

Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор

з науково-педагогічної роботи



Пантелеймонов А.В.

25 червня 2019 р.

Робоча програма навчальної дисципліни

**ЛІНЕЙНА АЛГЕБРА І  
АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ  
2 семестр**

спеціальність: 105 Прикладна фізика та наноматеріали  
освітня програма: «Прикладна фізика енергетичних систем», «Комп'ютерна фізика», «Прикладна фізика нетрадиційної енергетики»  
факультет фізико-енергетичний

2019 / 2020 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою фізико-енергетичного факультету

“25” червня 2019 року, протокол № 6/19

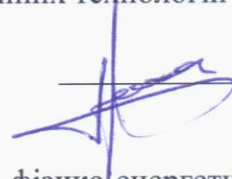
**РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:**

Професор, доктор фізико-математичних наук, професор Немченко Костянтин Едуардович,  
старший викладач Віхтинська Тетяна Геннадіївна

Програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Протокол від “24”червня 2019 року № “6/19

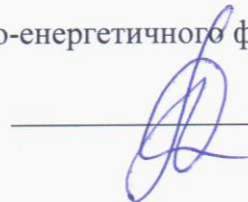
Завідувач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

 \_\_\_\_\_ Немченко К.Е.

Програму погоджено методичною комісією фізико-енергетичного факультету

Протокол від “25”червня 2019 року № 6/19

Голова методичної комісії фізико-енергетичного факультету

 \_\_\_\_\_ Лісіна О.Ю.

## ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Лінійна алгебра і лінійна алгебра ” частина 1 „Лінійна алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми підготовки бакалаврів

спеціальність: 105 Прикладна фізика та наноматеріали

освітня програма: “Прикладна фізика енергетичних систем”, “Комп’ютерна фізика”,  
«Прикладна фізика нетрадиційної енергетики»

### 1. Опис навчальної дисципліни

#### 1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Навчальна дисципліна “Лінійна алгебра і лінійна алгебра ” є невід’ємною частиною базової математичної підготовки студентів і відноситься до фундаментальних дисциплін, на яких ґрунтуються методи побудови різноманітних математичних моделей процесів, пов’язаних з професійною діяльністю

**Метою** викладання навчальної дисципліни є ознайомлення та оволодіння сучасними теоретичними положеннями і математичними методами аналітичної геометрії та лінійної алгебри, а саме методами векторної та матричної алгебр, дослідження геометричних об’єктів та їх властивостей шляхом вивчення властивостей рівнянь, геометричними образами яких є ці об’єкти.

#### 1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є практичне застосування теоретичних положень і математичних методів аналітичної геометрії та лінійної алгебри для розв’язування задач; створення математичної бази для подальшого вивчення нормативних та спеціалізованих дисциплін.

#### 1.3. Кількість кредитів 6

#### 1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
2-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	год.
Лабораторні заняття	
год.	год.
Самостійна робота	
84 год.	год.
Індивідуальні завдання	
год.	

#### 1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання: В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** основні поняття, теоретичні положення і методи аналітичної геометрії, а саме  
- означення афінних перетворень, формули переходу від однієї системи координат на площині та в просторі до іншої;

- різновиди рівнянь площини в просторі;
- взаємне розташування двох і трьох площин у просторі;
- різновиди рівнянь прямої в просторі;
- взаємне розташування двох і трьох прямих у просторі;
- = взаємне розташування прямих і площин у просторі;
- проекція точки на площину, відстань від точки до площини;
- проекція точки на пряму;
- відстань між прямими;
- загальне та канонічні рівняння ліній 2-го порядку на площині;
- зведення загального рівняння кривої 2-го порядку до канонічного вигляду;
- теорія інваріантів;
- загальне і канонічне рівняння поверхонь 2-го порядку у просторі.

**вміти:** вибирати математичні методи лінійної алгебри для розв'язання математичних і фізичних задач, дослідження фізичних систем та набути навичок самостійного використання і вивчення літератури з математичних дисциплін

## 2. Тематичний план навчальної дисципліни

### Розділ 1. Лінійні відображення.

#### Тема 1. Рівняння площини у просторі

Загальне рівняння площини. Рівняння площини в відрізках. Параметричне визначення площини. Нормоване рівняння площини. Векторні рівняння площини. Кут між площинами. Рівняння площини через три точки. Теорема про те, що площина є алгебраїчною поверхнею в просторі першого порядку. Взаємне розташування двох і трьох площин у просторі. Відхилення та відстань від точки до прямої. Проекція точки на площину.

#### Тема 2. Рівняння прямої у просторі.

Поняття про рівняння геометричних образів. Алгебраїчні лінії і поверхні.

Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої через дві точки. Канонічне рівняння прямої. Параметричне рівняння прямої. Векторні рівняння прямої. Кут між прямими. Умови перпендикулярності та паралельності прямих. Відстань від точки до прямої. Взаємне розташування двох прямих. Взаємне розташування точки і прямої. Проекція точки на пряму.

#### Тема 3. Деякі задачі на точки, пряму і площину у просторі.

Взаємне розташування точки і площини. Проекція точки на площину. Взаємне розташування прямих. Взаємне розташування прямих і площин. Знайти відстань між мимобіжними прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих та площин. Умова розташування двох прямих у площині. Умова перетинання трьох площин у одній точці.

### Розділ 2. Криві та поверхні другого порядку.

#### Тема 4. Основні криві другого порядку

Еліпс, гіпербола, парабола: канонічні рівняння, основні властивості. Директриси. Ексцентриситет. Фокальний параметр. Оптичні властивості.

*Тема 5. Загальна теорія кривих другого порядку*

Криві другого порядку. Зведені рівняння. Застосування теорії квадратичних форм до теорії кривих другого порядку. Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду за допомогою теорії квадратичних форм.

*Тема 6 Теорія інваріантів.*

Інваріанти і типи кривих. Визначення параметрів і побудова кривої за загальним рівнянням.

*Тема 7. Загальна теорія поверхонь другого порядку*

Канонічні рівняння. Зведені рівняння. Основні властивості.

### 3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин										
	денна форма					заочна форма					
	усього го	у тому числі				усього	у тому числі				
л		п	лаб.	інд.	с. р.		л	п	лаб.	інд.	с. р.
<b>Розділ 1. Лінійні відображення</b>											
Тема 1. Рівняння площини у просторі.	22	4	8			10					
Тема 2. Рівняння прямої у просторі	22	4	8			10					
Тема 3. Деякі задачі на пряму і площину у просторі	36	6	12			18					
Разом за розділом 1	80	14	28			38					
<b>Розділ 2. Криві та поверхні другого порядку.</b>											
Тема 4. Основні криві другого порядку	34	6	12			16					
Тема 5. Загальна теорія кривих другого порядку	24	4	8			12					
Тема 6. Теорія інваріантів	24	4	8			12					
Тема 7. Загальна теорія поверхонь другого порядку	18	4	8			6					
Разом за розділом 2	100	18	36			46					
Усього годин	180	32	64			84					

### 4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Рівняння площини у просторі	8
2	Рівняння прямої у просторі	8
3	Деякі задачі на пряму і площину у просторі	12
4	Основні криві другого порядку	12
5	загальна теорія кривих другого порядку	12

6	Теорія інваріантів	8
7	Загальна теорія поверхонь другого порядку	8
	Разом	64

### 5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Розв'язати задачі за темою «Рівняння прямої у просторі»	10
2	Розв'язати задачі за темою «Рівняння площині»	10
3	Розв'язати задачі за темою «Деякі задачі на пряму і площину у просторі»	18
4	Розв'язати задачі за темою «Основні криві другого порядку»	16
5	Розв'язати задачі за темою «Загальна теорія кривих другого порядку»	12
6	За допомогою теорії інваріантів визначати тип лінії та вміти написати канонічне рівняння	12
7	За допомогою паралельного перенесення та повороту системи координат вміти визначати тип поверхні	6
	Разом	84

### 6. Індивідуальні завдання

Індивідуальні завдання видаються один раз в семестр . Текст індивідуального завдання додається.

### 7. Методи контролю

**Контроль знань і розподіл балів, які отримують студенти.**

Контроль здійснюється за рейтинговою системою.

У розділ 1 (P1) входять теми 1-3, а у розділ 2 (P2) – теми 4-7. Обов'язковим для допуску к екзамену є виконання двох контрольних робіт, індивідуального завдання та виконання домашнього завдання (сума балів не менш, ніж 30 балів).

Проводиться 2 контрольних роботи. Перескладання контрольної роботи дозволяється тільки з поважної причини, яка підтверджується документом, з дозволу декана та проводиться підчас консультації.

Домашнє завдання перевіряється підчас аудиторного заняття та оцінюється в 15 балів за семестр (0.5 бала за кожне повністю виконане домашнє завдання). Перескладання домашнього завдання дозволяється тільки з поважної причини, яка підтверджується документом, з дозволу декана та проводиться підчас консультації.

Індивідуальне завдання виконується підчас самостійної роботи. Наявність правильної роботи – 10 балів, захист – 5 балів, захист роботи проводиться підчас консультацій. Кінцевий термін здачі індивідуальної роботи 1 травня, захисту- 15 травня.

Робота в аудиторії – 1 бал за кожне правильно виконане завдання.

*Оцінювання за формами контролю:*

	<b>P1</b>		<b>P2</b>	
	<i>Min. –10 балів</i>	<i>Max.–20 балів</i>	<i>Min. –20 балів</i>	<i>Max. –40 балів</i>
Активність студента на та лекційних практичних заняттях	2	4	3	6

Виконання домашніх робіт	3	6	5	9
Індивідуальне завдання			7	15
Контрольна робота	5	10	5	10

### *Контрольні запитання до розділу I*

1. Загальне рівняння площини. Неповні рівняння.
2. Рівняння площини, яка проходить через задану точку, паралельно двом неколінеарним векторам (у вигляді мішаного добутку і у вигляді мішаного добутку в координатній формі).
3. Рівняння площини, яка проходить через задану точку, паралельно двом неколінеарним векторам (векторно-параметричне і параметричне рівняння).
4. Рівняння площини, яка проходить через три задані точки (у вигляді мішаного добутку і у вигляді мішаного добутку в координатній формі).
5. Рівняння площини, яка проходить через три задані точки (векторно-параметричне і параметричне рівняння).
6. Твердження, що площина є алгебраїчною поверхнею першого порядку. Загальне рівняння площини.
7. Рівняння площини, яка проходить через задану точку, перпендикулярно до заданого вектора. Знаходження відхилення і відстані від точки до площини.
8. Рівняння прямої в просторі (векторно-параметричне, векторне, параметричне, канонічне).
9. Рівняння прямої в просторі через дві точки (векторно-параметричне, векторне, параметричне, канонічне).
10. Загальне рівняння прямої в просторі. Зведення загального рівняння прямої в просторі до канонічного.
11. Канонічне рівняння прямої в просторі. Знаходження відстані від точки до прямої в просторі.
12. Канонічне рівняння прямої в просторі. Знаходження відстані між двома мимобіжними прямими просторі.

### *Типова контрольна робота до розділу I*

**Задача 1.** Написати усі рівняння площини, яка проходить через три точки

$$A_1(1, 4, 1), \quad A_2(3, 2, 1), \quad A_3(1, -1, -3),$$

**Задача 2.**

а) знайти відстань від точки  $A_1$  до  $\alpha_1$ ;

б) визначити, в одному чи в різних півпросторах відносно  $\alpha_1$  лежать точки  $A_1$  і  $A_2$ ;

в) довести, що площини  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  є паралельними і знайти відстань між ними.

$$\alpha_1: 2x + y - z - 4 = 0, \quad \alpha_2: 8x + 4y - 4z - 3 = 0, \quad A_1(1, 4, 1), \quad A_2(3, 2, 1)$$

**Задача 3.** Встановити взаємне розташування трьох площин у кожному з наступних випадків

$$1) 2x - 4y + 5z - 21 = 0, \quad x - 3z + 18 = 0, \quad 6x + y + z - 30 = 0;$$

### *Контрольні запитання розділу II*

1. Лінія другого порядку на площині (означення). Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду.
2. Еліпс (означення). Побудова еліпса. Фокуси, ексцентриситет, директриси еліпса (означення).
3. Еліпс (означення). Довести, що фокальні радіуси довільної точки еліпса є лінійними функціями абсциси цієї точки.
4. Еліпс (означення). Довести, що еліпс – це геометричне місце точок, сума відстаней від яких до двох фіксованих точок є величина стала.
5. Еліпс (означення). Довести, що еліпс – це геометричне місце точок, відношення відстані яких від деякої фіксованої точки до відстані до деякої фіксованої прямої є величина стала і менше 1.

6. Гіпербола (означення). Побудова гіперболи. Фокуси, асимптоти, ексцентриситет, директриси гіперболи (означення).
7. Гіпербола (означення). Довести, що фокальні радіуси довільної точки гіперболи є лінійними функціями абсциси цієї точки.
8. Гіпербола (означення). Довести, що гіпербола – це геометричне місце точок, різниця відстаней від яких до двох фіксованих точок є величина стала.
9. Гіпербола (означення). Довести, що гіпербола – це геометричне місце точок, відношення відстані яких від деякої фіксованої точки до відстані до деякої фіксованої прямої є величина стала і більше 1.
10. Парабола (означення). Побудова параболи. Фокус, ексцентриситет, директриса параболи (означення).
11. Парабола (означення). Довести, що фокальний радіус довільної точки параболи є лінійною функцією абсциси цієї точки.
12. Парабола (означення). Довести, що парабола – це геометричне місце точок, рівновіддалених від деякої точки і деякої прямої.
13. Рівняння еліпса, гіперболи, параболи в полярній системі координат
14. Загальне рівняння кривої другого порядку. Зведені рівняння.
15. Зведені рівняння кривої другого порядку 1 типу.
16. Зведені рівняння кривої другого порядку 2 типу.
17. Зведені рівняння кривої другого порядку 3 типу.
18. Інваріанти і типи кривих
19. Визначення параметрів і побудова кривої за загальним рівнянням.
20. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.
21. Визначення параметрів поверхонь другого порядку.

### *Типова контрольна робота до розділу 2*

**Задача 1.** Скласти канонічне рівняння кривої другого порядку, фокуси якої знаходяться на осі абсцис, а центр (для параболи - вершина) у початку координат:

- а) еліпса, якщо велика вісь дорівнює 14, а ексцентриситет  $4/5$ ;
- б) гіперболи, якщо основним прямокутником є прямокутник зі сторонами 4 та 9
- в) параболи, якщо директрисою є пряма  $x = -5$
- г) кола, до якого належить точка  $(5, 5)$ .

**Задача 2.** Визначити тип кривої другого порядку. Знайти довжину фокальних радіусів точки  $M$  для кожної з цих кривих. Перевірити результат за означенням:

$$36x^2 - 49y^2 = 256; \quad M(0, 16/7)$$

**Задача 3.**

Скласти рівняння еліпса, якщо велика вісь дорівнює 26, а фокусами є точки  $F_1(-10, 0)$  і  $F_2(14, 0)$ ;

Для студентів, які набрали сумарно меншу кількість балів ніж *критично-розрахунковий мінімум – 30 балів* для одержання іспиту обов'язковим є *перекладання модульних контрольних робіт.*

***При простому розрахунку отримаємо:***

	Розділ 1	Розділ 2	Екзамен	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	10	20	20	50
<b>Максимум</b>	<b>20</b>	<b>40</b>	<b>40</b>	<b>100</b>



## 8. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання									Разом	Екзамен	Сума	
Розділ 1			Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Розділ 2				Контроль на робота, передбаче на навчальним планом	Індивідуальне завдання	60	40	100
T1	T2	T3		T4	T5	T6	T7					
3	3	4	10	5	4	4	2	10	15			

T1, T2 ... T12 – теми розділів.

## Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
70-89	добре	
50-69	задовільно	
1-49	незадовільно	не зараховано

## 9. Рекомендоване методичне забезпечення

### Основна література

1. Немченко К.Е. Аналитическая геометрия. – М.: Эксмо, 2007. – 352 с.
2. Немченко К.Е. Аналітична геометрія. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2012. – 272 с.
3. Немченко К.Е. Аналітична геометрія. Схеми, таблиці та задачі. – Х.: ХНУ імені В.Н.Каразіна, 2007. – 64 с.
4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. – М.: Наука., 1987. – 320 с.
5. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. – М.: Наука., 1975. – 272 с.
6. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. – М.: Наука., 1971. – 232 с.
7. Придатченко Ю.В., Львов В.А. Алгебра для фізиків: вектори і координати: Навч. посібник. – Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2002. – 87 с.

### Допоміжна література

8. Александров П.С. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1968. – 912 с.
9. Гельфанд И.М. Лекции по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1971. – 272 с.
10. Ефимов Н.В., Розендорн Э.Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. – М.: Наука., 1970. – 528 с.
11. Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия – М.: Наука., 1986. – 309 с.
12. Постников М.М. Аналитическая геометрия. – М.: Наука., 1979. – 336 с.
13. Постников М.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. – М.: Наука.,

1979. – 336 с.

#### ***14. Збірники задач:***

15. Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. – М.: Наука., 1987. – 496 с.
16. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1972. – 240 с.
17. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1976. – 384 с.
18. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука., 1970. – 336 с.

#### **10. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення**

1. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf>
2. <http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf>
3. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_1.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_1.pdf)
4. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_2.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_2.pdf)
5. [http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod\\_AGLA\\_3.pdf](http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/Metod_AGLA_3.pdf)