

КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Зразок відповідей на завдання

Варіант Х

1. Середня арифметична швидкість молекули визначається формулою?

а) $\sqrt{\frac{3kT}{m}}$; б) $\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$; в) $\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$; д) $\sqrt{\frac{2RT}{m}}$;

Правильна відповідь в) $\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$,

2. Показник політропи $n > 1$. Як змінюється тиск газу при збільшенні його об'єму?

Розв'язок

Для політропного процесу запишемо закон для параметрів тиску та об'єму – $PV^n = \text{const}$, звідки маємо рівність $P_1 V_1^n = P_2 V_2^n \Rightarrow P_2 = P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^n$, з цієї формули видно, що для політропного процесу при $n > 1$ при збільшенні об'єму, тиск буде зменшуватися.

3. Яку частину об'єму одного моля газу при нормальних умовах займає власний об'єм його молекул та яка середня відстань між ними? Діаметр молекул газу $d = 3 \cdot 10^{-10}$ м.

Розв'язок

Власний об'єм молекул одного моля газу дорівнює:

$$V = \frac{\pi d^3}{6} N_A = \frac{3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-10})^3}{6} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Об'єм одного моля газу при нормальних умовах, тобто при тиску 10^5 Па та температурі $T_0 = 273$ К визначимо з рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$V_0 = \frac{RT_0}{P_0} = \frac{8,31 \cdot 273}{10^5} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

звідки:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{8,1 \cdot 10^{-6}}{22,4 \cdot 10^{-3}} = 4 \cdot 10^{-4}.$$

Внаслідок малого значення відносного об'єму, при описі ідеального газу власним об'ємом молекул газу можна знехтувати.

Оцінимо величину середньої відстані між молекулами. Об'єм, що приходить на одну молекулу дорівнює:

$$V_1 = \frac{V_0}{N_A} = \frac{22,4 \cdot 10^{-3}}{6,02 \cdot 10^{23}} = 3,72 \cdot 10^{-26} \text{ м}^3.$$

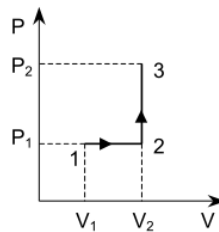
А середня відстань між молекулами дорівнює:

$$\langle L \rangle = \sqrt[3]{V_1} = \sqrt[3]{3,72 * 10^{-26}} = 3,3 * 10^{-9} m.$$

Тобто відстань між молекулами на порядок більша від їх розмірів.

4. Кисень, що займає об'єм $V_1=1\text{м}^3$ під тиском $P_1=2*10^5\text{Па}$, нагріли спочатку при постійному тиску до об'єму $V_2=3\text{м}^3$, а потім при постійному об'ємі до тиску $P_2=5*10^5\text{Па}$. Побудувати графік процесів в P-V координатах. Визначити : 1) зміну внутрішньої енергії; 2) виконану роботу; Кількість теплоти, що передана газу. Молярна маса кисню $\mu = 0,032$ кг/моль.

Графік процесу має наступний вигляд:



1) Знайдемо зміну внутрішньої енергії:

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_3 - T_1)$$

Число ступенів свободи для кисню (лестка двохатомна молекула) $i=5$. Температурі газу виразимо з рівняння Менделєєва-Клапейрона:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1 \mu}{m R}, \quad T_3 = \frac{P_2 V_2 \mu}{m R}$$

Звідки зміна внутрішньої енергії дорівнює:

$$\Delta U = \frac{5}{2} (P_2 V_2 - P_1 V_1) = \frac{5}{2} (5 * 10^5 * 3 - 2 * 10^5 * 1) = 3,25 \text{ МДж.}$$

2) Знайдемо роботу, що виконана газом:

$$A = A_{1-2} + A_{2-3}.$$

Для процесу 1-2 робота виражається формулою:

$$A_{1-2} = P_1 (V_2 - V_1) = 2 * 10^5 (3 - 1) = 0,4 \text{ МДж.}$$

Для ізохорного процесу 2-3 робота дорівнює нулю. Таким чином:

$$A = A_{1-2} = 0,4 \text{ МДж.}$$

3) Кількість теплоти знайдемо по I закону термодинаміки:

$$Q = \Delta U + A = 3,65 \text{ МДж.}$$

5. Маємо ідеальний газ з показником адиабати γ . Його молярна теплоємність при деякому процесі змінюється по закону: $C^{\text{мол}} = \beta/T$, де β – константа. Знайти роботу, що виконана одним молем газу при його нагріванні від температури T_0 до $5T_0$.

Розв'язок

Запишемо перший початок термодинаміки для $\nu=1$ моль газу:

$$dA = C^{\text{мол}} dT - C_V^{\text{мол}} dT.$$

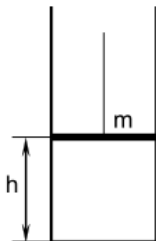
Де $C^{\text{мол}} = \beta/T$, $C_V^{\text{мол}} = R/(\gamma - 1)$.

$$dA = \frac{\beta dT}{T} - \frac{R dT}{\gamma - 1}$$

Для розрахунку роботи останній вираз потрібно про інтегрувати від температури T_0 до $5T_0$:

$$A = \beta \int_{T_0}^{5T_0} \frac{dT}{T} - \frac{R}{\gamma - 1} \int_{T_0}^{5T_0} dT = \beta \ln(5) - \frac{4RT_0}{\gamma - 1}.$$

6. В довгому вертикальному теплоізольованому відкритому циліндричному посуді на висоті h від дна до нитки висить поршень масою m , під яким знаходиться один моль одноатомного газу під тиском навколишнього простору та температурі T_0 (див. рис.). Яку кількість теплоти потрібно передати газу, щоб поршень піднявся на висоту $2h$? Тертям знехтувати.



Розв'язок

Для того, щоб поршень піднявся на висоту $2h$, газ спочатку потрібно нагріти до температури T_1 , підвівши до нього при постійному об'ємі деяку кількість теплоти Q_1 :

$$Q_1 = \Delta U_1 = \nu C_V^{\text{мол}} (T_1 - T_0).$$

Потім газу потрібно підвести кількість теплоти Q_2 при постійному тиску і нагріти його до температури T_2 :

$$Q_2 = \Delta U_2 + A_2 = \nu C_P^{\text{мол}} (T_2 - T_1).$$

де $C_V^{\text{мол}} = \frac{3}{2}R$, $C_P^{\text{мол}} = \frac{5}{2}R$ – молярні теплоємності одноатомного газу при постійному об'ємі та тиску, відповідно.

Відповідно, $Q = Q_1 + Q_2 = \nu C_V^{\text{мол}} (T_1 - T_0) + \nu C_P^{\text{мол}} (T_2 - T_1)$.

Запишемо рівняння Менделєєва-Клапейрона для трьох станів газу:

$$P_0 h S = \nu R T_0, \quad P h S = \nu R T_1, \quad 2 P h S = \nu R T_2.$$

де P_0 – атмосферний тиск, $P = P_0 + mg/S$ – тиск під поршнем при розширенні, S – поперечний розріз поршня. Зрівняння стану ідеального газу отримаємо вирази для температури газу:

$$T_1 = T_0 \left(1 + \frac{mg}{P_1 S} \right), \quad T_2 = 2T_0 \left(1 + \frac{mg}{P_1 S} \right),$$

Кількість теплоти, що віддана газу, з урахуванням значень температур:

$$Q = \frac{5}{3} R T_0 + 4 m g h.$$