

Рис. 1.3. Залежність періодів коливань фізичного маятника, який послідовно підвищували на дві різні опорні призми від розподілу мас вздовж стрижня маятника

$$g = 4\pi^2 L / T^2 = (9.78 \pm 0.02) \text{ м/с}^2.$$

6. Абсолютна похибка визначення прискорення вільного падіння обчислювалася у цьому випадку за формулою:

$$\Delta g = \Delta \pi \cdot \frac{8\pi}{T^2} L + \frac{4\pi^2 \Delta L}{T^2} + \Delta T \cdot \frac{8\pi^2 L}{T^3}.$$

7. Величина абсолютної похибки:

$$\Delta g = 0.02 \text{ м/с}^2.$$

Відповіді на контрольні запитання:

1. Прискоренням вільного падіння називають прискорення,

з яким рухається матеріальна точка у полі тяжіння Землі. Його спрямовано до центра Землі. Реальна величина (а не та, що обчислена теоретично, користуючись ідеалізованою моделлю) прискорення вільного падіння залежить від географічних координат місця, де відбувається експеримент, висоти на рівнем моря, густини геологічних порід, з яких складається ґрунт у даному місці Землі, величини та напрямку відцентрової сили.

2. Закон всесвітнього тяжіння, який був установлений Ньютоном, говорить, що всі механічні тіла притягуються одне до одного за допомогою гравітаційного поля. Сила протягування є прямо пропорційною добутку мас взаємодіючих об'єктів та зворотно пропорційною до відстані, на якій знаходяться взаємодіючі об'єкти:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{e}_{12} G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2},$$

де \vec{F}_{12} – це сила, що діє на механічний об'єкт з масою m_1 , з боку об'єкта m_2 ; \vec{e}_{12} – орт, що спрямовано від об'єкта з масою m_1 до об'єкта m_2 ; r_{12} – це відстань від об'єкта m_2 до об'єкта з масою m_1 ; $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 / (\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ – це гравітаційна стала. Сила гравітаційної взаємодії належить до типу центральних сил.
3. ...

II. Лабораторна робота № 4

Визначення моментів інерції твердого тіла за допомогою обертового маятника

...

Висновки:

1. Виконуючи лабораторну роботу, навчилися визначати моменти інерції твердих тіл методом...

2. Моменти інерції твердих тіл визначено непрямыми вимірюваннями Їх величина залежить від вибору нерухомої осі обертання. Для кубу вона дорівнює ..., абсолютна похибка

3. ...

Відповіді на контрольні запитання:

1. ...

§2. Лабораторні роботи з механіки

2.1. Лабораторна робота «Вивчення рівноприскореного руху та визначення величини прискорення вільного падіння на машині Атвуда»

Мета роботи: Вивчити характеристики рівноприскореного руху та визначити величину прискорення вільного падіння за допомогою машини Атвуда.

Обладнання: машина Атвуда, додаткові змінні тягарці.

Завдання 1. Вивчення експериментальної установки

Експериментальну установку (рис. 2.1) зібрано на платформі 1 з вертикальною колоною 2. Вона утворена з системи тягарців 3, з'єднаних між собою ниткою, перекинутою через блок 4. Маса кожного тягарця системи 3 є однаковою і дорівнює $M=60$ г, але правий тягарець з цих двох є робочим оскільки саме на нього кладуть додатковий тягарець для початкового виведення системи зі стану спокою. Блок 4 для зменшення сил тертя в опорі змонтовано в підшипнику 5, а електромагнітна фрикційна муфта 6 забезпечує початкову фіксацію тягарців та їх гальмування в кінці переміщення. Блок із фрикційною муфтою 6 закріплено на верхньому кінці колонки 2, а між блоком та основою 1 є три рухомі кронштейни, що позначено цифрами 7, 8, та 9 (див. рис. 2.1). Відстань між цими кронштейнами можна визначити за допомогою міліметрової шкали 10, яку нанесено на колонку 2. Верхній кронштейн 7 оснащено рисою, яка потрібна для коректного визначення довжини шляху, що проходить тягарець 3 (разом із додатковим тягарцем 11) в режимі рівноприскореного руху. Середній кронштейн 8 оснащено стопором для зняття додаткового тягарця 11, що потрібно для врівноваження сил, які після цього діють на систему. Саме це дасть можливість реалізувати режим рівномірного руху тягарців.

Для коректної роботи з приладом слід мати на увазі наступне.

1. При вимкненому струмі у приладі слід перевірити вільність переміщення системи тягарців і перемістити робочий (правий) тягарець у верхнє положення.
2. Увімкнути клавішу «Мережа», перевірити роботу індикаторів та лампочок фотоелектричних датчиків: індикатор електронного секундоміра має показувати «0» у всіх розрядах, а лампочки світитися. При увімкненому струмі має спрацювати електромагнітна муфта та зафіксувати положення тягарців.
3. Якщо на індикаторі відсутнє «0» у всіх розрядах, то необхідно натиснути клавішу «Скидання».
4. Змінити початкове положення системи тягарців можна наступним чином. Притримуючи рукою (балансуючий) лівий тягарець, натисніть клавішу «Пуск» і, перемістивши систему в потрібне положення, відтиснути клавішу «Пуск». Натискання клавіші «Пуск» знеструмлює електромагнітну муфту, вона вимикається і не утримує більше тягарець, надаючи таким чином можливість для руху системи тягарців.
5. Перед початком вимірювань обережно покладіть на робочий (правий) тягарець (його позначено на рис. 2.1 цифрою 3) додатковий тягарець 11 і перевірте установку початкового положення. Нижня поверхня робочого тягарця має співпадати з рисою на верхньому кронштейні 7.
6. Натиснути клавішу «Пуск» і після зупинки системи тягарців записати показання індикатора, вказуючи час рівномірного руху системи між фотоелектричними датчиками.
7. Для повернення системи тягарців у початкове положення необхідно натиснути клавішу «Скидання» та обережно опустивши униз (балансуючий) лівий тягарець, повернути систему в початкове положення. При співпадині нижнього зрізу робочого (правого) тягарця з рисою на верхньому кронштейні 7 відтиснути клавішу «Пуск», унаслідок чого нерухоме положення тягарців буде зафіксоване електромагнітною муфтою.
8. Для зміни розташування середнього 8 кронштейну слід викрутити фіксуєчий гвинт, розташований з його тильної сторони, пересунути кронштейн у потрібне положення і знову закрутити фіксуєчий гвинт.

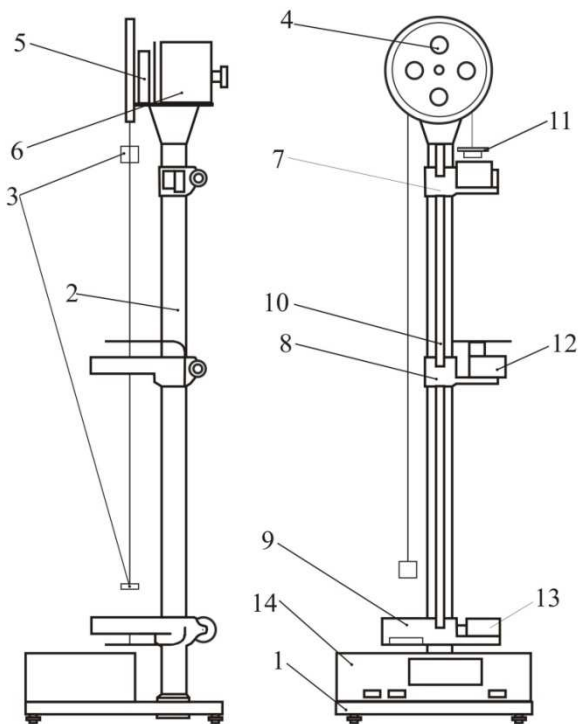


Рис. 2.1. Машина Атвуда

За відсутності додаткового тягарця 11 уся рухома система знаходиться в стані рівноваги: не рухається або рухається рівномірно. Несуттєва нерівномірність руху в цьому випадку може бути зумовлена тільки опором повітря, наявністю тертя в опорі, моментом інерції блоку та вагою нитки. Додатковий тягарець масою m , розміщений на робочому (правому) тягарці, виводить систему зі стану рівноваги, і при знеструмленій фрикційній муфті 6 система починає рухатися. Цей рух у першому наближенні є рівноприскореним.

Таким чином, у робочому стані приладу переміщення усієї системи тягарців на ділянці між верхнім 7 і середнім 8 кронштейнами буде рівноприскореним, а на ділянці між

середнім 8 та нижнім 9 кронштейнами – рівномірним. Секундомір приладу 14 фіксує час переміщення робочого (правого) тягарця між середнім та нижнім кронштейнами. При цьому його роботою (вмиканням та вимиканням) управляють фотодатчики, які позначено цифрами 12 та 13.

Позначимо довжину цієї ділянки рівномірного руху літерою S , тоді відстань між кронштейнами 7 та 8, де відбувається рівноприскорений рух, відповідно має довжину S_1 .

Завдання 2. Вивчення рівноприскореного руху

Знайдемо закон руху робочого тягарця 3 із додатковим тягарцем 11. Для цього будемо використовувати нерухому систему координат, центр якої співпадає з віссю блоку. Вісь OX спрямуємо вниз. Нехай маса робочого тягарця 3 дорівнює M , а маса додаткового тягарця – m .

На робочий (правий) тягарець із додатковим тягарцем (див. рис. 2.1) діють сили тяжіння $(M + m)g$ та сила натягу нитки T_1 . За другим законом Ньютона

$$(M + m)g - T_1 = (M + m)a, \quad (2.1)$$

де a – це прискорення робочого тягарця.

Застосуємо другий закон Ньютона до опису руху (балансуючого) лівого тягарця. Внаслідок нехтовно малого розтягування нитки прискорення лівого тягарця дорівнює прискоренню правого тягарця за абсолютним значенням та спрямоване в протилежний бік. Тому воно є від'ємним і дорівнює: $-a$. Натяг лівого кінця нитки позначимо як T_2 , тоді другий закон Ньютона для (балансуючого) лівого тягарця матиме вигляд:

$$Mg - T_2 = -Ma. \quad (2.2)$$

Якщо знехтувати моментом інерції блоку, що характеризує інертні властивості при обертальному русі, то натяги обох кінців нитки T_1 та T_2 дорівнюють один одному:

$$T_1 = T_2. \quad (2.3)$$

Розв'язуючи спільно рівняння (2.1) та (2.2) з урахуванням (2.3), здобуємо

$$a = mg / (2M + m). \quad (2.4)$$

Рух робочого тягарця на ділянці довжиною S_1 між кронштейнами 7 і 8 буде рівноприскореним. У момент досягнення цим тягарцем кронштейна 8 його швидкість

$$v = \sqrt{2aS_1} \quad (2.5)$$

(початкова швидкість робочого тягарця дорівнює нулю).

Після зняття кронштейном 8 додаткового тягарця 11 подальший рух робочого тягарця на ділянці довжиною S між середнім 8 та нижнім 9 кронштейнами є рівномірним і здійснюється зі швидкістю, що визначено за формулою (2.5). Час проходження цієї відстані з урахуванням рівнянь (2.4) та (2.5) обчислюється в наступний спосіб:

$$t = S / v = S \sqrt{(2M + m) / (2mgS_1)}. \quad (2.6)$$

Визначивши зазначений час t секундоміром, можна з виразу (2.6) розрахувати величину прискорення вільного падіння

$$g = (2M + m)S^2 / (2mS_1t^2). \quad (2.7)$$

3. Порядок виконання роботи

1. Встановити середній кронштейн на відстані $S_1=0,1$ м від верхнього кронштейна.
2. Покласти на робочий тягарець по черзі додаткові тягарці масою m_1, m_2, m_3 та виміряти для кожного випадку час t рівномірного руху системи на ділянці шляху довжиною S . Час t для кожного додаткового вантажу вимірювати десять разів.
3. Установити середній кронштейн по черзі на відстані $S_1=0,2$ м та $0,3$ м від верхнього кронштейна та знову виміряти час t

проходження механічною системою ділянки рівномірного руху між середніми та нижніми фотоелектронними датчиками для трьох додаткових тягарців.

4. Здобуті дані занести до таблиці.
5. За отриманими результатами розрахувати величини швидкостей рівномірного руху системи для різних значень m та S_1 ; знайти значення квадратів цих швидкостей.
6. Побудувати графіки залежності квадрата швидкості рівномірного руху системи від величини шляху S_1 для різних значень маси додаткових тягарців.
7. За графіками визначити значення прискорень a_1, a_2 , та a_3 , з якими рухалася система тягарців на ділянці S_1 , для різних мас m_1, m_2, m_3 додаткових тягарців (врахувати, що для рівноприскореного руху виконується співвідношення (2.5)).
8. Результати занести до таблиці.
9. Користуючись даними таблиці, розрахувати величину прискорення вільного падіння по формулі (2.7) для значень m_1, m_2, m_3 і величин $S_1=0,1$ м, $S_2=0,2$ м, $S_3=0,3$ м.
10. Розрахувати теоретично значення прискорення системи тягарців за формулою (2.4) і порівняти з отриманими даними. При розрахунку використовувати значення $g=9,8$ м/с². Пояснити розбіжність теоретичних та експериментально здобутих результатів.
11. Розрахувати відносну похибку визначення прискорення вільного падіння, скориставшись формулою (2.7). Вважати m та M точно відомими величинами. Абсолютні похибки вимірювання відстаней S та S_1 вважати рівними 1 мм, а середню похибку вимірювання часу розрахувати за даними таблиці.

Контрольні питання

1. Що таке переміщення та пройдений шлях матеріальної точки?
2. Дайте визначення швидкості та прискорення у випадку поступального руху матеріальної точки.
3. Що таке тангенціальне і нормальне прискорення? Яке прискорення вимірювалося в даній роботі?

4. Дайте визначення термінам маси та імпульсу матеріальної точки, якими користуються в класичній механіці.
5. Сформулюйте перший закон Ньютона.
6. Запишіть другий закон Ньютона у диференціальній формі.
7. Сформулюйте третій закон Ньютона.

2.2. Лабораторна робота «Дослідження закону збереження енергії та визначення моменту інерції механічного тіла відносно фіксованої осі обертання за допомогою маятника Максвелла»

Мета роботи: визначити експериментально момент інерції тіл обертання відносно певної осі обертання.

Обладнання: маятник Максвелла.

Завдання 1. Вивчення експериментальної установки

Експериментальну установку (рис. 2.2) зібрано на підставці 1. На колонці 2 прикріплено нерухомий верхній кронштейн 3 і рухомий нижній кронштейн 4. На верхньому кронштейні знаходяться електромагніт 5, фотоелектричний датчик 6 і коловорот 7 для закріплення і регулювання довжини біфілярної підвіски маятника. Нижній кронштейн 4 разом із фотоелектричним датчиком 8 можна переміщувати уздовж колонки 2 і фіксувати у довільно обраному положенні.

Маятник приладу 9 – це ролик, який закріплено на осі та підвішено на біфілярному підвісі. На ролик маятника накладаються змінні кільця 10, що змінюють у такий спосіб момент інерції даної механічної системи.

Маятник з насадженим кільцем утримується у верхньому положенні електромагнітом. Довжина маятника визначається за міліметровою шкалою, яку нанесено на колону приладу. Для полегшення вимірювання довжини маятника нижній кронштейн оснащено показником, який зафіксовано на висоті оптичної осі нижнього фотоелектричного датчика. Пульт керування приладом 11 оснащено електронним секундоміром, який встановлено на підставці експериментальної установки 1.

1.1. Робота з приладом

1. Під'єднати лабораторну установку до електричної мережі; натиснути клавішу «Мережа».

Перевірити роботу індикатора і лампочок фотоелектричних датчиків: індикатор електронного секундоміра повинний показувати «0» у всіх розрядах, а лампочки фотоелектричних датчиків – світитися.

2. Якщо на індикаторі відсутній «0» у всіх розрядах, то необхідно натиснути клавішу «Скидання».

3. Натиснути клавішу «Пуск». При цьому вмикається електромагніт 5.

4. Намотати на вісь маятника нитку підвіски і зафіксувати маятник у верхньому положенні за допомогою електромагніту. Зверніть увагу на те, щоб нитка в цьому положенні не була занадто сильно натягнутою.

5. Відтиснути клавішу «Пуск». При цьому вимикається електромагніт 5 і вмикається мілісекундомір.

6. Після проходження маятником нижнього фотодатчика мілісекундомір автоматично вимикається, фіксуючи час руху маятника між верхнім і нижнім кронштейнами.

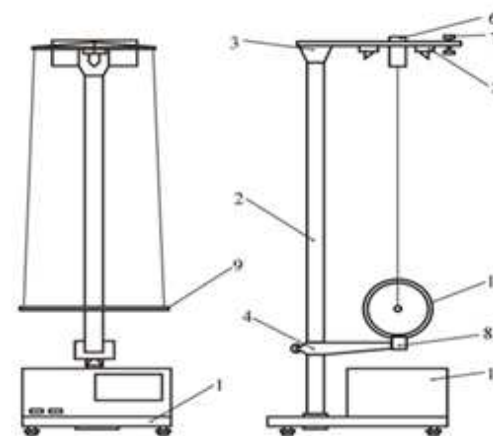


Рис. 2.2. Маятник Максвелла

Ремарка:

Після того, як електронний секундомір зупиняє відлік часу, зафіксувавши тривалість падіння маятника, система перейде в стан загасаючих коливань. Тобто маятник почне підніматися вгору, намотуючи нитку на вісь маятника, роль якої грає металевий стрижень. Піднявшись на певну висоту, яка є меншою за початкову, маятник знову почне падати. Впавши до низу, маятник почне підніматися. І так далі...

Енергію для підйому маятник бере з енергії деформації нитки. Тому цей періодичний рух досить швидко призводить до псування нитки, внаслідок чого вона рветься.

Отже, не дозволяйте маятнику коливатися; зупиняйте його після першого ж відскоку.

1.2. Параметри маятника

Максимальна довжина маятника – 0,42 м; кількість змінних кілець – 3 шт.; маси змінних кілець – m_1 , m_2 , m_3 зазначено безпосередньо на кільцях; маятник має наступні розміри: – радіус осі маятника $r=0,5$ см; – зовнішній радіус ролика $r_p=4,3$ см; – зовнішній радіус кілець $r_k=5,25$ см.

Завдання 2. Визначення моменту інерції маятника

Розглянемо фізичні особливості руху маятника Максвелла, який схематично зображено на рис. 2.3. На маятник, що знаходиться на підвісі, діють дві сили – сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила натягу нитки \vec{T} (рис. 2.3). Миттєвою віссю обертання маятника є лінія, що проходить крізь точку O_1 . Ця вісь є перпендикулярною площині рисунка (швидкості точок, розташованих на цій лінії, дорівнюють нулеві).

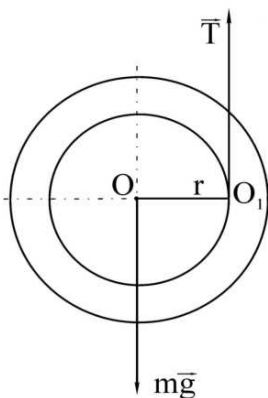


Рис. 2.3. Схематичне зображення осі з насадженням на неї роликом маятника Максвелла та сил, які діють на маятник

Запишемо основний закон динаміки обертального руху, або як його ще називають, рівняння моментів:

$$M = I \cdot d\omega / dt, \quad (2.8)$$

де M – момент сили тяжіння відносно осі обертання O_1 ; I – момент інерції маятника відносно цієї ж осі O_1 . Моментом інерції абсолютно твердого тіла відносно певної осі обертання називають наступну інтегральну величину:

$$I = \sum_{j=1}^{N \rightarrow \infty} m_j \cdot r_{\perp j}^2 = \int_0^{V_0} \rho r_{\perp}^2 dV(\vec{r}), \quad (2.9)$$

де m_j – це маса елементарної частинки абсолютно твердого тіла, $r_{\perp j}$ – це найкоротша відстань від заданої осі обертання до маси елементарної частинки m_j , об'ємна густина речовини абсолютно твердого тіла визначається як похідна від маси за об'ємом: $\rho = dm(\vec{r}) / dV(\vec{r})$, r_{\perp} – це найкоротша відстань від осі обертання до елементарної маси dm .

Момент сили тяжіння маятника визначається як векторний добуток $\vec{M} = [\vec{r}, m\vec{g}]$. Оскільки вектори, що перемножуються, є взаємно перпендикулярними, то модуль моменту сили тяжіння дорівнює:

$$M = mgr. \quad (2.10)$$

Вираз для кутової швидкості можна знайти з лінійної швидкості:

$$\omega = v/r, \quad (2.11)$$

де r – найкоротша відстань від центру мас (точки, до якої прикладено силу тяжіння) до миттєвої осі обертання маятника (поверхні стрижня, на яку намотано нитку підвісу); v – це швидкість руху центра мас.

Момент сили натягу нитки T відносно осі O_1 дорівнює нулю, бо у цьому випадку плече цієї сили дорівнює нулю,

оскільки точка прикладання цієї сили лежить на зазначеній осі. Похідна від кутової швидкості за часом дорівнює:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{a}{r}, \quad (2.12)$$

де a – прискорення, з яким рухається вниз центр мас системи. Якщо підставити рівняння (2.10)-(2.12) до рівняння (2.8), то можна одержати вираз для моменту інерції маятника:

$$I = mgr^2 / a. \quad (2.13)$$

Якщо маятник під дією певної сили пройшов відстань h за час t , маючи в початковий момент руху нульову швидкість, то зв'язок між відстанню та прискоренням має вигляд:

$$a = 2h / t^2. \quad (2.14)$$

Підставимо формулу (2.14) до формули (2.13):

$$I = mgr^2 t^2 / (2h). \quad (2.15)$$

Зв'язок між моментом інерції маятника I відносно миттєвої осі O_1 та моментом інерції I_O відносно осі O , що проходить крізь центр мас, визначається теоремою Гюйгенса–Штейнера:

$$I = I_O + mr^2. \quad (2.16)$$

Тоді з рівнянь (2.15) та (2.14) знаходимо момент інерції маятника відносно його осі симетрії:

$$I_O = mr^2 (gt^2 / 2h - 1). \quad (2.17)$$

3. Порядок виконання роботи

1. Виміряти час падіння маятника без додаткового кільця відповідно до п. 4–6 підрозділу «Робота з приладом». Вимірювання повторити десять разів, результати занести до таблиці.

2. Надіти на маятник одне з трьох кілець, що входять до комплекту приладу.

3. Виміряти час падіння маятника з закріпленим на ньому кільцем відповідно до п. 4–6 підрозділу «Робота з приладом». Вимірювання повторити п'ять разів, результати занести до таблиці.

4. Визначити середній час падіння маятника з надітим на нього кільцем.

5. Визначити висоту падіння маятника за шкалою на вертикальній колонці приладу.

6. Обчислити за формулою (2.17) момент інерції маятника відносно геометричної осі, враховуючи, що його маса є сумою мас: $m = m_o + m_p + m_k$, де m_o – маса осі маятника, на яку власне намотують в один шар нитку (зазначено на осі); m_p – маса ролика (зазначено на ролику); m_k – маса кільця (зазначено на кільці).

7. Повторити ці експерименти для інших двох кілець.

Завдання 4. Порівняння експериментального результату з даними теоретичного розрахунку

Розрахувати теоретично значення моментів інерції наступних тіл обертання:

1. Осі маятника, на який намотують нитку, що має радіус r :

$$I_{oc} = m_o r^2 / 2. \quad (2.18)$$

2. Ролика з зовнішнім радіусом r_p :

$$I_p = m_p (r_p^2 + r^2) / 2. \quad (2.19)$$

3. Кільця з зовнішнім радіусом r_k :

$$I_k = m_k (r_k^2 + r_p^2) / 2, \quad (2.20)$$

4. Визначити теоретичне значення моменту інерції системи, оснащеної кільцем:

$$I_t = I_{oc} + I_p + I_k. \quad (2.21)$$

5. Розрахувати відносну похибку вимірювання моменту інерції маятника, оснащеного кільцем за формулою:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta I}{I} = \frac{gt}{h} \frac{2h\Delta t + t\Delta h}{gt^2 - 2h} 100\%. \quad (2.22)$$

Для розрахунку прийняти $\Delta h = 1,0$ мм.

6. Порівняти результати експериментально визначеного моменту інерції I_0 з теоретично розрахованим I_t значенням і знайти похибку вимірювання за допомогою наступної формули:

$$\varepsilon_t = |I_0 - I_t| / I_t. \quad (2.23)$$

7. Порівняти результати розрахунків похибки за формулами (2.23) та (2.22).

Фізична величина	Значення	Значення
ε	за формулою (2.22)	за формулою (2.23)
Δt_{cp}	з експерименту	----
I_0 (для осі з роликом)	з експерименту	користуючись формулами (2.19) та (2.18)
I_{OC}	---	за формулою (2.18)
I_p	---	за формулою (2.19)
I_k (для усіх трьох кілець)	---	за формулою (2.20)
I_t (для усіх трьох кілець)	з експерименту	за формулою (2.21)

8. Заповнити таблицю даними, що здобуто експериментально та з розрахунків відповідно до формул (2.17)-(2.23):

Контрольні питання

1. Що таке вісь обертання твердого тіла?
2. Дайте визначення моменту інерції тіла відносно нерухомої осі обертання.
3. Сформулюйте теорему Гюйгенса-Штейнера.
4. Запишіть закон збереження енергії тіла, що одночасно рухається поступально та обертається.
5. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла.
6. Запишіть основне рівняння динаміки обертального руху абсолютно твердого тіла відносно закріпленої осі.
7. Як зміняться результати експерименту, якщо його провести спочатку на полюсі, а потім на екваторі?

2.3. Лабораторна робота «Визначення прискорення сили тяжіння за допомогою фізичного та математичного маятників»

Мета роботи:

1. Ознайомитися з основними характеристиками гармонічних механічних коливань у гравітаційному полі Землі.
2. Визначити прискорення сили тяжіння за допомогою фізичного та математичного маятників.

Обладнання: прилад для визначення прискорення сили тяжіння, що складається з колонки з верхньою перекладною, фізичного та математичного маятників, а також електронної системи вимірювання періоду коливань маятника.

Завдання 1. Ознайомлення з основними положеннями теорії лінійних механічних коливань

У загальному випадку лінійний коливальний рух – це періодичний рух, кожен наступний цикл якого є подібним до попереднього. При механічних коливаннях повторюються координати положення та швидкості певних механічних тіл, рух яких відповідає визначенню лінійних коливань. Ці періодичні

зміни можуть відбуватися під дією сил тяжіння, пружних, капілярних та інших сил, які можна назвати повертаючими, маючи на увазі, що вони прагнуть повернути досліджуваний механічний об'єкт, який відхилено від положення рівноваги, у вихідне рівноважне положення. Залежно від характеру впливу на коливальну систему розрізняють вільні коливання, що відбуваються під дією тільки повертаючої сили, і вимушені коливання, що відбуваються під спільною дією повертаючої сили та зовнішньої періодично змінної сили, яка виводить механічну систему зі стану рівноваги.

У багатьох випадках системи виконують коливальні рухи, при яких відхилення тіла від положення рівноваги відбувається за законом синуса чи косинуса. Такі коливання називаються гармонічними. Прикладом гармонічних коливань є коливання математичного та фізичного маятників, що відбуваються під дією сили тяжіння. Спостереження за коливаннями маятників використовуються для визначення прискорення сили тяжіння. Такі спостереження мають велике значення, наприклад, для вивчення геологічної структури земної кори у верхніх її частинах. Наявність під землею покладів руди, нафти, таке інше впливає на числове значення прискорення сили ваги.

У даній роботі вивчається метод вимірювання прискорення сили тяжіння за допомогою фізичного та математичного маятників.

Завдання 2. Вивчення експериментальної установки

Принцип роботи приладу, який використано у даній лабораторній роботі, засновано на фізичних законах, що визначають коливання математичного й фізичного маятників.

Загальний вигляд цього універсального маятника представлено на рис. 2.4. До підставки 1 прикріплено колонку 2, на якій змонтовано верхній кронштейн 3 і нижній 4 з фотоелектричним датчиком. З одного боку кронштейна 3 знаходиться математичний маятник 5, а з іншого боку – фізичний маятник 6, який обладнано призми підвісу 7.

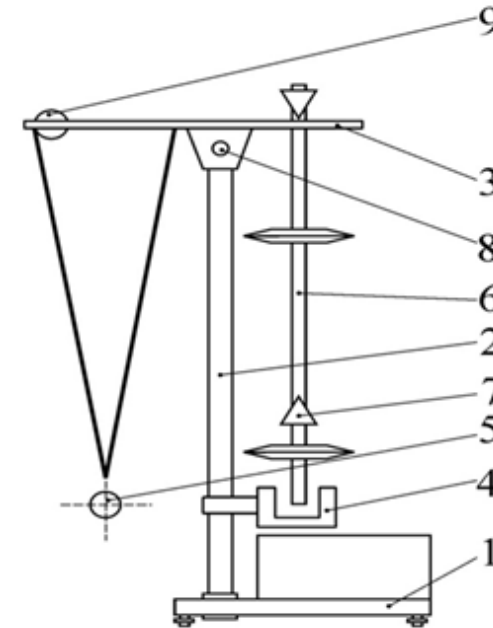


Рис. 2.4. Загальний вигляд універсального маятника, що складається з фізичного та математичних маятників

Нижній кронштейн 4 може вільно обертатися навколо колонки 2 та фіксуватися у потрібному положенні затискувачем гвинтом. Його можна переміщувати разом з фотоелектричним датчиком уздовж колонки 2 та фіксувати в межах колонки 2 на будь-якому рівні. Довжина математичного маятника, кулька якого має допоміжну риску, регулюється за допомогою шківів 9. Відстань від центра мас математичного маятника, положення якого позначено рисою, до верхнього кронштейна знаходиться по шкалі, яку нанесено на колонку 2.

Щоб увімкнути прилад, потрібно:

1. Ознайомитися з експериментальною установкою (див. рис. 2.4).
2. Під'єднати електричний з'єднувальний шнур до електричної мережі.

3. Увімкнути прилад натисканням клавіші «Мережа» і перевірити показання всіх індикаторів і запалювання лампочки фотоелектричного датчика. При відсутності нульових показань приладу очистити індикатори натисканням клавіші «Скидання».
4. Прилад готовий до роботи безпосередньо після подання напруги і не вимагає часу для прогрівання та стабілізації умов роботи.

Завдання 3. Визначення прискорення сили тяжіння за допомогою фізичного маятника

Прикладом фізичного маятника може служити будь-яке абсолютно тверде тіло (див. рис. 2.5), що коливається під дією сили тяжіння \vec{P} навколо горизонтальної осі O , яка не проходить крізь його центр мас C . При відхиленні маятника від положення рівноваги на невеликий кут β виникає обертаючий момент сили тяжіння, який дорівнює векторному добутку:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{P}, \quad (2.24)$$

де \vec{r} – радіус-вектор, який проведено з точки підвісу O до центра мас (до точки C), куди прикладено силу тяжіння.

У скалярному вигляді це рівняння можна переписати таким чином:

$$M = -mgL_0 \sin \beta, \quad (2.25)$$

де L_0 – відстань від вісі обертання до центра мас, присутність знака «мінус» обумовлена тим, що напрямок моменту сил \vec{M} є протилежним до напрямку відліку кута β , тобто момент сили спрямовано так, щоб він

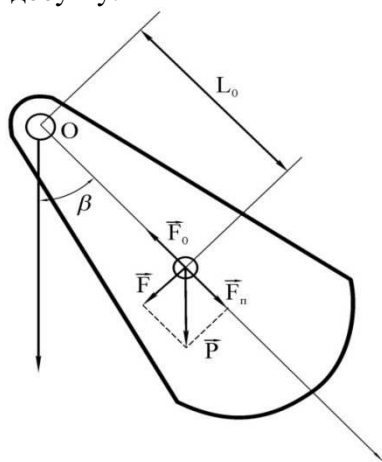


Рис. 2.5. Схематичне зображення фізичного маятника з позначенням сил, що діють на нього, кута повороту β та відстані між точками підвісу та центра мас

повертав систему до стану рівноваги, в якому $\beta=0$.

При малих кутах відхилення, коли $\beta \ll 1$, можна скористатися наближеною формулою $\sin \beta \approx \beta$, тут β обчислюється у радіанах. Тоді вираз (2.25) набуває вигляду:

$$M = -mgL_0 \beta. \quad (2.26)$$

Обчислений за правилами векторної алгебри вектор \vec{M} спрямовано перпендикулярно площині креслення від спостерігача (див. рис. 2.5). Для одержання часової залежності кута повороту β маятника скористаємося основним законом динаміки тіла, що обертається навколо нерухомої осі:

$$M = -mgL_0 \beta = I \cdot d^2 \beta / dt^2 \quad (2.27)$$

чи

$$d^2 \beta / dt^2 + mgL_0 \beta / I = 0, \quad (2.28)$$

де I – момент інерції маятника відносно осі O .

Коефіцієнт, що стоїть при β , дорівнює квадрату частоти цих коливань $\omega=2\pi T$. Отже, розв'язання цього рівняння дає період вільних коливань маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{I / (mgL_0)}. \quad (2.29)$$

З виразу (2.29) випливає, що для знаходження прискорення вільного падіння g за допомогою фізичного маятника необхідно вимірити період коливань T , масу маятника m , відстань L_0 та момент інерції I маятника відносно закріпленої осі обертання. Період T та маса m вимірюються з великою точністю; а точність визначення величин I та L_0 зазвичай є невеликою. Ця обставина не дає можливості скористатися формулою (2.29) для точного визначення величини прискорення вільного падіння.

Точне значення прискорення сили тяжіння можна знайти за допомогою оборотного фізичного маятника. Перевагою цього методу є можливість виключити величини I та L_0 з розрахункової формули для g . Оборотний фізичний маятник (рис. 2.6) складається зі сталевго стрижня E , на якому укріплені

опорні призми A та C . Період коливань маятника можна змінювати, у загальному випадку, переміщенням тягарців B та D . В даній роботі зручно переміщувати тягарець D .

Оборотність фізичного маятника означає, що у ньому (це стосується усіх фізичних маятників) можна знайти такі дві точки, що при послідовному закріпленні маятника в першій, а потім у другій точці його період коливань залишається незмінним. З рівності періодів коливання оборотного фізичного маятника відносно осей коливання, які зафіксовані його призмами A та C (див. рис. 2.6), маємо:

$$T_1 = T_2 = T = 2\pi\sqrt{I_1 / (mga_1)} = 2\pi\sqrt{I_2 / (mga_2)}, \quad (2.30)$$

де I_1 і I_2 – моменти інерції маятника відносно осей, які проходять через точки опори призм A та C відповідно; a_1 і a_2 – відстані від центра мас маятника до відповідних осей коливання.

На підставі теореми Гюйгенса–Штейнера можна записати два вирази для моментів інерції відносно осей, які проходять крізь точки, що знаходяться на різних відстанях від центра мас:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_O + ma_1^2, \\ I_2 &= I_O + ma_2^2, \end{aligned} \quad (2.31)$$

де I_O – момент інерції маятника відносно осі, що проходить крізь його центр маси (точка O на рис. 2.6).

Підставивши (2.31) до (2.30), а також виключивши I_O та m , одержуємо формулу для визначення величини прискорення вільного падіння

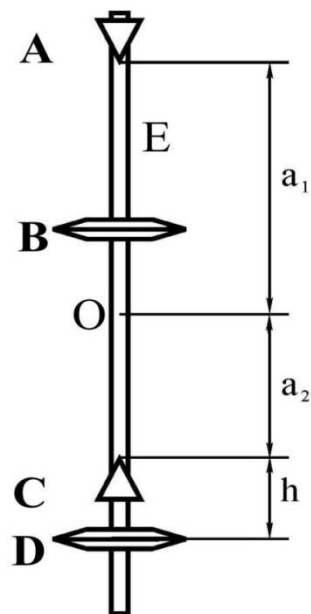


Рис. 2.6. Оборотно́ фізичний маятник

$$g = 4\pi^2 (a_1 + a_2) / T^2. \quad (2.32)$$

Величина $L = a_1 + a_2$ дорівнює відстані між призмами та називається зведеною довжиною фізичного маятника (з певним розташуванням тягарців B та D). Таким чином, для визначення прискорення сили тяжіння за допомогою фізичного маятника необхідно виміряти дві величини: період коливань T і зведену довжину L фізичного маятника, визначити яку можна, вимірюючи період коливань при перерозподілі положення тягарців маятника.

Завдання 4. Визначення величини прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника

1. Закріпити тягарці B та D так, щоб вони знаходилися на відстані 8–10 см від кінців стрижня. На стрижні нанесено риски, відстань між якими 1 см, тому треба виставляти тягарці відповідно до положень цих рисок.
2. Призму A закріпити на початку стрижня, а призму C – на відстані 35–40 см від призми A . За шкалою, що нанесена на стрижні, знайти відстань між призмами $a_1 + a_2$. Призми (як і тягарці) слід розташовувати так, щоб їхнє положення співпадало з положенням відповідної риски на стрижні, це спрощує визначення положення складових елементів фізичного маятника.
3. Закріпити маятник так, щоб у вкладиші верхнього кронштейна знаходилася призма A .
4. Нижній кронштейн перемістити в такий спосіб, щоб стрижень маятника перетинав оптичну вісь фотоелектричного датчика.
5. Тягарець D слід опустити у крайнє нижнє положення, при якому він ще не чіпляється за арматуру фотоелектричного датчика при коливанні відносно призми A .
6. Відхиливши маятник від положення рівноваги на кут $4 \div 5^\circ$, надайте йому можливість вільно коливатися.
7. Натиснути клавішу «Скидання».
8. Після підрахунку трьох повних коливань натиснути клавішу «Стоп». За даними вимірів кількості періодів n та повного часу

коливань маятника t знайти період: $T=t/n$.

9. Змінюючи значення відстані h з кроком $\Delta h=1$ см, шляхом пересування тягарця D вгору вздовж стрижня фізичного маятника, розрахувати величини періодів коливань маятника $T_{1j}(h_j)$, які відповідають цим різним значенням величини $h_j=h-j\Delta h$. При цьому слід користуватися вказівками п. 6–8. При цьому положення тягарця B залишається незмінним. Дані занести до таблиці.

10. Підвісити маятник за призму C та виконати вказівки пункту 4, маючи на увазі, що тепер крайнє положення тягарця D буде найвищим.

11. Визначити періоди коливань фізичного маятника для різних положень тягарця D на стрижні E в тих же межах і з тим же числом вимірювань, як це робилося у випадку дослідження коливань фізичного маятника відносно призми A . При цьому відстань h слід зменшувати з кроком $\Delta h=1$ см, поступово наближаючи тягарець D до призми A .

12. Вирахувати значення періодів коливань T_{2j} . Перевірити, чи співпадають (приблизно) інтервали зміни періодів коливань у цих двох випадках. Дані щодо залежності $T_{2j}(h_j)$ занести до таблиці.

13. За даними таблиці побудувати графіки залежностей періодів $T_{1j}(h_j)$ та $T_{2j}(h_j)$ від положення тягарця D на стрижні, дотримуючись вимог, які викладено в підрозділі 1.3.1. Точка перетину кривих визначить місце знаходження рухомого тягарця D , при якому значення періодів будуть однаковими ($T_1=T_2=T$).

14. Для цього положення тягарця D в відповідності з п. 5–8 знайти період коливань маятника відносно призми A та C . Отримані дані занести до таблиці.

15. Розрахувати за формулою (2.32) прискорення вільного падіння.

Завдання 5. Визначення прискорення сили тяжіння за допомогою математичного маятника

Досить гарним наближенням до ілюстрації коливань математичного маятника є рух невеликої досить важкої кульки масою m , що підвішена на невагомій нерозтяжній нитці, довжина якої набагато більша за розміри кулі (див. рис. 2.7). При відхиленні маятника на кут φ з положення рівноваги силу тяжіння можна розкласти на дві складові, які спрямовано перпендикулярно до нитки та уздовж неї відповідно. Поздовжня складова викликає натяг нитки маятника та врівноважується реакцією опору. Перпендикулярна складова прагне повернути маятник у положення рівноваги. Період малих коливань математичного маятника визначається формулою:

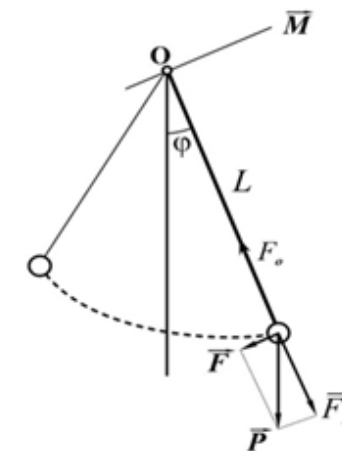


Рис. 2.7. Схематичний вигляд математичного маятника з позначенням сил, що діють на нього, його кута повороту та довжини

$$T = 2\pi\sqrt{L/g} . \quad (2.33)$$

Довжину математичного маятника L , тобто відстань від верхнього кронштейна до центра мас кульки, важко виміряти з великою точністю звичайним способом. Для зменшення похибки вимірювання французький вчений Бессель запропонував скористатися маятником змінної довжини. У цьому випадку періоди коливань T_1 та T_2 маятників визначаються двічі: при довжині L_1 (причому цю довжину вимірювати не потрібно) та при довжині $L_2=L_1+L_0$, де L_0 – це збільшення довжини нитки. Тоді періоди визначатимуться відповідними формулами:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{L_1/g}; \quad T_2 = 2\pi\sqrt{L_2/g}. \quad (2.34)$$

Якщо піднести в квадрат кожне з цих рівнянь і відняти перший результат від другого, то одержуємо:

$$T_2^2 - T_1^2 = 4\pi^2 L_0 / g. \quad (2.35)$$

Звідси просто знайти розрахункову формулу для прискорення вільного падіння:

$$g = 4\pi^2 L_0 / (T_2^2 - T_1^2). \quad (2.36)$$

Таким чином, щоб визначити прискорення сили тяжіння методом Бесселя, достатньо знати періоди коливань та різницю довжин математичних маятників.

Завдання 6. Порядок дослідження коливань математичного маятника

1. Установити нижній кронштейн разом із фотоелектричним датчиком на позначці 40 см по шкалі на колонці та зафіксувати кронштейн.
2. Розташувати над датчиком математичний маятник, повертаючи нижній кронштейн із фотодатчиком. Обертаючи шків, установити потрібну довжину математичного маятника. При цьому потрібно стежити, щоб риска на кульці збіглася з рисою на корпусі фотоелектричного датчика.
3. Відхилити кульку приблизно на $5 \div 10^\circ$ відносно вертикального рівноважного положення.
4. Натиснути клавішу «Скидання».
5. Після відліку 5 коливань натиснути клавішу «Стоп». Зняти показання з табло приладу і занести результати до таблиці.
6. Установити нову довжину маятника L_2 (приблизно $15 \div 25$ см) шляхом переміщення нижнього кронштейна і зміни довжини нитки маятника. Визначити положення нижнього кронштейна за шкалою на колонці.
7. Виміряти період T_2 відповідно до п. 3–6 і отримані дані занести до таблиці.

8. Обчислити за формулою (2.36) і даними таблиці величину прискорення сили тяжіння.

9. Обчислити похибку вимірювання прискорення сили тяжіння g , вважаючи абсолютну похибку вимірювання довжини 1,0 мм.

Контрольні питання

1. Що називають прискоренням сили тяжіння? Куди його спрямовано та від чого залежить його величина?
2. Запишіть закон всесвітнього тяжіння, куди направлено силу гравітаційної взаємодії двох механічних тіл, до якого типу відноситься ця сила?
3. Що таке вільне падіння тіл і вага тіла?
4. Дайте визначення фізичному та математичному маятникам.
5. Виведіть формули періоду коливань фізичного та математичного маятників.
6. Що таке зведена довжина фізичного маятника, якої довжини має бути математичний маятник з таким саме періодом гармонічних коливань?
7. Запишіть закон збереження моменту імпульсу, за яких умов він виконується?

2.4. Лабораторна робота «Визначення моментів інерції твердого тіла за допомогою обертового маятника»

Мета роботи: навчитися визначити моменти інерції твердих тіл довільної форми.

Обладнання: обертовий маятник, набір тіл різної форми та маси.

Завдання 1. Вивчення експериментальної установки

До опори 1 лабораторного приладу (див. рис. 2.8) прикріплено електронний секундомір 2 та колонку 3. На останній за допомогою притискаючих гвинтів закріплено кронштейни 4–6. Кронштейни 4 та 6 мають пристосування, що