

використовують для закріплення сталевго дроту, на якому підвішено рамку 7, а на кронштейні 5 знаходиться сталева плита 8. На ній розміщено фотоелектричний датчик 9 та електромагніт 10. Конструкція рамки дозволяє закріплювати в ній тіла різної форми 11. Ці тіла кріпляться в рамці рухомою планкою, а планка затягується гайками на притискних втулках.

Робота з приладом

1. Подати електричну напругу натисканням клавіші «Мережа». При цьому повинні засвітитися лампочки фотоелектричного датчика та індикатора секундоміра.
2. Натиснути клавішу «Скидання». Це викликає обнуління індикатора електронного секундоміра та генерування електричного сигналу щодо дозволу на вимірювання та увімкнення обмотки електромагніту.
3. Повернути рамку приладу так, щоб стрілка рамки була зафіксованою електромагнітом.
4. Натиснути клавішу «Пуск». Натискання цієї клавіші відключає електромагніт від електроживлення, рамка відпускається і виконує обертові коливання. Електронний секундомір при цьому рахує час коливань.
5. Після здійснення рамкою визначеного числа коливань система зупиняється натисканням кнопки «Стоп». Показання індикатора часу занести до таблиці. Час коливань вимірюється десять разів при тому самому числі коливань.
6. Змінивши момент інерції системи шляхом установки в рамку циліндра, або іншого певного досліджуваного тіла, знову натискаємо клавішу «Скидання» і проводимо вимірювання числа коливань і часу згідно з пунктами 3–5.

Завдання 2. Визначення моменту інерції твердого тіла складної форми

Момент сили пружної деформації, що діє на тіло, закріплене в обертовому маятнику, визначається за наступною формулою:

$$\vec{M} = -k\vec{\varphi}, \quad (2.37)$$

де k – це коефіцієнт пружності нитки підвісу, що залежить від матеріалу нитки та її геометричних розмірів: довжини і діаметра. Знак « \rightarrow » означає протилежну спрямованість моменту пружної сили нитки і кута її деформації. Записавши основне рівняння динаміки обертального руху ($\vec{M} = I\vec{\varepsilon}$, де I – це момент інерції відносно заданої осі обертання, $\vec{\varepsilon}$ – це кутове прискорення відносно зазначеної осі обертання) з урахуванням (2.37), одержимо:

$$k\varphi = -I \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (2.38)$$

Розв'язуючи рівняння (2.38), знайдемо період коливань:

$$T = 2\pi\sqrt{I/k}. \quad (2.39)$$

Якщо тіло, що здійснює коливання, є складним (наприклад, рамка з закріпленим в ній досліджуванним тілом), то через адитивність моменту інерції, $I = I_p + I_m$, де I_p та I_m – це, відповідно, моменти інерції рамки та досліджуваного тіла, яке закріплено в ній:

$$T_2 = 2\pi\sqrt{(I_p + I_m)/k}. \quad (2.40)$$

З формули (2.40) випливає, що для знаходження моменту інерції тіла I_m за виміряною величиною T_2 необхідно знати момент інерції рамки I_p та коефіцієнт пружності нитки підвісу, тобто, слід зробити два додаткові вимірювання.

Наприклад:

1. Перше вимірювання стосується визначення періоду коливань T_0 самої рамки приладу (без додаткових важків). Тоді відповідно до рівняння (2.39) можна записати:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{I_p/k}. \quad (2.41)$$

2. Друге вимірювання слід виконати для визначення періоду коливань T_1 рамки приладу з закріпленим у ній тілом, момент інерції якого є добре відомим з теорії обертального руху.

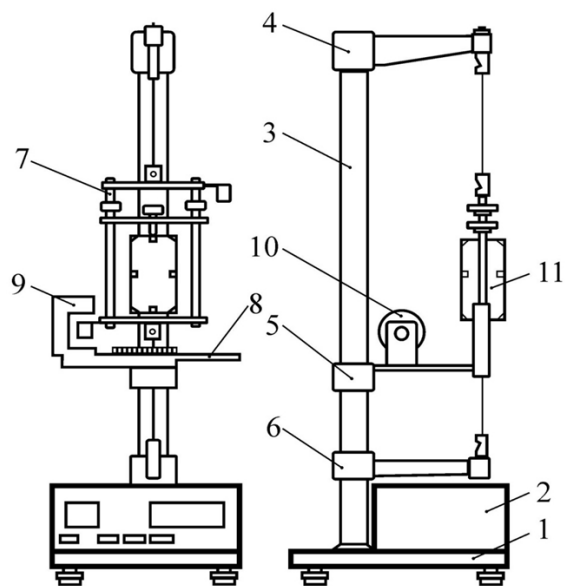


Рис. 2.8. Обертовий маятник

Наприклад, візьмемо циліндр з моментом інерції $I_0 = mr^2/2$, де m та r – маса та радіус циліндра. Тоді згідно з формулою (2.40) можна записати:

$$T_1 = 2\pi \sqrt{(I_p + I_0)/k}. \quad (2.42)$$

Розв'язуючи спільно (2.41) та (2.42), знаходимо величини I_p та k по обчислених періодах коливань T_0 та T_1 . Після підстановки значень I та k до рівняння (2.40) одержуємо розрахункову формулу для моменту інерції досліджуваного тіла:

$$I_m = I_0 \cdot (T_2^2 - T_0^2) / (T_1^2 - T_0^2). \quad (2.43)$$

3. Порядок виконання роботи

1. Теоретично визначити момент інерції циліндра відносно його осі симетрії.

2. Визначити періоди коливань рамки T_0 і рамки T_1 з досліджуваним тілом. Для цього слід надати можливість рамці виконати 3–4 коливання. Потім поділити час коливань, що визначається електронним секундоміром на відповідну кількість коливань. Для достатньо точного вирахування періоду коливань потрібно повторити процедуру вимірювання 10–12 разів, обчисливши середнє значення періоду.
3. При виконанні роботи необхідно виміряти моменти інерції тіла відносно його трьох головних осей.
4. Дані занести до таблиці.
5. За здобутими даними, використовуючи середні значення періодів коливань, визначити моменти інерції усіх трьох досліджуваних тіл відносно їхніх трьох головних осей інерції.
6. Виконати ці досліді для трьох тіл, якими укомплектовано цю лабораторну роботу.

Контрольні питання

1. Що таке момент інерції твердого тіла? В яких одиницях його вимірюють?
2. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху в диференціальній формі та у проекціях на нерухомі осі.
3. Чому дорівнює кутова частота коливань обертового маятника?
4. Сформулюйте теорему Гюйгенса.
5. Що таке головні осі інерції?
6. Запишіть рівняння, що зв'язує моменти інерції абсолютно твердого тіла, які пораховано відносно його трьох головних осей.
7. Як з рівняння моментів знайти власну частоту коливань маятника?

2.5. Лабораторна робота «Визначення коефіцієнтів тертя за допомогою похилого маятника»

Мета роботи:

1. Ознайомитися зі складним механічним рухом; що супроводжується дисипацією механічної енергії через наявність значного тертя.

- Визначити коефіцієнти тертя кочення для різних пар матеріалів.

Обладнання: похилий маятник, набір пар тертя різних кульок та різних плоских поверхонь кочення.

Завдання 1. Вивчення експериментальної установки

Прилад «Похилий маятник» (Рис. 2.9) зібрано на платформі 1, що оснащена регулювальними гвинтами, які дозволяють установлювати платформу в горизонтальному положенні. На платформі закріплена поворотна штанга 2, положення якої змінюється ручкою 3, а кут нахилу β контролюється за шкалою 4. Зі штангою 2 за допомогою спеціального пристрою жорстко зв'язана плоска полірована пластинка 5, що є одним з тіл тертя. В якості другого тіла в установці використовуються змінні кульки 6, що підвішуються за допомогою тонкої нитки до пілона штанги 2. Відхилення кульки 6 від положення рівноваги (кут α) вимірюються за шкалою. Даний прилад допускає вимірювання коефіцієнтів тертя кочення та тертя ковзання для різних твердих тіл. За відомим значенням коефіцієнтів можна визначати силу тертя:

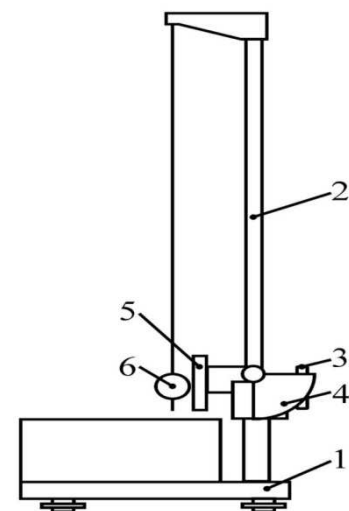


Рис. 2.9. Похилий маятник

$$F_{TP} = f N, \quad (2.44)$$

де f – коефіцієнт тертя; N – сила нормального тиску.

Робота з приладом

- Установити штангу маятника (2) у положення, що відповідає нульовому значенню індикатора кута нахилу (4).

- Перевірити правильність установки приладу за допомогою кульки, використовуючи її як висок. При правильному положенні приладу кут відхилення кульки α має дорівнювати нулю і кулька лише трішки торкається поверхні кочення.
- Відкоригувати за потреби положення приладу регулювальними гвинтами, якими обладнано платформу приладу.
- Установити кут нахилу штанги приладу β у межах $50 \dots 60^\circ$.

Завдання 2. Визначення коефіцієнта тертя кочення

На кульку, що виведена з положення рівноваги, діють наступні сили: сила тяжіння $m\vec{g}$, сила натягу нитки \vec{T} , сила реакції опори \vec{N} та сила тертя \vec{F}_{TP} (див. рис. 2.10). Під дією сили, що є геометричною сумою вище зазначених сил $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_{TP}$, кулька виконує коливальний рух. Наявність сили тертя між кулькою та поверхнею кочення призводить до зменшення з часом амплітуди коливань кульки. Роботу сил тертя можна представити у вигляді:

$$A_{TP} = F_{TP} S = 2nfNR(\alpha_0 + \alpha_n), \quad (2.45)$$

де сила реакції опори $N = mg \sin \beta$; шлях, пройдений кулькою, $S = 2nR(\alpha_0 + \alpha_n)$; R – довжина нитки підвісу; α_0 – початковий кут відхилення кульки; α_n – кінцевий кут відхилення кульки; n – кількість повних коливань, зроблених кулькою при її русі.

Внаслідок роботи сил тертя зменшується механічна енергія кульки. Зменшення механічної енергії дорівнює роботі сил тертя:

$$A_{TP} = W_0 - W_n, \quad (2.46)$$

де W_0 – механічна енергія кульки у початковому стані; W_n – механічна енергія кульки в кінцевому стані.

В якості початкового та кінцевого станів кульки найбільш зручно обрати положення його максимального

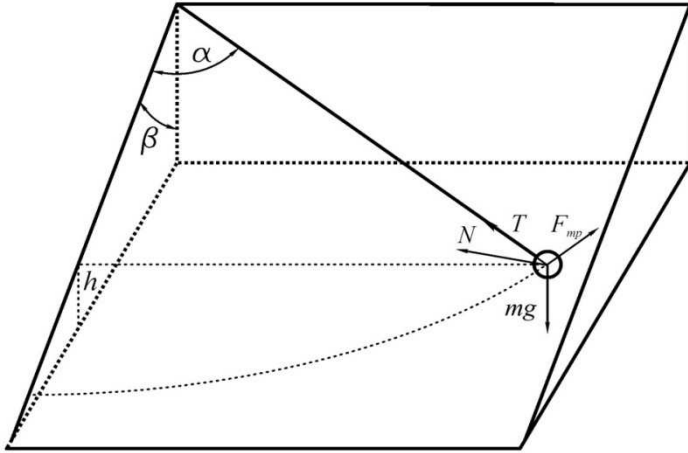


Рис. 2.10. Схематичне зображення сил, що діють на досліджуване тіло, та кутових координат в обраній системі відліку

відхилення, коли швидкість руху кульки дорівнює нулю, а отже вся механічна енергія кульки дорівнює її потенціальній енергії. У цьому випадку:

$$A_{TP} = W_0 - W_n = mg(h_0 - h_n), \quad (2.47)$$

де h_0 , h_n – початкова та кінцева висота підйому кульки. Висота підйому кульки може бути знайдена через кут нахилу штанги β , кут відхилення кульки від положення рівноваги в площині коливань α та довжину нитки підвісу (див. рис. 2.10):

$$h = R \cos \beta (1 - \cos \alpha). \quad (2.48)$$

Використовуючи (2.48), вираз (2.47) можна записати у вигляді:

$$A_{TP} = mgR \cos \beta (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0) = 2mgR \cos \beta \sin[(\alpha_0 + \alpha_n)/2] \sin[(\alpha_0 - \alpha_n)/2]. \quad (2.49)$$

Оскільки для малих кутів ($\alpha \ll 1$) $\sin \alpha \approx \alpha$, отже, маємо:

$\sin[(\alpha_0 \pm \alpha_n)/2] \approx (\alpha_0 \pm \alpha_n)/2$. Тоді вираз для роботи сил тертя можна переписати у вигляді:

$$A_{TP} \approx 0.5mgR \cos \beta (\alpha_0^2 - \alpha_n^2). \quad (2.50)$$

За допомогою співвідношень (2.45) та (2.50) здобуваємо вираз для коефіцієнта тертя:

$$f = \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{4n} \cot \beta, \quad (2.51)$$

де кути α_0 та α_n виражено в радіанах. Оскільки на шкалу для вимірювання кутів нанесено поділки в градусах, то слід пам'ятати, що куту в 180° відповідає кут π в радіанах.

3. Порядок виконання роботи

1. Установити кут β нахилу штанги приладу на позначці приблизно $50 \div 60^\circ$.
2. Відхилити кульку від положення рівноваги на кут α_0 , що не перевищує значення в 5° , за допомогою допоміжного предмета (олівець, ручка).
3. Прибрати допоміжний предмет, надавши можливість кулці вільно пересуватися.
4. Зафіксувати кут відхилення кульки від положення рівноваги α_n після приблизно чотирьох його повних коливань.
5. Повторити вимірювання 10 - 12 разів і результати занести до таблиці.
6. Знайти середнє значення α_n , результати внести до таблиці.
7. Знайти середню похибку вимірювання кінцевого кута відхилення. Результати занести до таблиці.
8. Використовуючи отримані дані, за формулою (2.51) визначити величину коефіцієнта тертя, результат записати до таблиці.
9. Збільшити кут нахилу β штанги приладу на 5–10 градусів та повторити вимірювання.
10. Зробити висновки стосовно величини коефіцієнтів тертя

кочення та тертя ковзання, порівняти здобуті значення коефіцієнтів тертя з табличними даними.

Контрольні питання

1. Що таке сила нормального тиску?
2. Запишіть рівняння, що зв'язує силу тертя із силою нормального тиску.
3. Які види тертя Ви знаєте?
4. Яким фізичним полем обумовлені сили тертя?
5. У яких випадках сили тертя відіграють позитивну, а у яких – негативну роль?
6. Як можна змінювати силу тертя?
7. Як сила тертя залежить від якості обробки поверхні?

2.6. Лабораторна робота «Визначення швидкості польоту тіла за допомогою балістичного маятника»

Мета роботи: експериментально визначити швидкість руху механічного тіла до та після механічної взаємодії з іншим тілом.

Обладнання: експериментальна установка, яка складається з двох балістичних маятників різного типу, та пневматичного пристрою, що здатен «вистрілювати» металеву кульку.

Завдання 1. Вивчення експериментальної установки

Загальний вигляд експериментальної установки «Балістичний маятник» показано на рис. 2.11. Вона складається з двох ізольованих камер, які закриваються прозорим пластиковим екраном. У першій камері знаходиться власне стріляючий пневматичний пристрій, а у другій камері розташовано власне два балістичних маятника різної конструкції, які ми позначимо як маятник № 1 та маятник № 2.

Балістичний маятник № 1 має вигляд бруса, що підвішено на чотирьох вертикальних нитках. Після пострілу кулька застряє у цьому брусі, тобто реалізується випадок абсолютно непружного удару.

Балістичний маятник № 2 виготовлено у формі тонкого вертикального металевого стрижня, до якого прикріплено тягарець та пластину, в яку влучає кулька, а потім відлітає назад. Швидкість кульки до удару становить величину u_0 , а після удару її величина зменшується до значення u_1 . У цьому випадку удар є непружним, але при цьому його не можна вважати абсолютно непружним, бо не утворюється нового механічного об'єкта. З іншого боку, хоч кулька і відскакує після зіткнення, його не можна вважати абсолютно пружним, бо при цьому відбувається втрата механічної енергії.

Завдання 2. Визначення швидкості польоту кульки за допомогою балістичного маятника № 1.

2.1. Короткі теоретичні відомості

В основі експериментального визначення швидкості польоту тіла за допомогою балістичного маятника №1 лежить закон збереження імпульсу та, як це не дивно (на перший погляд), закон збереження механічної енергії. Якщо кулька масою m рухається зі швидкістю \vec{u}_0 у площині коливань маятника, то її імпульс відносно нерухомого маятника: $p_0 = m u_0$. Перед «пострілом» маятник є нерухомим, тобто його імпульс дорівнює нулеві. Після того, як кулька, якою стріляє «пневматична гармата», застряє в спеціальному каналі маятника № 1, що заповнено лахміттям, маятник разом із кулькою здобуває швидкість \vec{u}_1 , спрямовану у той саме бік, що і швидкість \vec{u}_0 . Тобто відбувається центральний удар, тому ми не будемо писати закон збереження імпульсу у векторному вигляді. За законом збереження імпульсу для системи маятник-кулька, що застряла у маятнику, можна записати таке скалярне рівняння:

$$m u_0 = (m + M) u_1. \quad (2.52)$$

Закон збереження механічної енергії можна використати для опису руху маятника з кулькою, що має початкову кінетичну енергію $E_k = (m + M) u_1^2 / 2$, у полі тяжіння Землі. При цьому підвіс,

на якому висить маятник не виконує роботи, бо сила натягу підвісу є перпендикулярною до переміщення у цьому русі, а тертям між маятником та частинками повітря ми нехтуємо. Таким чином, при цьому русі відбувається перехід кінетичної енергії у потенціальну; і на момент часу, коли швидкість маятника з кулькою, що застрягла у ньому, обернеться на нуль, початкова кінетична енергія цілком перейде у потенціальну енергію. Запишемо цей закон збереження у такому вигляді:

$$(m + M) v_1^2 / 2 = (m + M) g h_1, \quad (2.53)$$

де h_1 – максимальна висота підйому бруса маятника № 1 над положенням рівноваги.

Для обчислення максимальної висоти підйому намалюємо рис. 2.12, тоді у позначках, які там наведено, висоту підйому можна визначити через довжину підвісу l_1 :

$$h_1 = l_1 (1 - \cos \alpha_1) = 2 l_1 \sin^2 (\alpha_1 / 2). \quad (2.54)$$

Для визначення синуса кута відхилення підвісу від нормалі маємо: $\sin \alpha_1 = x_1 / l_1$. Розв'язуючи спільно рівняння (2.52) – (2.54) можна знайти вираз для швидкості польоту кульки через висоту підйому бруса маятника № 1.

$$v_0 = \frac{2(m + M)}{m} \sqrt{g l_1} \sin(\alpha_1 / 2). \quad (2.55)$$

Оскільки кут відхилення підвісу від нормалі є дуже малим, то можна скористатися наближеним співвідношенням для синусу малих аргументів, $x \ll 1$: $\sin(x) \approx x$. Тоді формулу (2.55) можна буде переписати у наступному вигляді:

$$v_0 \approx \frac{(m + M) x_1}{m} \sqrt{g / l_1}. \quad (2.56)$$

Таким чином, знаючи величини мас кульки та бруса, довжину підвісу, можна з певною точністю визначити швидкість

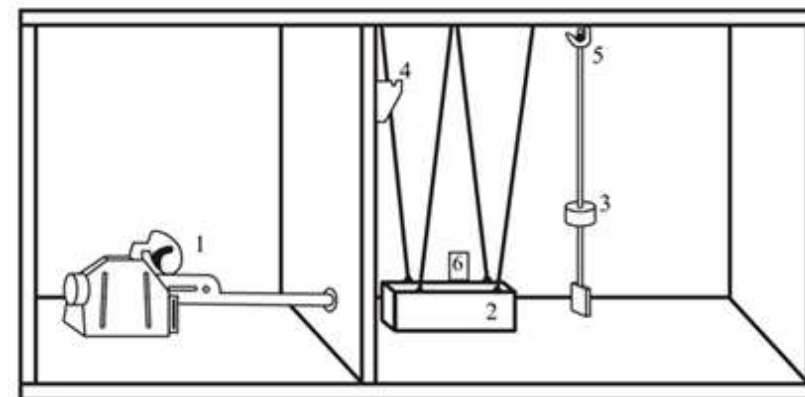


Рис. 2.11. Експериментальна установка «Балістичний маятник»

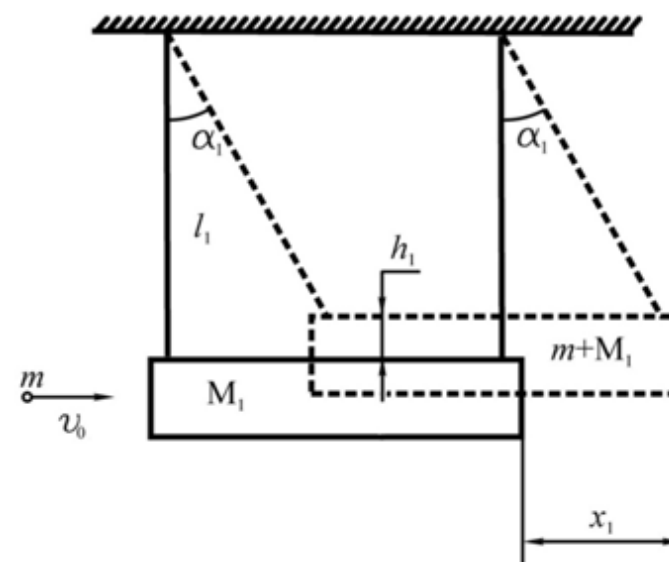


Рис. 2.12. Схематичне зображення балістичного маятника № 1 в обраній системі відліку

польоту кульки за величиною x_1 , на яку відхилився брусок унаслідок влучання у нього кульки.

2.2. Порядок виконання роботи

1. Захисним екраном щільно закрити камеру зі стріляючим пристроєм.
2. Зважити масу бруса M_1 (див. рис. 2.12).
3. Виміряти довжину підвісу l_1 .
4. Визначити середнє значення маси кульки, зваживши 10 кульок одразу.
5. Перевірити спеціальний канал-уловлювач, що знаходиться в торці бруса, він має бути заповнений м'яким ганчір'ям.
6. Підвісити маятник № 1 у робочий стан, а маятник № 2 тимчасово підвісити на кронштейн 4.
7. Захисний екран пересунути праворуч, закрити щільно камеру, де розташовано маятники.
8. Зарядити стріляючий пристрій та зробити постріл.
9. Одразу після пострілу виміряти відстань, на яку відхилився брус маятника № 1 в результаті пострілу x_1 .
10. Повторити дослід не менше п'яти разів та обчислити середнє значення швидкості кульки до удару за формулою (2.56).

Завдання 3. Визначення втрат кінетичної енергії кульки за допомогою балістичного маятника № 2.

3.1. Короткі теоретичні відомості

Через відмінність конструкцій першого та другого маятників, для маятника № 2 має виконуватися закон збереження моменту імпульсу. Влучання кульки у пластину, що прикріплена нижче тягарця, призводить до збудження коливань цього балістичного маятника відносно осі, що проходить крізь точку підвісу (див. рис. 2.13). Момент імпульсу маятника після удару кульки в нього відносно зазначеної осі обертання дорівнює:

$$L = I\omega, \quad (2.57)$$

де $I = M_2 z^2$ – це момент інерції маятника, при цьому ми знехтували масою пластини, а тягарець вважали за матеріальну точку, що звісно, вносить певну похибку у наші розрахунки.

Кулька після удару в пластину відскочить від неї з моментом імпульсу:

$$L_2 = -mv_2 l_2. \quad (2.58)$$

Наявність знаку мінус в рівнянні (2.58) говорить про те, що напрямки моментів імпульсів (2.57) та (2.58) є протилежними. Дійсно, кулька відскочила у зворотному напрямку, а маятник почав рух у напрямку польоту кульки до удару. Отже, сумарний момент імпульсу системи кулька-маятник після удару дорівнює (у скалярному вигляді) сумі: $L_{\text{сумар}} = L + L_2$.

До удару момент імпульсу складався тільки з моменту імпульсу кульки та дорівнював:

$$L_1 = mv_0 l_2, \quad (2.59)$$

де v_0 – це швидкість кульки до удару. Таким чином, закон збереження моменту імпульсу у даному випадку має вигляд:

$$mv_0 l_2 = I\omega - mv_2 l_2. \quad (2.60)$$

До цього рівняння входять три невідомі швидкості: v_0 , ω – кутова швидкість маятника після удару та v_2 – лінійна швидкість відскоку кульки після удару в пластину.

Кутову швидкість маятника після удару можна знайти, вважаючи, що після удару кінетична енергія маятника не втрачається, а переходить у потенціальну енергію, яка визначається через висоту підйому центра мас маятника № 2. Запишемо закон збереження енергії:

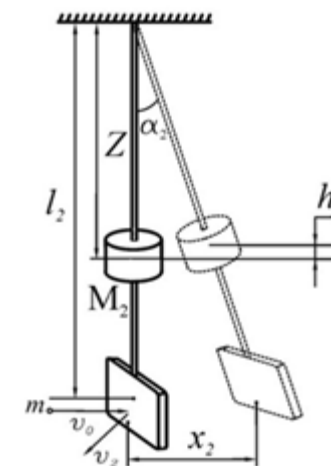


Рис. 2.13. Схематичне зображення балістичного маятника № 2 в обраній системі відліку

$$I\omega^2/2 = M_2gh_2, \quad (2.61)$$

де як і для попереднього випадку висоту підйому визначаємо через кут відхилення маятника відносно рівноважного положення: $h_2 = z(1 - \cos\alpha_2) = 2z \sin^2(\alpha_2/2)$. Беручи до уваги те, що кут відхилення є малим, запишемо наближений вираз для висоти підйому маятника № 2:

$$h_2 \approx zx_2^2/(2l_2^2). \quad (2.62)$$

Тоді з рівнянь (2.61) та (2.62) легко знайти кутову швидкість маятника після удару:

$$\omega = \sqrt{g/z} \cdot x_2/l_2. \quad (2.63)$$

За допомогою формули (2.63) з рівняння (2.60) можна знайти вираз для швидкості кульки до удару:

$$v_0 = \frac{M_2x_2}{ml_2^2} \sqrt{gz^3} - v_2. \quad (2.64)$$

Оскільки швидкість кульки до удару нам відомо з формули (2.56), то тепер просто знайти відносну втрату кінетичної енергії кульки: $\Delta E_k/E_k(\text{до удару}) = 1 - v_2^2/v_0^2$. Ця величина дорівнює:

$$1 - v_2^2/v_0^2 = 1 - \left(\frac{M_2x_2\sqrt{gz^3}}{ml_2^2v_0} - 1 \right)^2. \quad (2.65)$$

Тут для визначення відносної втрати кінетичної енергії слід брати середнє значення швидкості v_0 , яке обчислено за формулою (2.56).

3.2. Порядок виконання роботи

1. Захисним екраном щільно закрити камеру зі стріляючим пристроєм.

2. Вважати масу тягарця маятника № 2 такою, що дорівнює $M_2=200$ г (див. рис. 2.13).

3. Виміряти довжину цього маятника, тобто відстань від точки підвісу до низу тягарця, параметр z (див. рис. 2.13).

4. Визначити плече імпульсу кульки, тобто відстань від точки підвісу до точки на пластині, в яку влучає кулька.

5. Перемістити маятник № 1 до спеціального пристрою 6, що утримує його у неробочому стані, а маятник № 2, навпаки, привести у робочий стан, почепивши його на кронштейн 5.

6. Захисний екран пересунути праворуч, закрити щільно камеру, де розташовано маятники.

8. Зарядити стріляючий пристрій та зробити постріл.

9. Одразу після пострілу виміряти відстань, на яку відхилився маятник № 2, в результаті пострілу x_2 .

10. Обчислити втрати кінетичної енергії кульки за формулою (2.65).

11. Повторити цей дослід не менше п'яти разів.

12. Обчислити середнє значення відносної втрати кінетичної енергії кульки.

Контрольні питання

1. Сформулюйте закон збереження імпульсу.

2. Що таке момент сили, як визначається його напрямок?

3. Дайте визначення моменту імпульсу матеріальної точки та абсолютно твердого тіла.

4. Сформулюйте закон збереження імпульсу для замкненої системи.

5. Запишіть формулу кінетичної енергії тіла, що обертається навколо нерухомої осі.

6. Які фізичні величини та в який спосіб впливають на величину відхилення маятника № 2 від положення рівноваги?

7. Як оцінити силу удару зазначеної кульки об пластину?

2.7. Лабораторна робота «Вивчення особливостей руху гіроскопа»

Мета роботи: вивчити особливості руху гіроскопа під дією зовнішніх сил.

Обладнання: лабораторний пристрій для вивчення прецесії гіроскопа.

Завдання 1. Ознайомлення з теорією руху гіроскопа

Гіроскоп – це симетричне механічне тіло, що швидко обертається навколо осі, яка може змінювати свою орієнтацію в просторі. Щоби вісь гіроскопа могла повертатися в будь-якому напрямку, його вставляють до карданового підвісу (рис. 2.14). Усі три вісі підвісу перетинаються в одній точці O – центрі карданового підвісу. Якщо центр маси гіроскопу співпадає з центром карданового підвісу, тоді гіроскоп називають врівноваженим.

Рух гіроскопа описують рівнянням моментів:

$$dL/dt = M_{ext}. \quad (2.66)$$

Нехай гіроскоп обертається навколо осі \vec{Y} з кутовою швидкістю $\vec{\omega}$. Якщо його момент інерції відносно осі \vec{Y} дорівнює I , тоді момент імпульсу гіроскопу є вектором, що орієнтовано вздовж осі \vec{Y} (див. рис. 2.15).

Припустимо, що до осі гіроскопу підвішено певний вантаж на відстані a від точки O . Тоді на гіроскоп діє момент сили. Це момент сили тяжіння $M_{ext}=mga$, він змінює в часі момент імпульсу як за модулем так і за напрямком.

Так, за час dt вектор L здобуде приріст $dL=M_{ext}dt$, який означає, що за цей час гіроскоп повернеться навколо осі обертання на кут $d\theta$. Якщо момент зовнішніх сил досить малий, тоді можна вважати, що вектор L є незмінним за модулем, а змінюється тільки його напрямок, тому:

$$|d\vec{L}| = |\vec{L}|d\theta. \quad (2.67)$$

Звідси здобудемо таке рівняння:

$$|d\vec{L}|/dt = |\vec{L}|d\theta/dt, \quad (2.68)$$

де $|\vec{\Omega}| = d\theta/dt$ – кутова швидкість обертання гіроскопу навколо осі \vec{Z} (швидкість прецесії).

Визначимо, що означає термін «достатньо малий момент зовнішніх сил». Якщо кутова швидкість $\Omega \ll \omega$, тоді зміна $|\vec{L}|$ визначається здебільшого величиною ω , таким чином можна вважати, що $|\vec{L}| \approx \text{const}$,

$$|\vec{L}| \approx I|\vec{\omega}|. \quad (2.69)$$

Це означає, що $|\vec{M}|_{ext}$ має бути таким, щоб гіроскоп обертався навколо осі \vec{Z} значно повільніше, ніж навколо осі \vec{Y} . З рівнянь (2.68) та (2.69) знайдемо зв'язок між кутовою швидкістю прецесії Ω та моментом $|\vec{M}|_{ext}$:

$$\Omega = |\vec{M}_{ext}|/|\vec{L}| = mga/(I\omega). \quad (2.70)$$

Завдання 2. Вивчення будови гіроскопа

В даній роботі у якості гіроскопа використовують ротор асинхронного електродвигуна, частота обертання якого може сягати величини: 12000 об/хв. На вісь двигуна посаджено важкий сталевий маховик. З протилежного боку на статорі двигуна укріплено стрижень з поділками та тягарцем. Двигун стоїть на опорній виделці і може вільно обертатися в ній навколо горизонтальної вісі. В свою чергу, опорна виделка разом із гіроскопом спирається на основу.

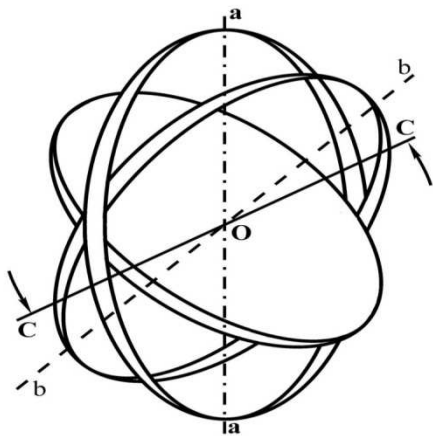


Рис. 2.14. Схематичне зображення гіроскопа (у вигляді диска) з центром у точці O , який у кардановому підвісі здатний обертатися навколо трьох взаємно перпендикулярних осей: a, b, c

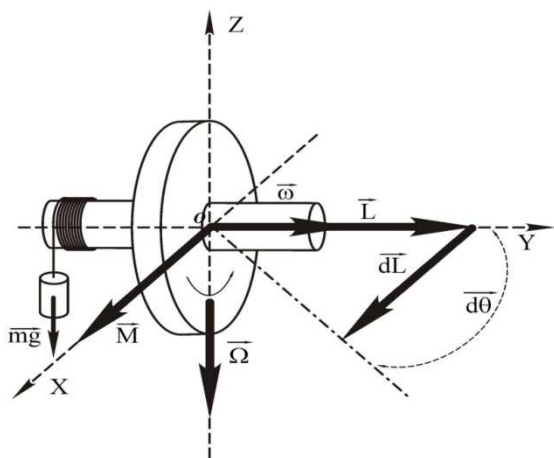


Рис. 2.15. Схематичне зображення гіроскопа з позначеними векторами моменту сил, моменту імпульсу, кутової швидкості та швидкості прецесії $\vec{\Omega}$ в обраній системі відліку

Гіроскоп може обертатися навколо вертикальної (відносно поверхні приладу) осі. Для цього вісь закріплено у двох опорних підшипниках. На вертикальній осі на ізоляторах

змонтовано електричні контакти у вигляді щіток для підведення живлення до трифазного електричного двигуна. Маховик та вертикальна вісь мають спеціальні диски, по периферії яких рівномірно зроблено щілини, які разом із джерелами світла та фотоприймачами створюють систему вимірювання ω та Ω .

Електричні сигнали з фотоприймачів надходять до електронного секундоміра. Вимірювання сили струму в обмотці електродвигуна, яка є пропорційною до ω , виконується амперметром, що вмонтовано на передній панелі електронного секундоміра. Живлення електродвигуна та електронного секундоміра відбувається від внутрішньої системи, що має стабілізатор напруги.

Завдання 3. Підготовка до виконання роботи

Перевірте, чи вільно обертатися гіроскоп навколо горизонтальної та вертикальної осей. Для цього, не вмикаючи двигун, покрутіть ротор рукою за маховик; потім перевірте, чи обертатися гіроскоп навколо вертикальної осі. Стійку гіроскопа за допомогою регулюючих гвинтів поставте вертикально.

Потім збалансуйте гіроскоп шляхом пересування тягарця по стрижню. Коли гіроскоп збалансовано, тоді внаслідок слабого стукання по тягарцю гіроскоп не повинен обертатися у вертикальній площині. Координату цього збалансованого положення тягарця слід записати, бо починаючи з цього значення ведеться відлік величини a .

Кутова швидкість ω обертання ротора вимірюється приладом, що встановлено на передній панелі пристрою. Ціна поділки цього приладу: 10^3 об/хв.

4. Порядок виконання роботи

1. Дослідіть залежність $\Omega = \Omega(\omega)$. Для цього увімкніть живлення гіроскопа та зачекайте, доки обертання ротора стабілізується, потім посуньте тягарець на величину $a=6\div 10$ см від положення рівноваги. Змінюючи частоту обертання ω ротора, дослідіть залежність Ω від ω за умови сталого зсуву відносно рівноважного положення. Результати оформити

у вигляді таблиці, позначивши значення a . Побудуйте графічні залежності швидкості прецесії $\Omega(\omega)$ від кутової швидкості обертання гіроскопа за експериментальними та теоретичними (рівняння (2.70)) даними.

2. Для певного значення ω дослідіть залежність кутової швидкості прецесії Ω від зсуву a тягарця відносно положення рівноваги. Результати оформити у вигляді таблиці, зазначивши значення кутової швидкості ω гіроскопу.

3. Згідно зі здобутими даними побудуйте графічну залежність величини швидкості прецесії Ω від a .

4. Поставте тягарець у положення рівноваги. «Пограйте» з гіроскопом, натискаючи олівцем на тягарець так, аби гіроскоп повертався в той чи інший бік навколо вертикальної осі.

5. Подивіться, як поводить ся тягарець? Чи він піднімається, чи спускається вниз? Поясніть цю поведінку гіроскопа з теоретичної точки зору письмово у звіті про виконану роботу.

6. З графічно побудованих залежностей $\Omega(\omega)$ та $\Omega(a)$ визначте приблизне значення величини моменту інерції гіроскопа.

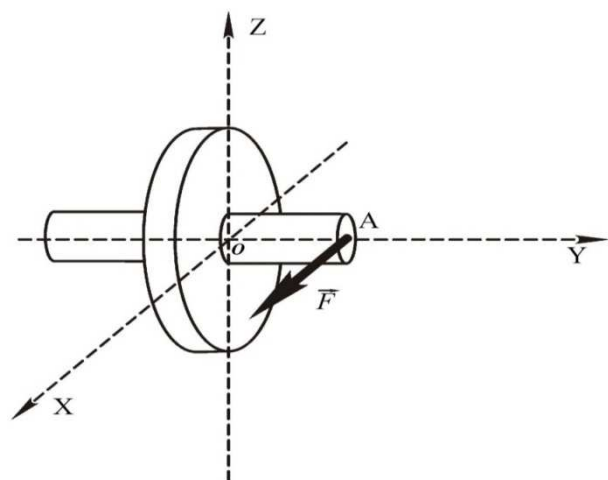


Рис. 2.16. Схематичне зображення гіроскопу, на який діє зовнішня сила \vec{F}

Контрольні питання

1. Запишіть рівняння моментів для системи матеріальних точок.
2. Що таке кутове прискорення та кутова швидкість?
3. Що таке гіроскоп?
4. Що таке прецесія гіроскопу?
5. Як визначити частоту прецесії гіроскопа?
6. Наведіть приклади практичного використання гіроскопа.
7. Нехай у нас є гіроскоп (див. рис. 2.16), що швидко обертається навколо осі OY. До точки A прикладено силу F уздовж осі OX. При цьому ось гіроскопа піднімається догори. Визначте напрямок його кутової швидкості $\vec{\omega}$.

2.8. Лабораторна робота «Вивчення будови терезів та техніки зважування»

Мета роботи: отримати навички точного зважування.

Обладнання: терези, набір тягарців, пінцет, тіло, що зважується.

Вступ

Зважуванням називають порівняння маси даного тіла з відомою масою тягарців, величини яких виражено у певних одиницях (мг, г, кг та ін.). Терези – це один із важливих приладів у фізичній та хімічній лабораторіях. Залежно від точності, з якою проводять зважування, терези поділяють на наступні групи:

1. Для грубого зважування (точність до грамів).
2. Для точного зважування (точність від 1 до 10 мг).
3. Аналітичні:
 - звичайні (точність до 0,1-0,2 мг);
 - напівмікрохімічні (точність від 0,01-0,02 мг);
 - мікрохімічні (точність до 0,001 мг);
 - ультрамікрохімічні (точність до 10^{-6} - 10^{-9} мг).

4. Спеціальні (пробірні, торсіонні та ін.).

Кожна з цих груп поділяється на підгрупи залежно від конструктивних особливостей. Кожні терези мають свій набір тягарців. На кожному тягарці позначено його масу, при цьому ця маса має назву номінальної. Істинна маса звичайно не дорівнює номінальній. Для тягарця аналітичних терезів це відхилення виражається в десятих, а іноді в сотих долях міліграма і не відбивається на точності зважування. Але чим менший тягарець, тим більша відносна неточність визначення його маси. Величина відмінності номінальної маси від істинної характеризує точність тягарця. Тягарці періодично перевіряють та ставлять відповідне клеймо. Найчастіше у фізичних лабораторіях використовують аналітичні терези. Терези для аналітичних робіт поділяються на перший та другий класи точності; за власною конструкцією вони поділяються на терези з періодичним коливанням та аперіодичні, або демпферні терези. За системою навантаження дрібних тягарців аналітичні терези, окрім звичайних, бувають з використанням ланцюжків, напівавтоматичні та автоматичні.

Аналітичні терези з періодичним коливанням стрілки мають той недолік, що загасання коливань коромисла відбувається дуже повільно. Тому зважування на них звичайно займає багато часу і є дуже марудною та копіткою справою.

Значно досконалішими є терези з демпферним коливанням. Демпфер складається з двох тонкостінних металевих стаканів, що вставлено один в один. Зовнішній стакан прикріплено до колонки терезів, а внутрішній підвішено до коромисла, при цьому вони не торкаються один одного. При коливаннях коромисла повітря, що знаходиться між стінками стаканів, починає рухатися. Виникаюча при цьому сила тертя уповільнює коливання терезів. Оскільки сила тертя спокою в газах дорівнює нулю, то демпфер фактично не впливає на точність роботи терезів.

Перед початком зважування визначається положення нульової точки терезів (тобто положення рівноваги при вільних терезах).

Визначення нульової точки й смуги застою терезів

Положення коромисла, при якому терези знаходяться в рівновазі, реєструється за допомогою шкали. Це положення звичайно не співпадає з нульовою поділкою на шкалі. Важливою причиною, що впливає на положення стрілки відносно шкали, є тертя в опорних призмах. Тертя призводить до того, що при незмінному навантаженні терезів показання терезів може бути різним: з'являється так звана смуга застою. Смуга застою визначається по розкиду декількох значень на шкалі, які отримано при врівноважених терезах для нульової позначки у низці послідовних експериментів (з однаковим навантаженням). Для цього перед визначенням смуги застою терези декілька разів встановлюються на аретир та знімаються з нього, в кожному з експериментів результат визначення локалізації нульової позначки записується. Середнє значення з отриманих показів відліку приймається за положення нульової точки, а найбільша відмінність показів стрілки відносно нульової точки, відповідно праворуч та ліворуч від неї, яку було знайдено у цих дослідах, і визначає величину смуги застою терезів. Величина смуги застою збільшується через зношуваність призм, їхнє забруднення та при збільшенні навантаження на шальках терезів (у справних терезах смуга застою є малою, тому вона слабо впливає на точність зважування).

Процедура зважування суттєво залежить від наявності або відсутності демпфера. При роботі без повітряного демпфера терези коливаються занадто довго і немає сенсу чекати їхнього припинення. Положення точки рівноваги визначається з низки послідовних відхилень стрілки відносно шкали. Задача про визначення нульової точки була б зовсім простою, аби коливання не загасали б зовсім. Для визначення цього положення достатньо було б узяти півсуму відхилень стрілки у різні боки, вважаючи відхилення праворуч додатними, а ліворуч – від'ємними.

За умов загасання суттєвим є те, щоб відхилення ліворуч та праворуч фіксувалися для одного моменту часу. Нехай при першому коливанні праворуч покази шкали були n_1 , при першому коливанні ліворуч стрілка вказала на поділку n_2 , при