Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Директор

навчально-наукового інституту

комп`ютерної фізики та енергетики

_____ Ірина ГАРЯЧЕВСЬКА

"_29_" ___04___ 2023 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма	Прикладна фізика енергетичних систем Комп`ютерна фізика
вид дисципліни	Обов`язкова
ННІ	комп`ютерної фізики та енергетики

2023 - 2024 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження Вченою радою навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

"28" грудня 2023 року, протокол № 12-1/23

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ:

Леонов Олександр Сергійович, доцент кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Програму схвалено на засіданні кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

Протокол від "21" грудня 2023 року, протокол № 12-2/23

Завідувач кафедри інформаційних технологій в фізико-енергетичних системах

_____ Руслан СУХОВ
(підпис)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) Прикладна фізика енергетичних систем

Гарант освітньо-професійної програми (керівник проектної групи)

_____ Руслан СУХОВ
(підпис)

Програму погоджено з гарантом освітньо-професійної програми (керівником проектної групи) Комп'ютерна фізика

Гарант освітньо-професійної програми (керівник проектної групи)

_____ Світлана РОГОВА
(підпис)

Програму погоджено методичною комісією навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від "21" грудня 2023 року, протокол № 12/23

Голова методичної комісії навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

_____ Денис ПРОТЕКТОР
(підпис)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Інтегральне числення” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів

спеціальність:	105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма:	«Прикладна фізика енергетичних систем», «Комп’ютерна фізика».

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Мета викладання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни є ознайомлення та засвоєння теоретичних положень курсу та оволодіння основними методами інтегрального числення.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є закладання основ математичного апарату теорії інтегрального числення, та сформувати у студентів навички володіння цим апаратом; створення математичної бази для подальшого вивчення нормативних та спеціалізованих дисциплін.

1.3. Кількість кредитів 6

1.4. Загальна кількість годин 180

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
1-й	-й
Семестр	
2-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
64 год.	год.
Самостійна робота	
84 год.	год.

1.6. Заплановані результати навчання

Згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми студенти повинні досягти таких результатів навчання: В результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: основні поняття, теоретичні положення і методи інтегрального числення однієї змінної

вміти: застосовувати методи інтегрального числення для розв’язання різних математичних і фізичних задач, що включають комплексні числа, задачі теорії рядів, неозначеного, означеного та невласного інтегралу.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Неозначений інтеграл.

Тема 1. Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.

Взаємозв'язок диференціювання й інтегрування. Визначення первісної функції і неозначеного інтеграла від заданої функції. Основні властивості неозначеного інтеграла. Таблиця найпростіших інтегралів. Обчислення неозначених інтегралів методами введення нового аргументу та заміною змінної. Формула інтегрування частинами. Приклади.

Тема 2. Інтегрування раціональних функцій.

Інтегрування найпростіших дробів. Метод розкладання дробу на найпростіші. Метод Остроградського виділення раціональної частини інтеграла.

Тема 3. Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.

Дрібно-лінійні ірраціональності. Підстановки для інтегрування диференціального бінома: $x^m(a + bx^n)^p dx$. Підстановки Ейлера інтегрування квадратичних ірраціональностей вигляду $\sqrt{ax^2+bx+c}$. Обчислення інтегралів вигляду $\frac{P_n(x)}{\sqrt{ax^2+bx+c}}dx$ та $\frac{dx}{(x-\lambda)^n\sqrt{ax^2+bx+c}}$.

Тема 4. Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.

Універсальна тригонометрична підстановка. Інші тригонометричні підстановки для інтегрування $R(\sin x, \cos x)$. Гіперболічні підстановки інтегрування $R(\mathrm{sh}x, \mathrm{ch}x)$. Універсальна гіперболічна підстановка. Підстановка для $R(\exp(x))$.

Тема 5. Інтеграли, які не можна виразити через елементарні функції.

Інтеграли, що «не беруться». Еліптичні інтеграли. Інтегральна експонента, інтегральний логарифм. Інтеграл Гауса-Пуасона, інтегральна функція похибки. Інтегральні синус та косинус. Інтеграли Френеля.

Розділ 2. Означений інтеграл і його застосування.

Тема 6. Означений інтеграл, його визначення.

Ідея розв'язку задачі про знаходження орієнтованої площі криволінійної трапеції. Визначення означеного інтеграла мовою границі інтегральних сум. Визначення означеного інтеграла мовою $\varepsilon - \delta$. Приклад обчислення інтеграла за означенням, що ілюструє властивості розбиттів і розбиттів з виділеними точками. Необхідна умова інтегрованості функції. Суми й інтеграли Дарбу та їх властивості. Критерій Дарбу інтегрованості функцій за Ріманом. Достатні умови інтегрованості функції за Ріманом. Критерій Лебега інтегрованості функцій за Ріманом.

Тема 7. Властивості означеного інтеграла.

Основні властивості означеного інтеграла: нормування, лінійність, адитивність. Інтегрування нерівностей. Перша та друга теорема про середнє для означеного інтегралу, їх геометрична інтерпретація. Формула Ньютона-Лейбниця. Формули заміни змінної і введення нової змінної в означеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.

Формула Тейлора з залишковим членом в інтегральній формі.

Тема 8. Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.

Застосування означеного інтегралу для обчислення площ обмежених плоскими кривими. Застосування означеного інтегралу для обчислення довжин дуг кривих при різних способах завдання кривих. Застосування означеного інтегралу для обчислення роботи, статичних моментів і моментів інерції. Знаходження координат центрів ваги кривих, плоских областей і просторових тіл.

Розділ 3. Невласні інтеграли.

Тема 9. Означення та властивості невласного інтеграла.

Два випадки незастосовності ідеї означеного інтеграла. Визначення невласного інтеграла. Збіжність і розбіжність невласних інтегралів. Основні властивості невласного інтеграла: лінійність, адитивність, інтегрування нерівностей. Формула Ньютона-Лейбниця для невласних інтегралів. Формули заміни змінних і інтегрування по частинах для невласних інтегралів.

Тема 10. Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів.

Необхідна умова існування невласного інтеграла. Критерій Коші збіжності невласних інтегралів. Мажорантна ознака збіжності й асимптотична ознака одночасної збіжності-розбіжності невласних інтегралів. Абсолютна й умовна збіжність інтегралів від знакозмінних функцій, зв'язок між ними. Приклади абсолютно й умовно збіжних інтегралів. Ознака Діріхлє збіжності інтегралів від знакозмінних функцій.

Головне значення за Коші розбіжного інтеграла.

Тема 11. Гама та Бета функції.

Визначення Гамма функції. Формули зниження і доповнення для Гама-функції. Бета-функція, основні властивості і рекурентні співвідношення. Зв'язок із Гама-функцією.

Розділ 4. Ряди.

Тема 12. Числові ряди, ознаки їх збіжності.

Визначення ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Критерій Коші збіжності ряду. Необхідна умова збіжності. Мажорантна та асимптотична ознаки збіжності-розбіжності знакопостійних рядів. Ознаки Коші та Даламбера збіжності знакопостійних рядів. Ознака Гауса збіжності ряду. Абсолютна й умовна збіжність рядів, зв'язок між ними. Ознака Лейбниця умовної збіжності знакочергуючогося ряду. Ознака Діріхлє умовної збіжності знакозмінного ряду. Нескінчені добутки, визначення, їх зв’язок із рядами, властивості.

Тема 13. Функціональні та степеневі ряди.

Функціональні ряди, область збіжності функціонального ряду. Степеневі ряди, коло і радіус збіжності степеневого ряду. Формула Коші-Адамара для радіуса збіжності степеневого ряду. Області збіжності рядів Тейлора (Маклорена) для основних елементарних функцій. Поточкова та рівномірна збіжності функціональних рядів, їх зв’язок та властивості (інтегрування та диференціювання рівномірно збіжного ряду).

Тема 14. Ряди Фур’є.

Загальний вигляд ряда Фур’є для періодичних функцій на проміжку $[-\pi,\pi]$ та $[0,2\pi]$. Коефіцієнти ряду Фур’є. Приклади рядів Фур’є: функції 1, x, x^2. Вигляд ряду Фур’є для парної та непарної функції на проміжку. Ряд Фур’є для довільного проміжку $[-l,l]$ та $[0,l]$. Теорема Дирихле. Узагальнений ряд Фур’є для довільної ортонормованої системи функцій. Приклади ортонормованих систем функцій. Середнє квадратична похибка для ряду Фур’є. Нерівність Бєсселя та рівняння замкненості. Інтегральна формула Фур’є (інтеграл Фур’є). Пряме та обернене перетворення Фур’є. Їх властивості.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви розділів і тем	Кількість годин			
	денна форма			
	усього	Лекції (год.)	Практ.занят. (год.)	Самостійна робота (год.)
1	2	3	4	5
Розділ 1. Неозначений інтеграл.				
Тема 1. Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.	22	4	8	10
Тема 2. Інтегрування раціональних функцій.	20	4	6	10
Тема 3. Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.	13	3	4	6
Тема 4. Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.	14	2	4	8
Тема 5. Інтеграли, які не можна виразити через елементарні функції.	5	1	1	3
Разом за розділом 1	74	14	23	37
Розділ 2. Означений інтеграл і його застосування.				
Тема 6. Означений інтеграл, його визначення.	8	1	2	5
Тема 7. Властивості означеного інтеграла.	14	2	6	6
Тема 8. Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.	26	2	12	12
Разом за розділом 2	48	5	20	23
Розділ 3. Невласні інтеграли.				
Тема 9. Означення та властивості невласного інтеграла.	5	1	2	2
Тема 10. Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів.	10	1	4	5
Тема 11. Гама та Бета функції.	6	1	2	3
Разом за розділом 3	21	3	8	10
Розділ 4. Ряди.				
Тема 12. Числові ряди, ознаки їх збіжності.	18	4	8	6
Тема 13. Функціональні та степеневі ряди.	7	2	2	3
Тема 14. Ряди Фур'є.	12	4	3	5
Разом за розділом 5	37	10	13	14
Усього годин	**180**	**32**	**64**	**84**

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Первісна та неозначений інтеграл. Найпростіші методи інтегрування.	8
2	Інтегрування раціональних функцій.	6
3	Різні підстановки для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.	4

4	Інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.		4
5	Інтеграли, які не можна виразити через елементарні функції.		1
6	Означений інтеграл, його визначення.		2
7	Властивості означеного інтеграла.		6
8	Геометричні та фізичні застосування означеного інтеграла.		12
9	Означення та властивості невласного інтеграла.		2
10	Ознаки збіжності або розбіжності невласних інтегралів.		4
11	Гама та Бета функції.		2
12	Числові ряди, ознаки їх збіжності.		8
13	Функціональні та степеневі ряди.		2
14	Ряди Фур'є.		3
	Разом	14	64

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми		Кількість годин
1	Оволодіти найпростішими методами інтегрування.		10
2	Навчитися інтегруванню раціональних функцій.		10
3	Навчитися використанню різних підстановок для обчислення неозначених інтегралів з ірраціональністю.		6
4	Навчитися інтегрування раціональної залежності від тригонометричних та показових функцій.		8
5	Вивчити інтеграли, які не можна виразити через елементарні функції.		3
6	Засвоїти визначення означеного інтегралу.		5
7	Вивчити властивості означеного інтеграла.		6
8	Оволодіти геометричними та фізичними застосуваннями означеного інтеграла.		12
9	Вивчити означення та властивості невласного інтеграла.		2
10	Навчитися застосувати ознаки збіжності або розбіжності для невласних інтегралів.		5
11	Вивчити, що є Гама та Бета функції та їх властивості.		3
12	Навчитися застосуванню ознак збіжності для числових рядів.		6
13	Навчитися перевірці збіжності функціональних та степеневих рядів.		3
14	Ознайомитися із рядами Фур'є та навчитися розкладенню функцій за ними.		5
	Разом	14	84

6. Індивідуальні завдання

Варіанти розрахункових робіт.

7. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, евристичний методи; метод проблемного викладення.

8. Методи контролю

Поточне тестування, контрольна та розрахункова роботи, захист домашніх завдань, семестровий екзамен.

9. Схема нарахування балів

<table>
<tr><td colspan="15">Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання</td><td rowspan="2">Підсумко-вий іспит</td><td rowspan="3">Сума</td></tr>
<tr><td colspan="5">Розділ 1</td><td colspan="3">Розділ 2</td><td colspan="3">Розділ 3</td><td colspan="3">Розділ 4</td><td colspan="2">Контрольна та розрахункова роботи, передбачені навчальним планом</td></tr>
<tr><td>Т 1</td><td>Т 2</td><td>Т 3</td><td>Т 4</td><td>Т 5</td><td>Т 6</td><td>Т 7</td><td>Т 8</td><td>Т 9</td><td>Т 10</td><td>Т 11</td><td>Т 12</td><td>Т 13</td><td>Т 14</td><td rowspan="2">25</td><td rowspan="2">15</td><td rowspan="2">40</td><td rowspan="2">100</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr>
</table>

Т1, Т2 ... Т14 – теми розділів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка для чотирирівневої шкали оцінювання
90 – 100	відмінно
70-89	добре
50-69	задовільно
1-49	незадовільно

Критерії оцінювання з дисципліни

1. **Поточне оцінювання – 60 балів.**

Протягом семестру студент отримує бали за наступні види діяльності:
1. Аудиторна робота (лекції): 2 балів.
2. Аудиторна робота (на практичних заняттях): 8 балів.
3. Самостійна робота студента (домашні завдання) 10 балів.
4. Розрахункова робота: 25 балів (10 задач по 2,5 бала).
5. Контрольна робота: 15 балів (6 задач по 2,5 бала).

Зазначені бали нараховуються за наступними критеріями:
1. Студент уважно слідкує за викладанням теоретичного матеріалу, веде повний конспект лекцій, аналізує та орієнтується у матеріалі (помічає помилки, задає змістовні питання, відповідає на питання лектора) – 2 балів. Якщо студент систематично запізнюється без поважної причини, не веде конспект лекцій відволікається або відволікає інших, не може відповісти на прості запитання стосовно матеріалу за яким має слідкувати, то з 2 балів стягуються бали пропорційно кількості зроблених зауважень, запізнень або пропуску матеріалу у конспекті продовж усього семестру.

2. Студент уважно слідкує за методами розв'язку задач, веде повний конспект практичних занять, аналізує та орієнтується у матеріалі (помічає помилки, задає змістовні питання, відповідає на питання викладача) – 2 балів. Якщо студент систематично запізнюється без поважної причини, не веде конспект практичних занять відволікається або відволікає інших, не може відповісти на прості запитання стосовно матеріалу за яким має слідкувати, то з 2 балів стягуються бали пропорційно кількості зроблених зауважень, запізнень або пропуску матеріалу у конспекті продовж усього семестру.
Ще 6 балів студент заробляє за розв'язок аудиторних задач протягом семестру по 1 балу за кожну задачу біля дошці або самостійно у зошиті.
3. Протягом семестру у якості самостійної роботи студент виконує 10 домашніх завдань за які отримує по 1 балу за кожне за умови виконання.
4., 5. У контрольних та розрахункових роботах кожне завдання оцінюється по 2,5 бали. За кожну незначну неточності при правильному розв'язку задачі (помилки за неуважністю, наприклад забутий знак або арифметична помилка) знімається 10% тобто 0,25 бали; за кожну суттєву помилку при правильному загальному розв'язку знімається 20% тобто 0,5 бали; за частковий розв'язок бали нараховуються пропорційно десятим частинам розв'язку задачі (з шагом у 10% тобто 0,25 бали), наприклад пів задачі – 1,25 бала.
Якщо виявлено, що студент списував, використовував недозволені матеріали або електронні носії (мобільний, планшет, смарт часи і т.п.) йому ставиться 0 балів.

Загальна схема нарахування балів (за видами діяльності)

Аудиторна робота, самостійна робота, поточний контроль (розрахункова та контрольна роботи)	
Види діяльності	кількість балів
Аудиторна робота (лекції)	2
Аудиторна робота (на практичних заняттях)	8
Самостійна робота студента (домашні завдання)	10
Розрахункова робота	25
Контрольна робота	15
Всього	60
Іспит	40
Сума	100

Схема нарахування балів на іспиті:
Екзаменаційний білет складається із 5 завдань, з них

- перше завдання - це теоретичне питання;
- з другого по п'яте завдання – це практичні задачі.

Кожне завдання оцінюються за наступними критеріями.
Перше завдання (теоретичне питання): повне формулювання та запис основних означень, властивостей, формул, теорем стосовно змісту питання – 5 балів.
Бали на все питання розподіляються рівномірно. За відсутністю частини відповіді на питання, у тому числі приклада або доведення (якщо зазначені у питанні) бали знімаються пропорційно (відповідна частина від 5); неправильна відповідь на частину питання рахується як відсутня частина; за незначні помилки або неточності у відповіді знімається 1 бал.
Друге завдання (п'ять невизначених інтегралів): повний розв'язок та правильна відповідь – 15 балів. Кожен із інтегралі оцінюється у 3 бали. Якщо є помилка і відповідь не вірна при правильному розв'язку ставиться 2 бала, коли є декілька помилок або правильна відповідь без розв'язку 1 бал, 0 за відсутністю як правильного розв'язку так і відповіді, 3 якщо є повний розв'язок і правильна відповідь.

Якщо у інтегралах цього завдання є до трьох незначних помилок або неточностей в різних інтегралах (втрачено знак або не суттєва арифметична помилка) знімається 1 бал із загальних 15.
Третє завдання (на геометричні застосування означеного інтеграла): повний розв'язок та правильна відповідь – 10 балів. За кожну незначну неточності при правильному розв'язку (помилки за неуважністю, наприклад забутий знак або арифметична помилка) знімається 1 бал; за кожну суттєву помилку при правильному загальному розв'язку знімається 2 бала; за частковий розв'язок бали нараховуються пропорційно частинам розв'язку задачі (з шагом у 1 бал), наприклад, половина задачі – це 5 балів.
Четверте завдання (невласний інтеграл або теорема про середнє): повний розв'язок та правильна відповідь – 5 балів. За незначні неточності при правильному розв'язку (помилки за неуважністю, наприклад забутий знак або арифметична помилка) знімається 1 бал; за суттєву помилку при правильному загальному розв'язку знімається 2 бала; за частковий розв'язок бали нараховуються пропорційно частинам розв'язку задачі.
П'яте завдання (визначити збіжність/розбіжність ряду): повний розв'язок та правильна відповідь – 5 балів. За незначні неточності при правильному розв'язку (помилки за неуважністю, наприклад забутий знак або арифметична помилка) знімається 1 бал; за суттєву помилку при правильному загальному розв'язку знімається 2 бала; за частковий розв'язок бали нараховуються пропорційно частинам розв'язку задачі.

Якщо виявлено, що студент списував, використовував недозволені матеріали або електронні носії (мобільний, планшет, смарт часи, тощо) йому ставиться 0 балів за іспит із поміткою «Академічне шахрайство».

10. Рекомендована література

Методичне забезпечення. Опорні конспекти лекцій, комплекс навчально-методичного забезпечення дисципліни; картки індивідуальних завдань.

Основна література

1. В.Г. Зима, М.Р. Бєляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиків та інженерів. Книга 1. Теоретичні відомості.» – К.: Майстер-клас, 2006. – 448 с.
2. В.Г. Зима, М.Р. Бєляєв, «Неозначений та означений інтеграли: Підручник для фізиків та інженерів. Книга 2. Задачі, розв'язання, вказівки.» – К.: Майстер-клас, 2007. – 336с.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

Мережа інтернет
Бібліотека ХНУ імені В. Н. Каразіна