрольна робота, екзамен.

Методи самоконтролю: уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Кількість балів за роботу з теоретичним матеріалом, на практичних заняттях, під час виконання самостійної роботи залежить від дотримання таких вимог:

систематичність відвідування занять; своєчасність
виконання навчальних завдань;повний обсяг їх
виконання;

самостійність виконання;

творчий підхід у виконанні завдань; ініціативність у
навчальній діяльності;виконання тестових завдань.

Загальна максимальна бальна оцінка за екзамен складатиме 40 балів. Мінімальний підсумковий бал складатиме 50 балів, а максимальний – 100 балів. Підсумкова оцінка визначається шляхом переводу підсумкового балу з дисципліни у традиційну академічну оцінку національної шкали ("відмінно", "добре", "задовільно", "незадовільно") за шкалою, що наведено у попередньому пункті робочої програми.

Передбачаються бали за:

виконання завдань практичних робіт – 16 балів всього;

активність на лекціях – 4 бала;

розрахунково-графічна робота – 10 балів;

контрольні роботи (2) – 30 балів;

іспит – 40 балів.

Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано нижче у таблицях.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальнізавдання					Екзамен	Сума
Тема 1-11	Тема 12-16	Контрольні роботи (2), передбачені навчальним планом	Індиві-дуальне завдання (РГР)	Разом		
6	4	30	10	60	40	100

10. Критерії оцінювання з дисципліни

Поточне оцінювання – 60 балів.

Зазначені бали нараховуються за наступними критеріями:

1. Студент уважно слідкує за викладанням теоретичного матеріалу, веде повний конспект лекцій, відповідає на питання лектора – 4 бали. Студент пропускає деякі лекції, не веде повний конспект, не відповідає на питання – бали стягуються пропорційно кількості зроблених зауважень.

2. Студент уважно слідкує за розв'язанням задач, веде конспект практичних занять, працює у дошки – 16 балів.

Студент пропускає деякі заняття, не розв'язує задачі самостійно, не працює у дошки – бали стягуються пропорційно кількості зроблених зауважень.

3. Контрольна робота складається з 5 завдань. Повний розв'язок завдання оцінюється 3 балами. При незначних помилках (зокрема

арифметичних) – 2 бали. При суттєвих помилках, які не свідчать про незасвоєність матеріалу – 1 бал. При грубих помилках або

академічному шахрайстві (несамостійне виконання) – 0 балів.

4. Розрахунково-графічна робота складається з 5 завдань, кожне з яких оцінюється 2 балами за повне виконання, 1 балом – при незначних помилках, 0 балів – при суттєвих помилках.

Оцінка екзаменаційної роботи – 40 балів.

Білет складається з 5 завдань, кожне з яких оцінюється 8 балами. При незначних помилках бали стягуються пропорційно значності помилки.

При суттєвих помилках або академічному шахрайстві (несамостійне виконання)

– 0 балів.

11. Критерії оцінювання навчальних досягнень

Знання студентів як з теоретичної, так і з практичної підготовки оцінюються за такими критеріями:

90-100 балів – студент міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко івсебічно знає зміст навчальної дисципліни, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

70-89 балів – студент добре засвоїв теоретичний матеріал, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок улогіці викладу теоретичного змісту або при аналізі практичного;

50-69 балів – студент в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, додаткові питання викликаютьневпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях;

1-49 балів – студент майже не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, практичні навички майже не сформовані.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка	
	для чотирирівневої шкали оцінювання	для дворівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

11. Рекомендована література

Основна література

1. G.M. Fikhtengol'ts - The Fundamentals of Mathematical Analysis Volume 2. –Pergamon, 1965.
2. B. Demidovich - Problems in Mathematical Analysis. – 1989.

Допоміжна література

1. Боярчук О.К. Математичний аналіз. – Київ: Вища школа, 1997.
2. В.Г. Зима, М.Р. Бєляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиків та інженерів. Книга 1. Теоретичні відомості.» – К.: Майстер-клас, 2006. – 448 с.
3. В.Г. Зима, М.Р. Бєляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиківта інженерів. Книга 2. Залачі, розв’язання, вказівки.» – К.: Майстер-клас, 2007. – 336с.