МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ КОМП'ЮТЕРНОЇ ФІЗИКИ ТА ЕНЕРГЕТИКИ
Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

ПОЯСНЮВАЛЬНА ЗАПИСКА

до дипломної роботи
за освітньо-кваліфікаційним рівнем магістр

«Побудова двовимірної поверхні на розсіяних даних»

Виконав: студент 2 курсу, групи НФ-63
Лісін І.Д.
спеціальність:
105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма: Прикладна фізика
енергетичних систем
Керівник:
д.т.н., професор Максименко-Шейко К.В.
Рецензент:

Харків – 2019

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний університет імені В.Н.Каразіна

Навчально-науковий інститут комп'ютерної фізики та енергетики
Кафедра інформаційних технологій у фізико-енергетичних системах
Рівень вищої освіти (освітньо-кваліфікаційний рівень) магистр
Спеціальність 105 Прикладна фізика та наноматеріали

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____доц. Сухов Р.В.
підпис
"____" _____2019 року

З А В Д А Н Н Я
НА ДИПЛОМНУ РОБОТУ (ПРОЕКТ)

Лісін Ілля Денисович

1.Тема роботи "Побудова двовимірної поверхні на розсіяних даних "

керівник роботи: Максименко-Шейко Кирилл Володимирович, доктор технічних наук, професор.

затверджені наказом по університету від "06" листопада 2019 року №0210-05/2127

2. Строк подання студентом роботи 25.11.2019

3. Перелік питань, які потрібно розробити:

1) Огляд літератури та формулювання задачі про побудову двовимірної поверхні на розсіяних даних

2) Метод найменших квадратів

3) Метод Кло-Тошера із застосуванням радіальных базисних функцій (RBF-CT)

4) Кригінгова інтерполяція

5) Вивчення застосовності методів до різних наборів даних

4. План роботи

№ з/п	Назви етапів роботи
1	Вибір теми, узгодження, а також затвердження її на кафедрі
2	Робота над літературою та іншими джерелами
3	Затвердження теми на кафедрі
4	Написання вступу до роботи та першого розділу
5	Написання другого розділу
6	Написання третього розділу
7	Завершення написання дипломної роботи(висновки та література)
8	Подача науковому керівнику
9	Відгук, рецензія, підготовк до захисту
10	Попередній захист
11	Захист

5.Дата видачі завдання 25.09.2019

Студент _____ І.Д.Лісін

підпис

Керівник роботи _____ К.В.Максименко-Шейко

підпис

РЕФЕРАТ

Лісін І.Д. Побудова тривимірної поверхні на розсіяних даних.

Дипломна робота представлена на 46 сторінках; складається з вступу, 3 розділів та висновків; містить 10 рисунків, 2 таблиці, список використаної літератури з 35 найменувань.

Мета даної роботи – розробка і програмна реалізація системи комп'ютерного моделювання «SurfRecRBF», призначеної для розв'язку задачі реконструкції тривимірної поверхні з хмари точок за допомогою радіальних базисних функцій

Об'єкт дослідження – розсіяні хмари точок, які потребують обробки з подальшою реконструкцією поверхні з них.

Предмет дослідження – реконструкція поверхні з хмари розсіяних даних із використанням радіальних базисних функцій.

Розроблена система комп'ютерного моделювання «SurfRecRBF» призначена для розв'язку задачі реконструкції тривимірної поверхні за допомогою радіальних базисних функцій.

Розв'язок задачі реконструкції поверхні в системі реалізується на основі інтерполяції цільової функції з використанням радіальних базисних функцій в якості базисних.

У системі «SurfRecRBF» передбачено використання декількох видів радіальних базисних функцій. Розв'язок задачі реконструкції в «SurfRecRBF» візуалізується у вигляді поверхні, що представляє собою нульову ізоповерхню цільової функції. Завдяки використанню радіальних базисних функцій, «SurfRecRBF» значно спрощує та прискорює розв'язання задачі реконструкції тривимірної поверхні на розсіяних даних.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: РАДІАЛЬНІ БАЗИСНІ ФУНКЦІЇ, РЕКОНСТРУКЦІЯ ПОВЕРХОНЬ, ТРИВИМІРНА ВІЗУАЛІЗАЦІЯ, ІЗОПОВЕРХНІ.

РЕФЕРАТ

Лисин И.Д. Построение трехмерной поверхности на рассеянных данных.

Дипломная работа представлена на 46страницах; состоит из введения, 3 глав и выводов; содержит 10 рисунков, 2 таблицы, список использованной литературы из 35 наименований.

Цель данной работы - разработка и программная реализация системы компьютерного моделирования «SurfRecRBF», предназначенной для решения задачи реконструкции трехмерной поверхности из облака точек с помощью радиальных базисных функций

Объект исследования - рассеяные облака точек, требующих обработки с последующей реконструкцией поверхности из них.

Предмет исследования - реконструкция поверхности из облака рассеянных данных с использованием радиальных базисных функций.

Разработана система компьютерного моделирования «SurfRecRBF» предназначенная для решения задачи реконструкции трехмерной поверхности с помощью радиальных базисных функций.

Решение задачи реконструкции поверхности в системе реализуется на основе интерполяции целевой функции с использованием радиальных базисных функций в качестве базисных.

В системе «SurfRecRBF» предусмотрено использование нескольких видов радиальных базисных функций. Решение задачи реконструкции в «SurfRecRBF» визуализируется в виде поверхности, представляющей собой нулевую изоповерхность целевой функции. Благодаря использованию радиальных базисных функций, «SurfRecRBF» значительно упрощает и ускоряет решение задачи реконструкции трехмерной поверхности на рассеянных данных.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: РАДИАЛЬНЫЕ БАЗИСНЫЕ ФУНКЦИИ, РЕКОНСТРУКЦИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ТРЕХМЕРНАЯ ВИЗУАЛИЗАЦИЯ, ИЗОПОВЕРХНОСТИ.

ABSTRACT

Lisin I.D. Reconstruction of a three-dimensional surface from point cloud data set.

The diploma project is presented on 46 pages; consists of introduction, 3 chapters and conclusions; contains 10 figures, 2 tables, and a list of used literature of 35 items.

The purpose of this work is the development and software implementation of the computer simulation system "SurfRecRBF", designed to solve the problem of reconstructing a three-dimensional surface from a point cloud using radial basis functions

The object of study is the scattered point clouds that need processing with the subsequent reconstruction of the three-dimensional surface from them.

The subject of the study is the reconstruction of the surface from a cloud of scattered data using radial basis functions.

“SurfRecRBF” computer simulation system is designed to solve the problem of three-dimensional surface reconstruction using radial basis functions.

The solution of the problem of surface reconstruction in the system is realized on the basis of interpolation of the objective function using radial basis functions as the basis ones.

“SurfRecRBF” provides several types of radial basis functions. The solution of the reconstruction problem is visualized as a surface that represents the zero isosurface of the objective function. Using radial basis functions, “SurfRecRBF” greatly simplifies and accelerates the solution of the problem of 3D reconstruction on scattered data.

KEYWORDS: RADIAL BASIS FUNCTIONS, SURFACE RECONSTRUCTION, THREE-DIMENSIONAL VISUALIZATION, ISOSURFACE.

ЗМІСТ

ВСТУП.....8
1 АЛГОРИТМИ РЕКОНСТРУКЦІЇ ТРИВИМІРНОЇ ПОВЕРХНІ.....11
1.1 Алгоритм реконструкції поверхні на основі октодерева та оптимізованого локального згладжування (OOLSD).....11
1.2 Алгоритм реконструкції поверхні методом фазового поля.....14
1.3 Інші методи реконструкції поверхні з хмари точок.....17
2 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ.....27
2.1 Радіальні базисні функції.....27
2.2 Реконструкція поверхні із застосуванням радіальних базисних функцій 29
3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ. ..35
3.1 Програмна реалізація.....35
3.2 Експериментальні результати.....35
ВИСНОВКИ.....42
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....43

ВСТУП

Зі швидким розвитком комп'ютерних технологій, особливо швидким розвитком цифрових технологій вимірювань, технологія зворотного проектування широко застосовується в авіації, медицині, охороні культурної спадщини та інших сферах. Однією з найважливіших проблем зворотної інженерії є реконструкція тривимірної поверхні. Через обмежену щільність вибірки, часткова інформація про реальний об'єкт втрачається в дискретній хмарі точок, отриманій при лазерному скануванні, тому геометрію об'єкта неможливо повністю описати. З метою отримання геометричної форми об'єкта вимірювання необхідно описати безперервну поверхню за допомогою дискретного набору даних вибірки. Метою цієї роботи є побудова неявної поверхні з множини розсіяних хмарних точок і перетворення її у тривимірну сітку.

Збір хмари точок даних об’єкта дослідження є першим кроком зворотного проектування. Головним чином цей крок використовується для встановлення цифрової інформації, яка стосується геометричної поверхні об’єкта із застосування 3D сканування. Кожна точка містить тривимірні координати; деякі точки можуть містити інформацію про кольори або інтенсивність [1]. Використовуючи цю дискретну хмару даних є можливим отримання форми поверхні об’єкта дослідження за допомогою інтерполяційних методів. Чим більшою є щільність точок у хмарі даних, тим більш точною буде модель.

Реконструкція точних поверхонь із розсіяної хмари точок, отриманої з даних лазерного сканера або фотограмметричних вимірювань зображень є дуже складною проблемою, яка не є повністю вирішеною та проблемна у випадку неповних, шумних та розріджених даних. Засоби генерації полігональних моделей, які можуть задовольнити високі вимоги до візуалізації та моделювання, необхідні в різних додатках, таких як відеоігри, фільми, додатки віртуальної реальності, додатки електронної комерції та інші графічні

програми. Глобальна мета - завжди знаходити спосіб створити комп'ютерну модель об’єкта, яка найкраще відповідає дійсності. Полігони зазвичай є ідеальним засобом точного представлення результатів вимірювань та забезпечення оптимального опису поверхні. У той же час, генерація цифрових ландшафтних моделей має давню традицію та має ефективні алгоритми, проблема коректного моделювання закритих поверхонь або об'єктів вільної форми є відкритою.

Широкий спектр застосувань, з яких можуть надходити дані (наприклад, виробництво, зворотне проектування, культурна спадщина, архітектура) означає, що дані можуть мати досить різноманітні властивості, які необхідно враховувати при розв’язку проблеми поверхневої інтерполяції. Багато методів було розроблено [2] для створення регулярного та безперервного (трикутного) представлення сітки з точкової хмари. Тоді, враховуючи полігональну поверхню, можна використовувати різні прийоми пост-обробки (згладжування, текстурування) та візуалізації 3D-моделі [3].

Метою даної роботи є розробка і програмна реалізація системи комп’ютерного моделювання «CloudSurf3D» для реконструкції та візуалізації тривимірної поверхні з хмари розсіяних даних із використанням радіальних базисних функцій.

Завдання, які були вирішені для досягнення мети роботи:

- Створення технічного завдання;
- Проведення аналізу різних підходів для реконструкції тривимірної поверхні з хмари розсіяних даних;
- Вибір алгоритму реконструкції;
- Розробка архітектури програмного продукту;
- Розробка інтерфейсу програмного продукту;
- Розробка програмного продукту;
- Тестування програмного продукту.

Об’єктом даної роботи хмари розсіяних даних, у яких знаходиться інформація про геометричну форму об’єкта.

Предмет роботи – реконструкція та візуалізація тривимірної поверхні з хмари розсіяних даних із використанням радіальних базисних функцій.

Актуальність: В останні роки все частіше привертає увагу вчених використання радіальних базисних функцій для реконструкції тривимірних поверхонь з хмари розсіяних даних. Такого роду реконструкції необхідні у багатьох областях науки та техніки, таких як зворотне проектування, виробництво, архітектура і т.д. Використання радіальних функцій у якості базисних дозволяє значно скоротити об’єм оперативної пам’яті, що використовується під час інтерполяції, а також дозволяє спростити алгоритм реконструкції та зробити його більш ефективним. З цих причин, створення системи комп’ютерного моделювання для реконструкції та візуалізації поверхонь з хмари розсіяних точок є задачею актуальною та затребуваною.

1 АЛГОРИТМИ РЕКОНСТРУКЦІЇ ТРИВИМІРНОЇ ПОВЕРХНІ

Алгоритми реконструкції поверхні є дослідницькою проблемою в галузі комп'ютерної графіки, і вони мають широке застосування в галузях географічних інформаційних 3D систем (3D-GIS), комп'ютерного проектування (CAD) та виготовлення (CAM), зворотного проектування, віртуальної симуляції. Для досягнення мети реконструкції поверхні загальні алгоритм реконструкції можна розділити на чотири категорії: скульптурні алгоритми, алгоритми зростаючого регіону, неявні функціональні підходи, поєднання регіонально зростаючих та скульптурних.

Серед скульптурних алгоритмів типовими алгоритмами є алгоритми Бойссонната [4], інші алгоритми містять алгоритм α-форми [5] [6], алгоритм кори та алгоритм UmbrellaFilter.

Для регіонально зростаючих алгоритмів типовим алгоритмом є алгоритм BPA [7]. Інші алгоритми містять алгоритм Хуанга і Менка [8] та алгоритм Ван Цінга [9]. Лін [10] і Тан [11].

У неявних функціональних підходах типовим підходом є алгоритм Хоппе. Ян [12] та Чжоу [13] удосконалили цей алгоритм.

Поєднанням регіонально зростаючих та скульптурних алгоритмів займалися Куо [14], Чжу [15] та Лі [16]

Одним з завдань на дипломну роботу було вивчення цих алгоритмів та вибір одного з них для реалізації у системі «CloudSurf3D».

1.1 Алгоритм реконструкції поверхні на основі октодерева та оптимізованого локального згладжування (OOLSD)

Лінійне октодерево може заощадити місце для зберігання, і це є зручним для деяких операцій, але створює складності при запиті вузла, а ефективність запиту недостатньо висока. Оскільки алгоритм OOLSD [24] використовує

небагато запитів функції пошуку, лінійне октодерево є розумним вибором. Алгоритм OOLSD складається з трьох частин:

А) Побудова лінійного октодерева для хмари точок.

Принцип побудови лінійного октодерева: куб, який містить оригінальний набір точок розбивається на вісім рівних підкубів, якщо кількість точок у кожному підкубі менше, ніж зазначений поріг K, то ділення зупиняється; інакше – продовжується.

Б) Побудова трикутної сітки в підмережі.

Згідно з літературою [11], визначення трикутника, замкнутого до поверхні та властивості локальної площини показують, що двогранний кут між сусідніми трикутниками, замкнутими до поверхні, повинен бути тупим кутом.

Враховуючи принцип Делоне, згідно якому мінімальний кут трикутника тріангуляційної сітки має бути максимальним, ці правила застосовуються до забезпечення єдності трикутника через відносне відхилення довжини трьох ребер у трикутнику та відносне відхилення всього двогранного кута між трикутником, що підлягає розширенню, та його суміжними трикутниками. На поверхні будь-який край трикутника Делоне суміжний з двома трикутниками, тому порядок таких ребер дорівнює 2, а всі ребра, порядок яких 1, є граничними ребрами. Набір вершин, який складається з вершин граничного краю, називається граничними точками трикутної сітки. Таким чином, порядок ребер не може бути більшим за 2, а двогранні кути сусідніх трикутників тупі. Нехай L1, L2, L3 – це довжина трьох ребер нового трикутника, а L - середня довжина трьох ребер. Тоді, відносне відхилення ребер з порядком 1:

$$l' = \frac{|L_1 - L| + |L_2 - L| + |L_3 - L|}{L} \tag{1.1}$$

$$\alpha' = \frac{|\alpha_1 - \alpha| + |\alpha_2 - \alpha| + |\alpha_3 - \alpha|}{\alpha} \quad (1.2)$$

Підхід до побудови триангуляції Делоне в дочірньому вузлі є таким:

(1) Знайдіть початкову точку P і починайте будувати триангуляцію.

(2) Знайдіть точку Q, найближчу до P, у дочірньому вузлі.

(3) Нехай PQ є розширюваним краєм, знайдемо точку, яка робить *l'* мінімальною і створимо початковий трикутник T_0 як трикутник для розширювання.

(4) Під час пошуку першого трикутника, що примикає до T_0, обираємо трикутник, який має тупий двогранний кут і мінімізуємо *l'*.

(5) Продовжуємо розширювати трикутник, а критеріями вибору нової точки трикутника є: по-перше,

перевірити порядок ребра, що розширюється, чи менший він від 2. Якщо він є, то його можна продовжити; По-друге, двогранний кут між трикутником, що розширюється і новим трикутником є тупим; Нарешті, обираємо точку, яка мінімізує суму *l'* і α'. Коли ми створюємо новий трикутник, використовуємо стратегію пошуку в ширину.

B) З'єднання трикутної сітки між дочірніми вузлами

Кроки алгоритму злиття є наступними:

(1) У двох сітках, що підлягають злиттю, M_1 і M_2, якщо M_2 має лише одну точку, то знаходимо мостове ребро безпосередньо і створюємо новий трикутник з граничних точок, тому мостове ребро є ребром, що розширюється.

(2) У двох сітках, які слід об'єднати M_1 і M_2, якщо M_2 має лише одне ребро, знаходимо мостове ребро і робимо мостове ребро ребром, що розширюється, щоб знайти третю точку, що створює новий трикутник від граничних точок.

(3) Якщо дві сітки для злиття M_1 і M_2 є тріангуляційними сітками, по-перше, знаходимо мостове ребро і обчислюємо значення n_1n_2, де n_1 та n_2 – нормалі до

M_1 та M_2. Якщо значення більше 0, їх можна об'єднати, інакше - змінити всі нормалі M_2, а потім мостове ребро стає початковим ребром для пошуку третьої точки з граничних точок M_1 і M_2. У процесі злиття важливим кроком є оптимізація тріангуляції. Оскільки результат конструкції може бути не оптимальним, трикутники повинні бути оптимізовані.

(4) Підхід до оптимізації такий: мостове ребро - це ребро, яке слід розширити. Згідно з алгоритмом злиття, ми шукаємо третю точку з граничних точок M_1 та M_2 для побудови трикутника T_{new}, а потім знайти T_{new}', який примикає до T_{new}, а граничне ребро є їх спільним ребром.

Наступним кроком є обчислення локальної степені гладкості чотирикутника, складеного T_{new} і T_{new}', якщо двогранний кут після зміни діагоналі тупий, а значення локальної степені гладкості після зміни діагоналі більше, ніж раніше, тоді змінені трикутники є правильним результатом, інакше діагоналі не змінюються. Якщо двогранний кут після зміни діагоналі є гострим кутом, то діагоналі не змінюються.

• (5) У процесі розширення оптимізувати сітку поступово, виконувати кроки (3) та (4) круговим чином, і завершити злиття двох сіток. Таким же чином поступово зливати дочірні вузли

що належать до одного кореня, рекурсивно, щоб завершити злиття всієї сітки.

• (6) Знаходимо точку з максимальною аплікатою у всьому наборі точок, і обчислюємо скалярний добуток нормалі цієї точки і (0,0,1), якщо результат менше 0, то всі нормалі трикутників потрібно перенаправити.

1.2 Алгоритм реконструкції поверхні методом фазового поля

Метод фазового поля [25] є явним гібридним алгоритмом для реконструкції об’єму з точкової хмари. Як наслідок, він не потребує неявних розв'язувачів, таких як багатосіткові методи. Розрахунки цим алгоритмом є швидкими та ефективними, оскільки запропонований алгоритм використовує вузькосмугову область і хороший початковий стан.

Явний гібридний числовий метод для реконструкції об'єму з точкової хмари за допомогою фазового поля виглядає наступним чином: Для $X_l=(X_l,Y_l)$ у двовимірному просторі та $X_l=(X_l,Y_l,Z_l)$ у тривимірному просторі, $S=\{ X_l \mid 1\le l\le N\}$ визначає хмару точок у двовимірному та тривимірному просторі. Модель геометрично активного контуру на основі середньої зміни кривизни визначається наступним рівнянням еволюції:

$$\frac{\partial\phi(\mathbf{x},t)}{\partial t} = g(\mathbf{x})\left[-\frac{F'(\phi(\mathbf{x},t))}{\epsilon^2} + \Delta\phi(\mathbf{x},t) + \lambda\left|F(\phi(\mathbf{x},t))\right|\right], \quad (1.3)$$

де g(x) це функція-індикатор ребра, $F(\phi)=0.25(\phi^2-1)^2$, а ε - константа, що відноситься до ширини передачі фази.

Дискретизуємо (1.3) у двовимірному просторі Ω=(a,b)x(c,d). Нехай h=(b-a)/(N_x-1)=(d-c)(N_y-1) є однорідним кроком сітки, де N_x та N_y є кількістю вузлів по координатам x та y. Нехай $\Omega_h=\{x=(x_i,y_i)$: $xi=a+(i-1)h$, $yj=c+(j-1)h$, $1\le i\le Nx$, $1\le j\le Ny\}$ є дискретною областю. $\phi^n ij$ – апроксимації $\phi(xi, yj, n\Delta t)$, де Δt це крок по часу. Нехай $d(\mathbf{x}) = \mathrm{dist}(\mathbf{x}, S) = \min_{1\le l\le N}|\mathbf{X}l - \mathbf{x}|$ - відстань до S, де $\mathbf{X}l = (Xl, Yl)$. Фактично, ми використовуємо функцію відстані як функцію індикації ребра, g(x). Фактично, для $l = 1,...,N$, ми визначаємо локальну область Ωl, яка включає точку $\mathbf{X}l$ та встановлюємо мінімальне значення між $\mathbf{X}l$ та точкою сітки. Наприклад, якщо Ωl є сіткою 3x3. Тоді вузькосмугова область визначається як:

$$\Omega_{\mathrm{nb}} = \bigcup_{l=1}^{N} \Omega_l. \quad (1.4)$$

Зовні вузькосмугової області ми встановлюємо велике значення до функції індикатора ребра (Рис. 1.1).

Розділяючи (1.3) на два рівняння з використанням методу роздільних операторів, отримуємо:

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x},t)}{\partial t} = g(\mathbf{x})\left[\Delta\phi(\mathbf{x},t) + \lambda F\left(\phi(\mathbf{x},t)\right)\right], \tag{1.5}$$

$$\frac{\partial \phi(\mathbf{x},t)}{\partial t} = -g(\mathbf{x})\frac{F'\left(\phi(\mathbf{x},t)\right)}{\epsilon^2} \tag{1.6}$$

$$= g(\mathbf{x})\frac{\phi(\mathbf{x},t) - \phi^3(\mathbf{x},t)}{\epsilon^2}.$$

Для доброї начальної конфігурації встановлюємо $\phi^0{}_{ij}$ =0 у вузько смуговій області, та $\phi^0{}_{ij}$ =-1 зовні.

Розв'язуючи (1.5) явним методом Ейлера, отримуємо:

$$\frac{\phi^*_{ij} - \phi^n_{ij}}{\Delta t} = g_{ij}\left[\Delta_d \phi^n_{ij} + \lambda F\left(\phi^n_{ij}\right)\right], \tag{1.7}$$

де $\phi^*{}_{ij}$ - середнє значення, визначене у точці (x_i,y_j). Начальні значення внутрі та зовні вузькосмугової області Ω_{nb} працюють як граничні умови Дирихлє при обчисленні дискретного оператора Лапласа Δ_d.

Розв'язуючи аналітично (1.6) методом розділення перемінних, отримуємо, що $\phi^{n+1}{}_{ij} = \psi(\Delta t)$ є розв'язком рівняння

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = g_{ij}\frac{\psi(t) - \psi^3(t)}{\epsilon^2} \tag{1.8}$$

з початковими умовами $\psi(0) = \phi^*{}_{ij}$.

Аналітичний розв'язок представляється у вигляді:

$$\phi^{n+1}_{ij} = \frac{\phi^*_{ij}}{\sqrt{e^{-2g_{ij}\Delta t/\epsilon^2} + \left(\phi^*_{ij}\right)^2\left(1 - e^{-2g_{ij}\Delta t/\epsilon^2}\right)}}. \tag{1.9}$$

Таким чином, (1.7) та (1.9) складають ефективний алгоритм для реконструкції об'єму з хмари точок. Треба помітити, що цей алгоритм є повністю явним. При використанні цього алгоритму не потрібно використання ітеративних методів для розв'язку керуючого рівняння.

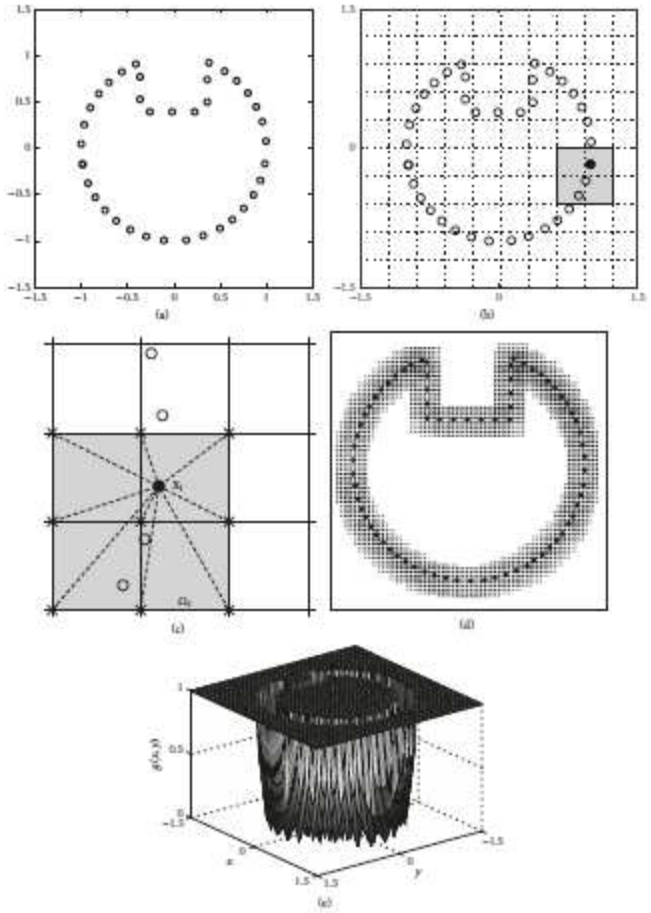


Рис. 1.1. Схема визначення функції відстані.

1.3 Інші методи реконструкції поверхні з хмари точок

Інші розповсюджені методи реконструкції поверхні з хмари точок можна розділити на декілька груп.

а) Міська реконструкція (Urban reconstruction).

б) Інтерполяційна реконструкція (Interpolatory reconstruction)

в) Динамічна реконструкція (Dynamic reconstruction)

г) Однопроходна реконструкція з зображень (Single-view reconstruction from images).

Реконструкція з пріоритетом гладкості поверхні [26] обмежує реконструйовану поверхня для задоволення певного рівня гладкості, забезпечуючи при цьому тісну відповідність даним. Можливо, найзагальнішою формою є локальна гладкість, гладкість лише в безпосередній близькості до даних. Виходом таких підходів є, як правило, поверхні зі згладженим шумом, і водночас зберігаючи граничні компоненти, де немає недостатньої вибірки (або просто немає вибірки). Завдяки їх загальності, ці методи можна застосовувати до багатьох форм і скануючих пристроїв, але при таких підходах є відсутніми додаткові умови, поводження із складними артефактами є суттєвим завданням.

На відміну від локальної, глобальна гладкість забезпечує гладкість вищого порядку, масштабну гладкість, або те й інше [27]. Гладкість вищого порядку відноситься до зміни диференціальних властивостей поверхні: площа, дотична площина, кривизна тощо. Масштабні тут стосується просторової шкали, де забезпечується гладкість – а не просто біля входу. Для цих методів прийнято орієнтуватися на реконструкцію окремих об'єктів, виготовлення обтічних поверхонь.

Кусково-гладкі підходи прагнуть зберегти різкі (тобто негладкі) особливості форми. Клас фігур, з якими добре працюють кусково-гладкі підходи, обмежується лише тими, які містять набір гострих ознак – тобто CAD-моделі, техногенні конструкції тощо.

Об'ємно-гладкісний підхід [28] враховує гладкість з повагою до змін форми об’єму. Ці методи показали себе досить ефективним, стикаючись з великою кількістю зниклих даних. Деякі примірники об’єму припускають реконструкцію індивідуального об’єкта з акцентом на топологічній точності, де передбачається, що якісне вибіркове сканування об'єкта неможливо, насамперед через самооклюзії та обмежену рухливість датчику розміщення. Це можна побачити на техногенних предметах з таких матеріалів, як проволока або металеві дроти, де форму можна описати як складне

розташування узагальнених циліндрів. Інші методи зосереджують увагу на витягуванні скелетної структури фігури із значною відсутністю даних. Це можна побачити в органічних формах, наприклад деревах, які, як правило, скануються за допомогою датчиків LiDAR в неконтрольованому зовнішньому середовищі, і в результаті часто гілки та листя можуть бути лише частково скановані.

Підхід геометричних примітивів [29] передбачає, що геометрія сцени може пояснюватися компактним набором простих геометричних форм, тобто площин, паралелепіпедів, сфер, циліндрів тощо. У випадках де ми переймаємось водонепроникною реконструкцією окремих об'єктів, виявлення примітивів можна згодом використовувати для примітивної екстраполяції для реконструкції, якщо ми стикаємося з великою кількістю відсутніх даних.

Форми САПР, природно, відповідають цьому виду припущення, оскільки вони зазвичай моделюються за допомогою більш простих геометричних фігур. Після сканування хмари точок можуть бути сильно неповними через складні самооклюзії. Крім того, певні САПР моделі - це механічні деталі, фізичні матеріали яких можуть бути несприятливими для сканування на багатьох пристроях (будь то ІЧ, TOF, і т. д.), отже, може виникнути структурований шум. підхід геометричних примітивів, таким чином, може бути корисним для надійного пошуку більш простих форм, що лежать в основі хмарно-забрудненої точкової хмари. Однак, будь-які дрібнозернисті деталі, ймовірно, будуть оброблені як шум якщо вони не можуть бути представлені як союз менших примітивів.

Кімнатні приміщення - ще один клас фігур, ідеальний для примітивів, тому що їх можна узагальнити як сукупність площин або паралелепіпедів. Типове застосування цього в реконструкції є план поверху будинку. Такі середовища можуть бути захоплені сканерами LiDAR, однак повне сканування може бути складним через масштабне висвітлення сцени. Звідси площі можуть бути корисними для заповнення неповних даних. Подібно до

форм CAD, однак, в результаті можуть бути втрачені тонкі геометричні деталі. Були розроблені методи для збереження деталей з одночасним виділенням примітивів.

Глобально-регулярний підхід [30] використовує той факт, що багато форм - CAD-моделі, рукотворні форми та архітектурні форми - володіють певним рівнем регулярності у своїх високорівневих композиціях. Регулярність форми може приймати багато виглядів, наприклад, як будівля, що складається з елементів фасаду, інтер'єри, що складаються з правильних форм, або механічна деталь, що складається з повторюваних орієнтаційних відносин між її частинами.

Наприклад, фасади часто можна описати з точки зору повторення елементу, наприклад, набір вікон, де деталі мають певну закономірність у своєму розташуванні, наприклад рівномірно розташована сітка вікон. Сканування фасаду, однак, часто стикається зі значним шумом і неповним вимірюванням, тому що типові пристрої придбання - тобто LiDAR або стереосистема з декількома кадрами - можуть робити вимірювання лише на далекої відстані та страждають від оклюзії частинами навколишнього середовища.

Отже, якщо така закономірність була виявлена у вхідних даних, алгоритм може бути використаний для моделювання решти фасаду для позначення і заповнення відсутніх деталей.

Підхід керований даними [31], використовує широкомасштабну доступність сканованих або змодельованих 3D-даних, головним чином у сценаріях, де хмара вхідних точок сильно неповна. У цих сценаріях ми в першу чергу орієнтовані на реконструкцію саме об'єктів або колекцій об'єктів, оскільки тривимірні бази даних мають тенденцію бути заповненими чітко визначеними семантичними класами об'єктів.

Наприклад, ми можемо мати справу з отриманням водонепроникної реконструкції індивідуального об'єкта лише з одно- або декілька глибинних

сканувань. База даних об’єктів може бути використаною для найкращого узгодження неповної хмари точок з повною моделлю, або композицією деталей з різних моделей. В інших випадках ми можемо бути стурбовані реконструкцією сцени та використовувати бази даних для доповнення виявлених предметів на сцені.

Підхід керований користувачем [32] інтегрує користувача в процес реконструкції поверхні, що дозволяє надавати інтуїтивно зрозумілий характер об’єктів і корисні підказки для реконструкції. Конкретна форма взаємодії багато в чому визначається типом форми що реконструюється та засобів сканування. При виконанні водонепроникної реконструкції окремих об'єктів, часто фокус знаходиться на відновленні топології через неповну вибірки з датчику. Тому певні підходи зосереджені на реконструкції довільних форм, а інші допускають взаємодію із скелетною моделлю форми, спираючись на об'ємну гладкість до наведення реконструкції. В реконструкції архітектурних будівель, аналогічно до випадку фасаду, розглянутому вище, сканування на відкритому повітрі може спричинити великі прогалини в даних. Отже, взаємодія з користувачем може допомогти у відкритті глобальної закономірності, а також у застосуванні виявленої регулярності до решти хмари точок.

Метод ковзних найменших квадратів (Moving least squares) [33] підходить до реконструкції шляхом наближення вхідних точок як просторово-змінюємого низькостепеневого многочлена. Якщо припустити, що пов'язане скалярне значення v_i поставлено у відповідність до кожного вхідного зразка p_i, потім реконструйований сигнал у точці x визначається як значення багатофакторного многочлена g_x при аргументі x таким чином, що найкраще наближає сусідство x у зваженому сенсі найменших квадратів:

$$g_{\mathbf{x}} = \underset{g}{\operatorname{argmin}} \sum_i \omega(\|\mathbf{x} - \mathbf{p}_i\|)(g(\mathbf{p}_i) - v_i)^2 ,$$

де w - плавно спадна вагова функції, що дає більший вплив на області поблизу точки оцінки. Ця функція зважування відіграє роль фільтра низьких частот. Це є важливим інгредієнтом MLS для боротьби з середніми рівнями шуму, дозволяючи функції ваги мати більший просторовий вплив. Ілюстрацію роботи різних варіацій методу MLS можна бачити на Рис.1.2

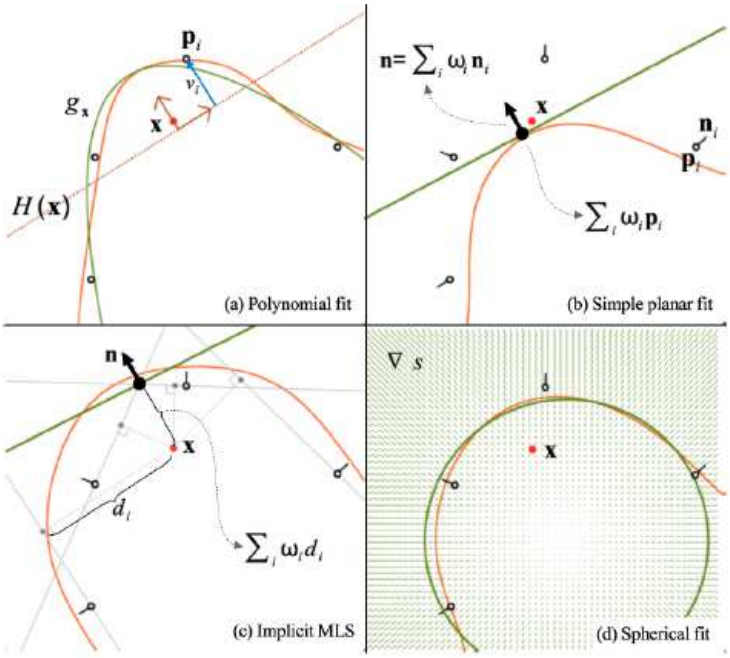


Рис. 1.2. Двовимірна ілюстрація принципу роботи MLS.

Ієрархічні методи. Для цього набору методів [34] задача реконструкції зводиться до задачі ієрархічного розподілу. У методі багаторівневого розділу єдності (Multipartitioning unity method), заснованому на октодереві, розділення будується зверху вниз: дається комірка, точки всередині і поблизу клітини наближаються або двовимірного квадратичним многочленом, або три квадратичною функцією, якщо множина орієнтацій, що охоплюються вхідними нормалями, є великою. Якщо залишкова помилка занадто велика, то комірка підрозділяється і загальна процедура повторюється. Це призводить до набору локально визначених відстаней полів F, які гладко змішуються для формування глобально визначеної неявної поверхні:

$$\Phi(\mathbf{x}) = \frac{\sum_k \Phi_k(\mathbf{x})\omega(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_k\|/h)}{\sum_k \omega(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_k\|/h)},$$

де c_k - центр комірки, а h - радіус опори, яка пропорційна діагональній довжині комірки. Це змішування потребує послідовності означених неявних примітивів і таким чином необхідні орієнтовані нормалі. Цей підхід нагадує середньозважене середнє значення неявних площин, досягнуте у методі IMLS з основною відмінністю у тому, що примітиви і вагові функції прикріплені до комірок замість окремихточок. Ще одна відмінність полягає в тому, що рівень гладкості і звідси, стійкість до шуму опосередковано регулюється точністю залишкової помилки. Відсутні дані можуть бути частково відновлені за допомогою дозволом проводити екстраполяцію та подальшим змішуванням просторово прилеглих областей. Однак така екстраполяція схильна до помилкових поверхневих листів.

Локально оптимальна проекція. На відміну від методів, представлених до цього часу, цей клас методик [35] не реконструює суцільно поверхню, а навпаки містить довільну множину точок Q на багатоваріантну медіану хмари точок входу P, забезпечуючи рівномірність Q розподілено (Рис. 3). Ці методи не вимагають ані нормальної інформації, ані локальної параметризації, і вони не передбачають найменших квадратних прилягань. Це робить їх особливо привабливими для обробки сирих точкових хмар, шуму, відсторонення і навіть перекосів. Медіана набору

балів визначається як мінімальний q із $\Sigma_i \|\mathbf{q} - \mathbf{p}_i\|$. Це визначення локалізується і розширюється на кілька цільових зразків Q приєднанням швидко спадаючої функції ваги до кожної точки вибірки та шляхом ітерації з фіксованою точкою:

$$Q^{t+1} = \underset{Q}{\operatorname{argmin}}\, E_{data}(Q^t, P) + E_{spread}(Q^t, Q),$$

де

$$E_{data} = \sum_j \sum_i \|\mathbf{p}_i - \mathbf{q}_j\| \omega(\|\mathbf{q}_j^t - \mathbf{p}_i\|)$$

$$E_{spread} = \sum_j \lambda_j \sum_k \omega(\|\mathbf{q}_j^t - \mathbf{q}_k^t\|) \eta(\|\mathbf{q}_j - \mathbf{q}_k^t\|))$$

Тут E_{data} притягує точки до місцевих медіан, тоді як E_{spread} дає рівномірний розподіл, відбиваючи також точки, які знаходяться близько одна до одної. Сили відштовхування визначаються функцією h, з типовими варіантами $h(r) = 1 = r^3$ і $h(r) = -r$. Коефіцієнт λ_j дозволяє враховувати вплив цих двох енергій та відносний вплив кожної частинки.

Об'ємна сегментація. Цей клас методів виконує реконструкцію за допомогою жорсткого маркування об'ємної дискретизації, де метою є позначення клітини як внутрішньої або зовнішньої відносно поверхні. Метод будує граф Лапласа з триангуляції Делоне, де кожен вузол являє собою тетраедр триангуляції і кожне ребро вимірює ймовірність проходження поверхні через сусідні тетраедри. Після цього вектор власних значень Лапласа з найменшим ненульовим власним значенням, гладко розділяє тетраедри на внутрішні та зовнішні, одночасно цей вектор шукає гладке маркування та розділення з низьким значенням ваги ребер. Такий підхід показав стійкість до шуму і артефактів без використання нормалей, завдяки стійкості спектрального розподілу. Оскільки цей метод створює явну об'ємну сегментацію, він також забезпечує водонепроникну поверхню. Однак, у регіонах, де відсутні дані, дискретизація від триангуляції Делоне може бути занадто грубою, даючи грубе наближення до поверхні.

Модифікація цього метода спочатку оцінює абсолютну функцію відстані $|\Phi(x)|$, з якої реконструюєма поверхня S отримується як мінімізатор наступної енергії:

$$\underset{S}{\operatorname{argmin}} \int_S |\chi(x)|\, dx + \lambda \int_S dS$$

Енергії такого типу можна мінімізувати за допомогою оптимального розрізу графів. Оптимальний розріз призводить до об'ємної сегментації, де

поверхня локалізована в окресності вузлів, де $|\Phi(x)| \approx 0$. Розв'язок є також гладким, тому що другий доданок цієї енергії забезпечує мінімальну площу поверхні. Обмеження на цю модифікацію алгоритма об'ємної сегментації - це те, що вузли джерела задаються спочатку за допомогою визначення невеликого шару на зовнішній і внутрішній частині за допомогою операції диляції на вокселях, які зайняті точками, де шар має відображати топологію форми для отримання графу топологічно правильної поверхні. Однак цей метод не використовує нормалі, оскільки потрібно обчислити лише абсолютну відстань. Це призводить до стійкості до неоднорідного відбору проб, шуму і перекосів. Крім того, регуляризація дозволяє методу справлятися з відсутніми даними: прогалини покриваються мінімальними поверхнями.

Метод кусково-гладких поверхонь відходить від потроєння гладких замкнутих поверхонь до кусково-гладких (можливо, з визначенням границі). Цей підхід є значно складнішим, тому що погана обумовленість проблеми стосується кожної деталі отриманої поверхні. Особливостями методів кусково-гладкої поверхні змінюються від граничних компонентів, різких складок, кутів, до більш конкретних властивостей, такі як кінчики, виточки та отсрі виступи. Крім того, отримана поверхня може бути або стратифікованою багатоманітністю, або загальна поверхня з неоднорідними ознаками.

Техніка генетичного алгоритму (GA) була введена Джоном Холланом у 1975 році, він розробив цю ідея у своїй книзі «Адаптація у природних та штучних системах». Генетичний алгоритм підходить для того, щоб бути інструментом у розв'язку задач пошуку та оптимізації. Як і інші методи м'яких обчислень, генетичний алгоритм заснований на принципі генетики, а також еволюції. Генетичний алгоритм містить кілька операцій при виконанні алгоритму. Першим крок є ініціалізація населення. Кожна популяція містить декілька організмів або посилань на хромосоми. Ці хромосоми будуть розділені на гени. Тоді ця популяція буде оцінюватись залежно від функції придатності. Значення функції придатності покажуть, наскільки добре розв'язок базується

на проблемі мінімізації або максимізації. Це виконується операцією відбору, кросовера та мутації. Для відбору дві хромосоми (батьки) вибиратимуться на основі значень придатності. Тоді як для кросовера та мутаційних операцій, вона ґрунтується на ймовірності, породженій алгоритмом. Якщо згенеровані ймовірності менше, ніж ймовірності за замовчуванням, обидві операції не будуть здійснюватися. Операції будуть здійснені, якщо сформовані ймовірності більше ніж ймовірності за замовчуванням Операції будуть продовжуватися ітераційно і будуть продовжуватися до тих пір, поки не будуть виконані критерії припинення чи конвергенції. Звідси нові потомства (діти) будуть вироблятися після операцій. Усі нові потомства будуть оцінюватися за допомогою функції придатності.

Останнім кроком стане заміна. Якщо нова генерація (діти) кращі у порівнянні із старою генерацією (батьками), що визначається значеннями функції придатності, вони замінюють стару генерацію і формують нову.

2 ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1 Радіальні базисні функції

Для розв'язку задач та зворотніх задач тривимірного моделювання, у тому числі задачі реконструкції поверхні з хмари точок, використання радіальних базисних функцій є досить звичайним та розповсюдженим. Тривимірне моделювання є дуже ресурсномісткою областю знань, і тому економія пам'яті та обчислювальних ресурсів, яку забезпечує використання радіальних базисних функцій є суттєвим фактором при обранні методу моделювання. Тригонометричні, поліноміальні та інші координатні функції є обчислювально затратними із-за їх залежності від форми та розмірів геометричної області зацікавленості. Натомість, радіальні базисні функції формулюються в термінах одновимірної відстані незалежно від кількості вимірів та мають перевагу над координатними базисними функціями, які формулюються в термінах координат.

Нехай задано множину точок $x_1, x_2, ..., x_n \in \Omega \subset R^n$. Радіальна базисна функція – це така функція, значення якої залежать тільки від відстані від точки відліку x до деякої іншої точки x_i.

Таким чином, абияка функція, яка задовольняє властивості

$$\varphi(x, x_i) = \varphi_i(x) = \varphi\left(\|x - x_i\|_2\right),\ i = 1, \ldots, n$$

називається радіальною базисною функцією, а її норма $\|\varphi(x, x_i)\|_2$ буде визначатися значенням відстані $r = \|x - x_i\|_2$. Нехай дано множину величин $y_1, y_2, ..., y_n \in R$, заданих на відповідному наборі точок $x_1, x_2, ..., x_n$ області R^n. В якості інтерполяційної функції можна обрати лінійну комбінацію радіальних базисних функцій [17]:

$$f(x) \approx \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \varphi(\|x - x_i\|_2),$$

де α_i - коефіцієнти, які необхідно визначити.

Після інтерполяції, отримуємо систему лінійних рівнянь:

$$y_i = f(x_i) = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j \varphi(\|x_i - x_j\|_2),\ i = 1, \ldots, n$$

Ця система може бути представлена у матричній формі

$$A\alpha = y,$$

де

$$A = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1) & \ldots & \varphi_n(x_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi_1(x_n) & \ldots & \varphi_n(x_n) \end{bmatrix} \in R^{n \times n},\ \alpha = \left[\alpha_1, \ldots, \alpha_n\right]^{\mathrm{T}},\ y = \left[y_1, \ldots, y_n\right]^{\mathrm{T}} \in R^n$$

Тоді шукані коефіцієнти визначаються:

$$\alpha = A^{-1} y$$

Найбільш поширені радіальні базисні функції наведені в Таблиці 2.1.

Таблиця 2.1

Перелік радіальних базисних функцій

Назва радіальної базисної функції	$\varphi(r)$
гауссіан	$e^{-(\varepsilon r)^2}$
мультиквадратична	$\sqrt{1+(\varepsilon r)^2}$
зворотна квадратична	$\frac{1}{1+(\varepsilon r)^2}$
Назва радіальної базисної функції	$\varphi(r)$
зворотна мультиквадратична	$\frac{1}{\sqrt{1+(\varepsilon r)^2}}$
полігармонічний сплайн	$r^2 \ln r$

де $r = \|x - x_i\|_2$, $x \in R^n$, ε – параметр форми, $\varepsilon \neq 0$.

На Рис. 2.1. представлено вид найбільш відомих радіальних базисних функцій.

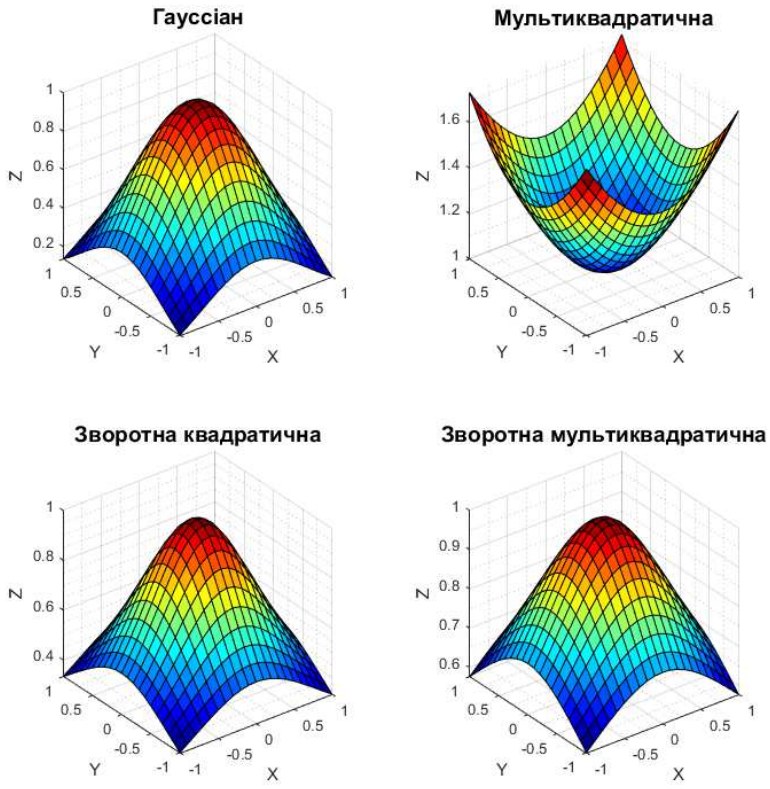


Рис. 2.1. Візуалізація найбільш відомих РБФ

Оборотною стороною застосування РБФ у розрахунках є проблема, пов’язана з тим, що системи рівнянь, які необхідно сформувати для отримання якісних точних результатів, є погано обумовленими і навпаки, якщо формувати добре обумовлені системи, точність розв’язків буде невисокою.

2.2 Реконструкція поверхні із застосуванням радіальних базисних функцій.

А) Алгоритм неявної реконструкції поверхні із хмари точок із застосуванням радіальних базисних функцій складається із декількох етапів.

Постанова задачі:

Дана хмара точок:

$$\mathcal{X} := \{(x_i, y_i, z_i) \in \mathbb{R}^3, i = 1, \ldots, N\}$$

яка отримана з невідомої поверхні Ψ. Метою є знайти іншу поверхню Ψ*, яка є реконструкцією поверхні Ψ . У неявному підході до реконструкції поверхні Ψ визначається як поверхня усіх точок $(x; y; z) \in R^3$, які задовольняють неявному рівнянню

$$f(x, y, z) = 0 \tag{2.1}$$

Для невідомої функції f. Ідея підходу у тому, щоб апроксимувати f, налягаючи інтерполяційні умови (2.1) на хмару точок X. Однак, використання цих інтерполяційних умов призводить к знаходженню лише тривіального розв'язку – функції, тотожно рівної нулю. Поверхнею цієї функції є простір R^3 цілком. Тому ключ до пошуку наближення функції f полягає у використанні додаткових значущих умов інтерполяції, наприклад відповідність поза поверхових точок (де $f \neq 0$). Це передбачає нетривіальний інтерполянт P_f, нульова поверхня якого містить значущу поверхню Ψ. Цей підхід призводить до методу реконструкції поверхні, який складається з трьох основних етапів:

1) генерація позаповерхневих точок;

2) ідентифікація інтерполянтної моделі на розширеному наборі даних;

3) обчислення інтерполяції нульової ізоповерхні.

2.2.1. *Генерація позаповерхневих точок*. Поширеною практикою, як запропоновано в [18], є використання набору поверхневих нормалей $n_i = (n_i^x; n_i^y; n_i^z)$ до поверхні Ψ у точках $x_i = (x_i; y_i; z_i)$. Якщо ці нормалі явно невідомі, існують техніки та засоби, які дозволяють їх розрахувати. Маючи орієнтовані нормалі до поверхні, (n_i та $-n_i$), генеруємо додаткові поза поверхневі точки, відступаючи невелику відстань δ вздовж нормалей. Таким чином, для кожної точки хмари даних $x_i = (x_i; y_i; z_i)$ ми отримуємо по дві додаткові точки поза поверхнею. Перша знаходиться «зовні» поверхні Ψ; її координатне представлення має вигляд:

$$(x_{N+i}, y_{N+i}, z_{N+i}) = \mathbf{x}_i + \delta \mathbf{n}_i = (x_i + \delta n_i^x, y_i + \delta n_i^y, z_i + \delta n_i^z);$$

інша знаходиться «всередині» поверхні Ψ, та представляється як:

$$(x_{2N+i}, y_{2N+i}, z_{2N+i}) = \mathbf{x}_i - \delta \mathbf{n}_i = (x_i - \delta n_i^x, y_i - \delta n_i^y, z_i - \delta n_i^z).$$

Об'єднання множин $\mathcal{X}_\delta^+ = \{\mathbf{x}_{N+1}, \ldots, \mathbf{x}_{2N}\}$, $\mathcal{X}_\delta^- = \{\mathbf{x}_{2N+1}, \ldots, \mathbf{x}_{3N}\}$ та X дає цілковиту множину точок, яким присвоюються інтерполяційні умови (Рис. 2.1).

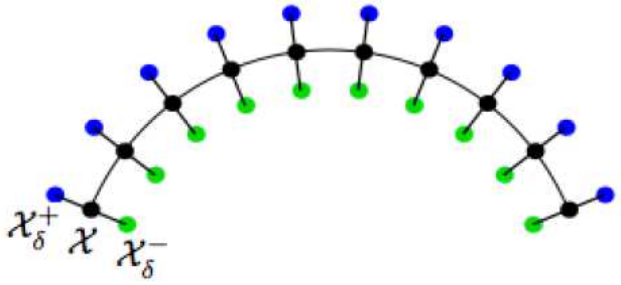


Рис. 2.1. Множина точок для присвоєння інтерполяційних умов.

Множина X_δ^+ визначає поверхню Ψ_δ^+, яка проходить через її точки. Аналогічно, X_δ^- визначає поверхню Ψ_δ^-. Ці дві поверхні можуть з'ясовуватися відповідно зовнішньою та внутрішньою до поверхні Ψ. Значення δ визначає мале значення шага, чий порядок може бути критичним для якісної реконструкції поверхні. Зокрема, якщо δ вибрати досить великим, це призведе до того, що допоміжні поверхні Ψ_δ^+ та Ψ_δ^- можуть перетинатися. У цій роботі значення параметра δ дорівнює 1% від розмірів паралелепіпеда, що описує хмару точок, як запропоновано у [19].

2.2.2. Ідентифікація інтерполянтної моделі на розширеному наборі даних. Цей крок складається з визначення функції P_f, чий нульовий контур інтерполює заданий набор точок хмари даних X та чия ізоповерхня $P_f = 1$ та $P_f = -1$ інтерполює X_δ^+ та X_δ^- відповідно. Таким чином,

$$\mathcal{P}_f(x_i) = \begin{cases} 0 & i = 1, \ldots, N \\ 1 & i = N+1, \ldots, 2N \\ -1 & i = 2N+1, \ldots, 3N \end{cases}$$

Значення ±1 для допоміжних даних присвоюються випадковим чином. Цей вибір не впливає на якість результату. Нас цікавить нульова ізоповерхня P_f.

2.2.3. Обчислення інтерполяції нульової ізоповерхні. Для обчислення нульової ізоповерхні P_f та її візуалізації використовується проста стратегій визначення значень P_f на досить дрібній сітці описаного навколо хмари точок паралелепіпеду. Цей підхід призводить до появи деяких небажаних артефактів, оскільки у паралелепіпеді є точки, які не належать Ψ*. Можливий шлях для подолання цих недоліків та візуалізації тільки Ψ* складається з визначення інтерполянту тільки у невеликому навколишньому обсязі реконструюємої поверхні. Ця множина визначається як $\Psi_{ext}^{\varepsilon} = \{x \in R^3 : d(x, \Psi) \leq \varepsilon\}$, де $d(x, \Psi) = inf_{y \in \Psi} \|y - x\|$. Для достатньо малого значення ε це зберігає

$$\Psi^* \approx \Psi_{ext}^{\varepsilon} \cap S_0,$$

Де S_0 – це нульова поверхня P_f.

Б) Інтерполяція радіальними базисними функціями.

При заданому наборі з N різних точок (x_j, y_j), j = 1..N, де $x_j \in R^s, y_j \in R$, задача інтерполяції розсіяних даних полягає в пошуку інтерполянтної функції P_f такої, що:

$$P_f(x_j) = y_j,\ j = 1..N. \tag{2.2}$$

У універсальній постановці зазвичай вибирають інтерполянт P_f у відповідних просторах функцій. Загальний підхід передбачає, що функція P_f є лінійною комбінацією певної базисної функції B_j, тобто

$$P_f(x) = \sum_{j=1}^{N} c_j B_j(x). \tag{2.3}$$

Однак у багатоваріантній настройці ($x_j \in R^s, s > 1$), проблема набагато складніша. Як зазначає теорема Майрхубера-Кертіса [20], для отримання добре поставленої багатоваріантної задачі інтерполяції розсіяних даних

неможливо заздалегідь зафіксувати базис $\{B_1, \dots, B_n\}$. Замість цього, базис має залежати від місця розташування даних.

Для того, щоб отримати простір апроксимації, залежний від даних, як запропоновано теоремою Майрхубера-Кертіса, інтерполяція RBF використовує радіальні функції:

$$B_j \equiv \Phi_j = \varphi\big(\|x - x_j\|\big).$$

Точки x_j, до яких прив'язані базисні функції φ, зазвичай називають центрами. Хоча можуть бути обставини які пропонують вибрати центри, відмінні від точок даних, як правило, вибирають центри таким чином, щоб вони збігатися з точками даних.

Проблема інтерполяції складається з двох підпроблем: знаходження інтерполянта P_f та оцінка його на заданому наборі точок. Коефіцієнти c_j в (2.3) отримують шляхом накладення умов інтерполяції (2.2).

$$\mathcal{P}_f(x_i) = \sum_{j=1}^{N} c_j \varphi(\|x_i - x_j\|) = y_i, \ i = 1, \dots, N.$$

Це призводить до системи лінійних рівнянь (2.4).

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \varphi(\|x_1 - x_1\|) & \varphi(\|x_1 - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|x_1 - x_N\|) \\ \varphi(\|x_2 - x_1\|) & \varphi(\|x_2 - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|x_2 - x_N\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(\|x_N - x_1\|) & \varphi(\|x_N - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|x_N - x_N\|) \end{bmatrix}}_{A} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix}}_{x} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}}_{b} \tag{2.4}$$

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P}_f(\xi_1) \\ \mathcal{P}_f(\xi_2) \\ \vdots \\ \mathcal{P}_f(\xi_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi(\|\xi_1 - x_1\|) & \varphi(\|\xi_1 - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|\xi_1 - x_N\|) \\ \varphi(\|\xi_2 - x_1\|) & \varphi(\|\xi_2 - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|\xi_2 - x_N\|) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(\|\xi_M - x_1\|) & \varphi(\|\xi_M - x_2\|) & \cdots & \varphi(\|\xi_M - x_N\|) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_N \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Із заданим набором M точок $\xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M\}$ оцінка інтерполянта P_f на ξ можна обчислити за допомогою матричного векторного добутку (2.5). Інтерполянтне визначення радіальних базисних функцій полягає у розв'язку

лінійної системи рівнянь $Ax = b$. Для того, щоб проблема була добре поставленою, матриця А повинна не бути сингулярною. На жаль, на даний час нікому не вдалося охарактеризувати клас всіх основних базисних функцій φ, які генерують несингулярну матрицю для довільної множини $X = \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ розкиданих точок даних. Ситуація однак набагато краща з позитивно визначеними матрицями. Важливою властивістю позитивно визначених матриць є те, що всі їх власні значення є позитивними, а отже, і позитивно визначені матриці є несингулярними. Популярні радіальні базисні функції, які призводять до позитивно визначених інтерполяційних матриць, узагальнено у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

РБФ, які призводять до позитивно визначених матриць

RBF	Φ	
Poisson radial function	$\frac{J_{s/2-1}(\|x-x_j\|)}{\|x-x_j\|^{s/2-1}}$	$s \geq 2$
Inverse Multiquadric	$(1+\|x-x_j\|^2)^{-\beta}$	$\beta > \frac{s}{2}$
Matèrn function	$\frac{K_\alpha(\|x-x_j\|)\|x-x_j\|^\alpha}{2^{\beta-1}\Gamma(\beta)}$	$\alpha = \beta - \frac{s}{2} > 0$
Whittaker function	$\int_0^{+\infty}(1-\|x-x_j\|)_+^{k-1}t^\alpha e^{-\beta t}dt$	$k = 2,3,\dots, \quad \alpha = 0,1,\dots$
Gaussian function	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{\frac{-\|x-x_j\|^2}{2\sigma^2}}$	$\sigma > 0$

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ.

3.1 Програмна реалізація

Розроблена система комп'ютерного моделювання «SurfRecRBF» призначена для розв'язку задачі реконструкції тривимірної поверхні за допомогою радіальних базисних функцій.

Розв'язок задачі реконструкції поверхні в системі реалізується на основі інтерполяції цільової функції з використанням радіальних базисних функцій в якості базисних.

У системі «SurfRecRBF» передбачено використання чотирьох видів радіальних базисних функцій, а саме:

- гаусіан
- мультіквадратична
- зворотна квадратична
- зворотна мультіквадратична

Розв'язок задачі реконструкції в «SurfRecRBF» візуалізується у вигляді поверхні, що представляє собою нульову ізоповерхню цільової функції.

Система «SurfRecRBF» реалізована на мові програмування MATLAB, після чого скомпільована у виконуваний файл.

3.2 Експериментальні результати

3.2.1. Умови експерименту. Представлені у цьому розділі результати були обчислені за допомогою системи, оснащеної Intel Core i7-940 ЦП (2,93 ГГц, 8 М кеш).

Були проведені випробування з метою дослідження впливу параметру якості реконструкції. Як показано в попередніх розділах, метод інтерполяції із застосуванням радіальних базисних функцій є високоефективним для малого

значення σ порівняно з розміром домену. Однак, крім ефективності, якість результату також сильно залежить від значення σ. Причина у тому, що точність інтерполяційної моделі сильно залежить від співвідношення між щільністю точок хмари та σ.

У [21] експерименти проводяться лише на однаково розташованих розподілах точок хмари даних. У цьому конкретному випадку вони використовували відстань h між точками як міру густини. Було виявлено, що найкращий вибір σ у плані продуктивності та точності - це той, який задовольняє відношенню h/σ ≈ 1.

Для широко розсіяних даних, як у випадку хмари точок для реконструкції поверхні існують більш відповідні міри щільності. Перша - так звана відстань розділення - визначається як

$$q_X = \frac{1}{2}\min_{i\neq j}\left\|x_i - x_j\right\|_2. \tag{3.1}$$

Як показано на Рис. 3.1, q_X геометрично представляє радіус найбільшої (гіпер) сфери, яку можна намалювати навколо кожної точки таким чином, що жодна (гіпер) сфера не перетинає інші, тому його також іноді називають радіусом упаковки [22]. Ще одна міра, що зазвичай використовується в теорії наближення, - це так звана відстань заповнення:

$$h_{X,\Omega} = \sup_{x\in\Omega}\min_{x_j\in X}\left\|x - x_j\right\|_2. \tag{3.2}$$

Відстань заповнення вказує, наскільки набір X заповнює область Ω. Геометрична інтерпретація відстані заповнення визначається радіусом найбільшої порожньої (гіпер) сфери, яку можна розмістити серед точок даних у Ω (Рис. 3.1), з цієї причини іноді також використовується як синонім термін «радіус охоплення» [23]. Звідси для розсіяних даних, використовуючи (3.1) та (3.2), евристичне співвідношення «оптимального» h/σ ≈ 1 передбачає такі вирази:

$$\sigma \approx 2q_X \tag{3.3}$$

$$\sigma \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2}. \tag{3.4}$$

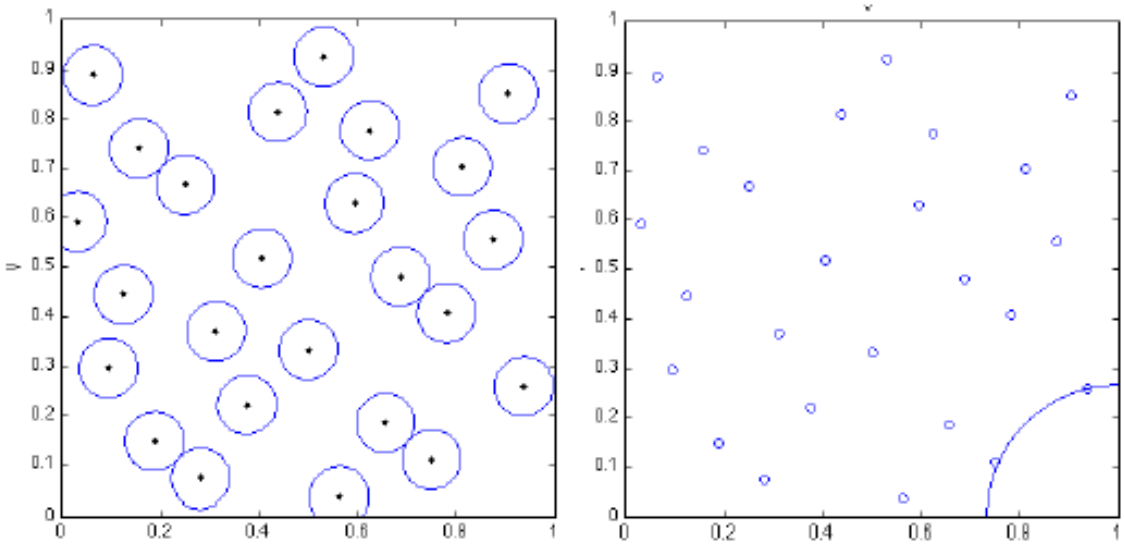


Рис. 3.1. Радіус упаковки та радіус охоплення хмари даних

3.2.2. Тест на синтетичному наборі даних. Спочатку було проведено експеримент на синтетичному наборі даних. В якості поверхні було обрано сферу, геометрія якої добре звісна, і на якій можна обчислити (3.1) і (3.2). Для того, щоб виконати послідовний тест з реальним набором даних, ми використовуємо хмару широко розсіяних точок (Рис. 3.2).

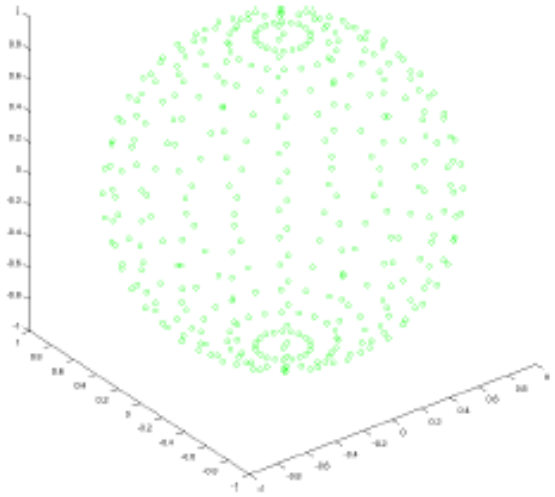


Рис. 3.2. Синтетична хмара точок (382 точки) для тесту.

Як показано на рис. 3.3 (зліва вгорі) занадто мале значення σ призводить до поверхні, яка фактично інтерполює задану хмару точок, але якість реконструкції в цілому незадовільна. Використання (3.3), як у [21], також недостатньо для розсіяних даних (Рис. 3.3, праворуч угорі). Зі збільшенням значення σ (Рис. 3.3, внизу ліворуч) якість реконструкції покращується до бажаної (Рис. 3.3, праворуч знизу) за допомогою (3.4). Цікаво зазначити, що для проміжних значень, хоча якість не є глобально задовільною, вона локально задовільна для районів, де точки знаходяться на відстані $d \approx \sigma$.

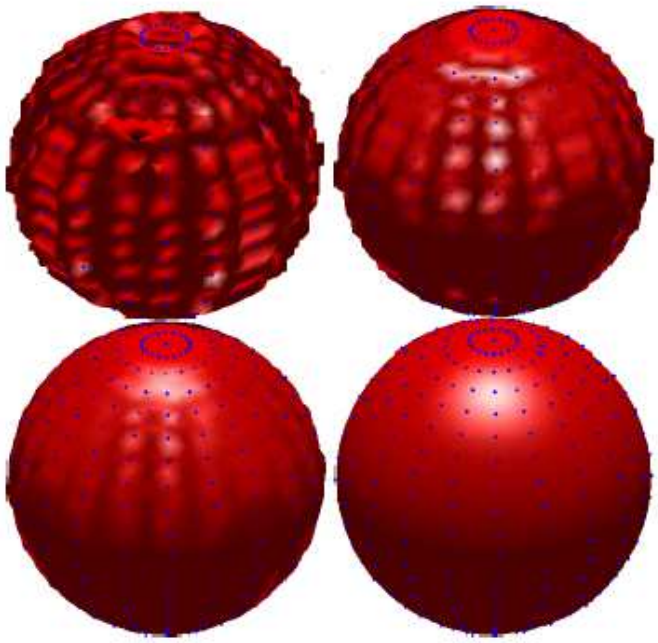


Рис. 3.3. Реконструйована сфера для різних значень σ. (зліва направо, зверху вниз $\sigma = 0{,}025;\ \sigma \approx 2q_X = 0{,}048;\ \sigma = 0{,}065;\ \sigma \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 0{,}157$.

3.2.3. Тести на неповних даних. Було перевірено чутливість алгоритму до браку інформації з використанням неповного набору даних. Спочатку було використано набір даних, складений з 50% випадково обраних точок попереднього набору даних. Як показано на Рис. 6, хмара точок змінюється, а внаслідок змінюється і «оптимальне» значення σ:

$$\sigma \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 0{,}328$$

Зауважимо, що попереднє значення $\sigma = 0{,}157$ призводить до реконструйованої поверхні, яка не є бажаною сферою (Рис.3.4, зліва). Натомість, використовуючи оптимальне значення $\sigma = 0{,}328$, яке відповідає фактичній відстані заповнення для нового набору даних, було успішно реконструйовано сферу ще раз (Рис. 3.4, справа).

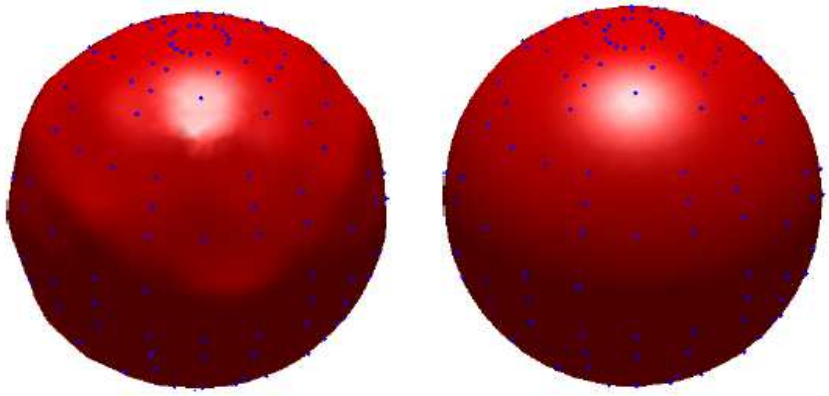


Рис. 3.4. Сфера, реконструйована з неповних даних

(зліва $\sigma = 0{,}157$; справа $\sigma \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 0{,}328$)

Для другого тестування було використано точки хмари, що знаходяться у верхній напівсфері:

$$\Omega^+ = \{(x; y; z) \in R^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}.$$

Використовуючи значення $\sigma = 0{,}157$, яке дорівнює $h_{X,\Omega^+}\sqrt{2}$, як показано на Рис. 3.5 (вгорі), було успішно реконструйовано поверхню Ω^+, з якої ми взяли набір даних. Натомість, якщо припустити, що хмара точок вийшла з усієї сфери Ω , значення відстані заповнення змінюється на $\sigma \approx h_{X,\Omega} = \sqrt{2}$. Використовуючи це значення, отримуємо оптимальне значення $h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 2$, що веде до реконструкції всієї сфери, як показано на Рис. 3.5 (внизу).

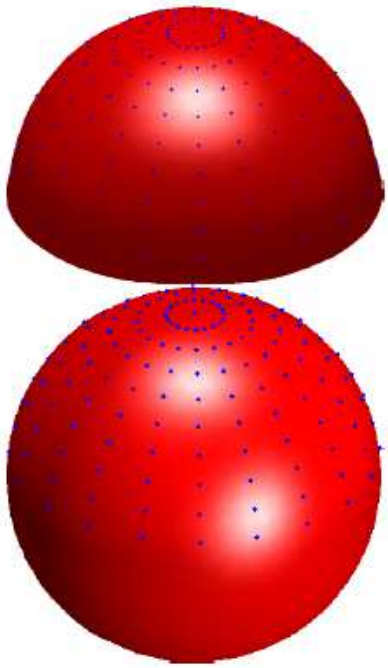


Рис. 3.5. Поверхні, реконструйовані з даних верхньої на півсфери (зверху $\sigma = h_{X,\Omega^+}\sqrt{2} = 0{,}157$; внизу $\sigma = h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 2$.

3.2.4. Тести на реальних даних. Нарешті було перевірено оптимальний вибір σ на реальних даних за допомогою моделі Стенфордського зайця. Набір даних, який було використано складається з N = 8171 точок, що призводить до розширеного набору точок N_{ext}=3N=24513 точок. Для того, щоб вибрати оптимальне значення σ необхідно обчислити значення відстані заповнення. На реальних наборах даних, де геометрія поверхні є невідомою або, принаймні, дійсно складною, це завдання – це справжній виклик. Нагадуючи, що відстань заповнення вимірює значення щільності даних у області хмари точок, вводимо нову міру, визначену як:

$$h_{max} = \max_j \min_{i \neq j} \left\| x_i - x_j \right\|_2.$$

Це являє собою найбільшу відстань серед обчислених між кожною точкою та її найближчою точкою. Для набору даних без декількох з'єднаних компонентів, відстань заповнення може бути наближена:

$$h_{max} \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2}. \tag{3.5}$$

Як і в синтетичному наборі даних, занадто мале значення σ призводить до низької якості реконструйованої поверхні (Рис.3.6 (вгорі зліва)), проміжне значення призводить до реконструкцій з локально хорошою якістю реконструкції для областей з високою щільністю точок (Рис.3.6, праворуч зверху) та за (3.5) вибір $\sigma = h_{X,\Omega}$ є оптимальним (Рис.3.6, внизу).

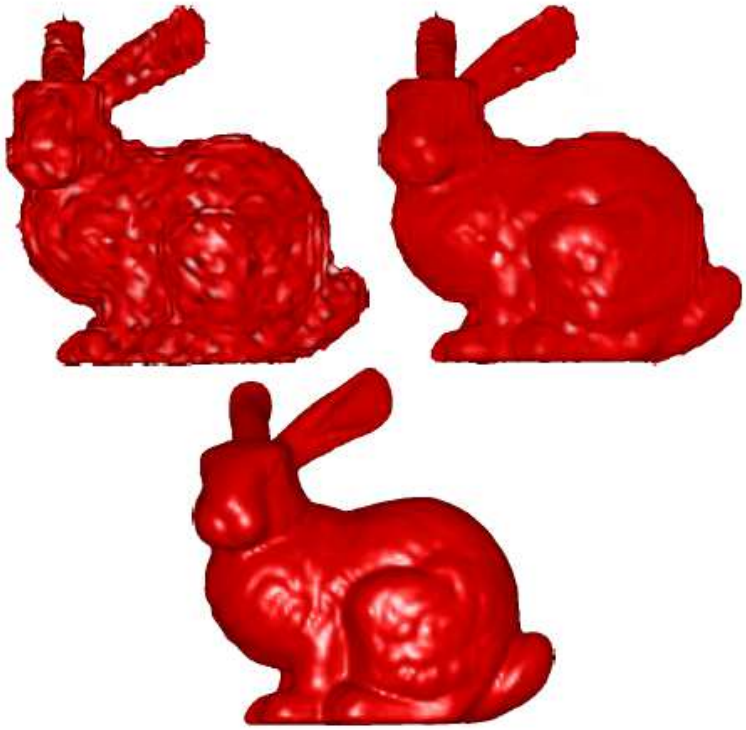


Рис. 3.6. Реконструйований заєць із різними значеннями σ
(зліва направо $\sigma = 0{,}0007, \sigma = 0{,}0012$ та $\sigma = h_{max} \approx h_{X,\Omega}\sqrt{2} = 0.0033$)

ВИСНОВКИ

Мета та задачі, поставлені в цій роботі, були виконані. А саме:

- Було створено технічне завдання;
- Було проведено аналіз різних підходів для реконструкції тривимірної поверхні з хмари розсіяних даних;
- Був обраний алгоритм реконструкції поверхні;
- Була розроблена архітектура програмного продукту;
- Був розроблений інтерфейс програмного продукту;
- Був розроблений програмний продукт;
- Програмний продукт був протестований.

Розроблена система комп'ютерного моделювання «SurfRecRBF» призначена для розв'язку задачі реконструкції тривимірної поверхні за допомогою радіальних базисних функцій.

Розв'язок задачі реконструкції поверхні в системі реалізується на основі інтерполяції цільової функції з використанням радіальних базисних функцій в якості базисних.

У системі «SurfRecRBF» передбачено використання чотирьох видів радіальних базисних функцій, а саме:

- гаусіан
- мультіквадратична
- зворотна квадратична
- зворотна мультіквадратична

Розв'язок задачі реконструкції в «SurfRecRBF» візуалізується у вигляді поверхні, що представляє собою нульову ізоповерхню цільової функції.

Завдяки використанню радіальних базисних функцій, «SurfRecRBF» значно спрощує та прискорює розв'язання задачі реконструкції тривимірної поверхні на розсіяних даних.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Vinesh Raja. Reverse Engineering: An Industrial Perspective, Springer-Verlag London Limited, 2008, p.1-5.

[2] Mencl, R., 2001: Reconstruction of Surfaces from Unorganized 3D Points Clouds. PhD Thesis, Dortmund University, Germany

[3] Patias, P., 2001b: Visualization Issues in Photogrammetry. Proc. of the 3 rd International Seminar on New Development in Digital Photogrammetry, Gifu, Japan, pp. 4-6

[4] Boissonnat J-D. Geometric structures of three-dimensional shape reconstruction.ACM Trans.Graphics,1984;3(4):266–86.

[5] Edelsbrunner H,Mucke E. 3D alpha shapes. ACM Transactions on Graphics, Vol.(13), No.(1),43–72

[6] Guo B, Menon J, Willette B. Surface reconstruction using alpha shapes. Comput Graphics Forum ,997;16(4):177-90.

[7] Bernardini F, Mittleman J, Rushmeier H,Silva C, Taubin G. The ballpivoting algorithm for surface reconstruction. IEEE Trans Visualization Comput Graphics 1999;5(4):349–59.

[8] Huang J,Menq CH.Combinatorial manifold mesh reconstruction and optimization from unorganized points with arbitrary topology. Comput-Aided Design,2002;(34):149–65.

[9] Qing Wang, Rong-qing Wang, Hujun Bao, et al. A fast progressive surface reconstruction algorithm for unorganized points[J].Journal of Software,2000,11(9):1221-1227.

[10] Hong-Wei Lin, Chiew-Lan Tai, Guo-jin Wang. A Mesh Reconstruction Algorithm Driven by Intrinsic Property of Point Cloud [J]. Computer-Aided Design, 2004, 36(1):1-9

[11] Jianrong Tan, Lixin Li. surface reconstruction algorithm based on properties of local smooth and the topology of scattered points [J].Journal of Software,2002, 13(11): 2121-2126.

[12] Jingqi Yan, Pengfei. Shi A new approach to 3D object surface reconstruction from unorganized points [J]. Chinese Journal of Computers,2001, 24(10):1051-1056.

[13] Rurong Zhou, Liyan Zhang, Xu Su, et al. massive the surface reconstruction algorithm of scattered points [J]. Journal of Software,2001,12 (2):249-255.

[14] Chuan-Chu Kuo,Hong-Tzong Yau. A Delaunay-based region-growing approach to surface reconstruction from unorganized point[J].Computer-Aided Design,2005,37:825-835.

[15] Qing Zhu, Fengchun Li, Yeting Zhang. An improved the region growing algorithm of three-dimensional point set [J].Wuhan University Journal,2006, 31(8): 667-670.

[16] Fengchun Li，Jun Gong，Qing Wang. Surface modeling approach based on the fine three-dimensional TIN [J]. Computer Applications，2006,8:159-161.

[17] Chen W., Fu Z.-J., Chen C.S. Recent Advances in Radial Basis Function Collocation Methods // SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology, Springer, New York, NY. – 2014. – 98 pp.

[18] Greg Turk, Huong Quynh Dinh, James F O'Brien, and Gary Yngve. Implicit surfaces that interpolate. In Shape Modeling and Applications, SMI 2001 International Conference on., pages 62–71. IEEE, 2001.

[19] H. Wendland. Scattered data approximation, volume 2. Cambridge University Press Cambridge, 2005.

[20] P.C. Curtis. n-parameter families and best approximation. Pacific Journal of Mathematics, 9(4):1013–1027, 1959.

[21] Rio Yokota, L.A. Barba, and Matthew G. Knepley. Petrbf a parallel o(n) algorithm for radial basis function interpolation with gaussians. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199(25):1793 –1804, 2010.

[22] S. M. Allen and J.W. Cahn, “A microscopic theory for antiphase boundary motion and its application to antiphase domain coarsening,” Acta Metallurgica et Materialia, vol. 27, no. 6, pp.1085–1095, 1979.

[23] Y. Li and J. Kim, “A fast and accurate numerical method for medical image segmentation,” Journal of the Korean Society for Industrial and Applied Mathematics, vol. 14, no. 4, pp. 201–210, 2010.

[24] R. K. Beatson, J. B. Cherrie, and D. L. Ragozin. Fast evaluation of radial basis functions: Methods for four-dimensional polyharmonic splines. SIAM J. Math. Anal., 32(6):1272–1310, 2001.

[25] R. K. Beatson andW. A. Light. Fast evaluation of radial basis functions: Methods for two-dimensional polyharmonic splines. IMA Journal of Numerical Analysis,
17:343–372, 1997.

[26] J. Flusser. An adaptive method for image registration. Pattern Recognition, 25(1):45–54, 1992.

[27] L. Greengard and V. Rokhlin. A fast algorithm for particle simulations. J. Comput. Phys, 73:325–348, 1987.

[28] V. V. Savchenko, A. A. Pasko, O. G. Okunev, and T. L. Kunii. Function representation of solids reconstructed from scattered surface points and contours. Computer Graphics Forum, 14(4):181–188, 1995.

[29] N. Dyn, D. Levin, and S. Rippa. Numerical procedures for surface fitting of scattered data by radial functions. SIAM J. Sci. Stat. Comput., 7(2):639–659, 1986.

[30] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stuetzle. Surface reconstuction from unorganized points. Computer Graphics (SIGGRAPH’92 roceedings), 26(2):71–78, July 1992.

[31] SILVA C. T., FREIRE J., CALLAHAN S. P.: Provenance for visualizations: Reproducibility and beyond. Comp. in Science & Engineering (2007).

[32] Edelsbrunner H,Mucke E. 3D alpha shapes. ACM Transactions on Graphics, Vol.(13), No.(1),43–72

[33] Fengchun Li，Jun Gong，Qing Wang. Surface modeling approach based on the fine three-dimensional TIN [J]. Computer Applications，2006,8:159-161.

[34] Yongyu Zhang. Jinsong Ma . The algorithm of the linear octree to establish spatial index and query in 3D GIS[J]. Computer Engineering and Science,2009(2);61-63.

[35] SCHNABEL R., DEGENER P., KLEIN R.: Completion and reconstruction with primitive shapes. Computer Graphics Forum (Proc. of Eurographics) (2009).