Міністерство освіти і науки України

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна

Кафедра комп'ютерної фізики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
В.о. директора
навчально-наукового інституту
комп'ютерної фізики та енергетики



_____ Ірина ГАРЯЧЕВСЬКА

"__" серпня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вища алгебра

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	10 Природничі науки
спеціальність	105 Прикладна фізика та наноматеріали
освітня програма	Прикладна фізика енергетичних систем Комп'ютерна фізика
вид дисципліни	Обов'язкова
ННІ	комп'ютерної фізики та енергетики

2025 / 2026 навчальний рік

Програму рекомендовано до затвердження вченою радою Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

Протокол від "27" серпня 2025 року № 14

РОЗРОБНИКИ ПРОГРАМИ: Надія ГЕРАЩЕНКО, старший викладач кафедри комп'ютерної фізики

Програму схвалено на засіданні кафедри комп'ютерної фізики

Протокол від "27" серпня 2025 року № 8

Завідувач кафедри комп'ютерної фізики

(підпис) Костянтин НЄМЧЕНКО
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)

Прикладна фізика енергетичних систем
назва освітньої програми

(підпис) Денис ПРОТЕКТОР
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено з гарантом освітньої програми (керівником проектної групи)
Комп'ютерна фізика
назва освітньої програми

(підпис) Єгор НЄМЧЕНКО
(прізвище та ініціали)

Програму погоджено методичною комісією Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики
назва факультету, для здобувачів вищої освіти якого викладається навчальна дисципліна

Протокол від "27" серпня 2025 року № 7

Голова методичної комісії Навчально-наукового інституту комп'ютерної фізики та енергетики

(підпис) Денис ПРОТЕКТОР
(прізвище та ініціали)

ВСТУП

Програма навчальної дисципліни “Вища алгебра” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальності 105 — прикладна фізика та наноматеріали

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є засвоєння теоретичних основ курсу та основних методів розв’язання задач вищої алгебри та їх фізичних застосувань.

1.2. Основні завдання вивчення дисципліни

Основними завданнями вивчення дисципліни є засвоєння студентами теорії лінійних просторів, лінійних перетворень та тензорної алгебри з застосуваннями до фізичних задач.

1.3. Кількість кредитів — 4

1.4. Загальна кількість годин — 120

1.5. Характеристика навчальної дисципліни	
Нормативна	
Вид кінцевого контролю (семестровий екзамен або залік) Семестровий екзамен	
Денна форма навчання	Заочна (дистанційна) форма навчання
Рік підготовки	
2-й	-й
Семестр	
3-й	-й
Лекції	
32 год.	год.
Практичні, семінарські заняття	
32 год.	год.
Лабораторні заняття	
	год.
Самостійна робота	
56 год.	год.
Індивідуальні завдання	
год.	

1.6. Заплановані результати навчання:

- згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми, студенти мають отримати такі компетентності (ЗК, СК):

ЗК01. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.
ЗК02. Знання та розуміння предметної області та розуміння професійної діяльності.
ЗК03. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.
ЗК06. Здатність до проведення досліджень на відповідному рівні.
ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.
ЗК08. Навички міжособистісної взаємодії.
ЗК09. Здатність працювати автономно.
ЗК10. Навички здійснення безпечної діяльності.
ЗК12. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя.
СК06. Здатність використовувати сучасні теоретичні уявлення в галузі фізики для аналізу фізичних систем.
СК07. Здатність використовувати методи і засоби теоретичного дослідження та математичного моделювання в професійній діяльності.

- згідно з вимогами освітньо-професійної (освітньо-наукової) програми, студенти повинні досягти таких результатів навчання (РН):

РН02. Застосовувати сучасні математичні методи для побудови й аналізу математичних моделей фізичних процесів.
РН05. Вибирати ефективні методи та інструментальні засоби проведення досліджень у галузі прикладної фізики.
РН09. Презентувати результати досліджень і розробок фахівцям і нефахівцям, аргументувати власну позицію.

2. Тематичний план навчальної дисципліни Розділ

1. Лінійні простори.

Тема 1. Лінійний простір.

Наслідки з аксіом лінійного простору. Лінійний підпростір. Лінійна комбінація системи векторів. Лінійна оболонка системи векторів. Повні системи векторів. Операції на множинах. Група. Поле

Тема 2. Базис та розмірність лінійного простору.

Лінійно незалежні системи векторів. Зв'язок між повними та лінійно незалежними системами векторів. Базис та розмірність лінійного простору. Координати вектора. Ізоморфізм лінійних просторів. Лінійне різноманіття. Сума, перетин та пряма сума підпросторів. Формула Грасмана та базиси суми і перетину лінійних підпросторів.

Метод "прополки" та базис у функціональних підпросторах. Теорема про ізоморфізм векторних просторів (дійсних або комплексних) однакової розмірності.

Тема 3. Лінійний оператор.

Визначення лінійного оператора. Дії з лінійними операторами. Лінійний простір та алгебра лінійних операторів.

Ядро та образ лінійного оператора. Обернений оператор. Необхідна та достатня умова існування оберненого оператора. Підпростори, інваріантні відносно лінійного оператора.

Тема 4. Матриці, операції з матрицями

Визначення матриць. Дії над матрицями. Зв'язок лінійних операторів з матрицями. Закон множення матриць. Лінійний простір матриць. Ранг матриці. Базисний мінор. Теорема про базисний мінор. Перетворення, які не змінюють ранг матриці.

Тема 5. Перетворення при зміні базису

Матриця переходу від одного базису до іншого. Перетворення координат векторів при зміні базису. Перетворення матриці лінійного оператора.

Перетворення коефіцієнтів лінійних форм. Перетворення матриці білінійної форми. Послідовні перетворення при зміні базису.

Розділ 2. Евклідові та унітарні простори.

Тема 6. Скалярний добуток у дійсному просторі.

Визначення евклідового простору. Приклади. Матриця Грама в евклідовому просторі. Основні метричні поняття евклідових просторів: довжина вектора, кут між векторами, ортогональність векторів. Нерівність Коши-

Буняковського. Ортогональні та ортонормовані системи векторів. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта. Ізоморфізм евклідових просторів.

Тема 7. Скалярний добуток у комплексному просторі. Визначення унітарного простору. Матриця Грама в унітарному просторі. Нерівність Коши-Буняковського та довжина вектора в унітарному просторі. Ортогональне доповнення до підпростору. Властивості ортогонального доповнення до підпростору.

Ортогональна проекція вектора на підпростір та ортогональна

складова вектора до підпростору. Відстань від вектора до лінійного підпростору. Кут між вектором та лінійним підпростором.

Скалярний добуток в довільному базисі.

Означення матриці Грама системи векторів, її властивості. Матриця Грама в різних базисах. Критерій лінійної незалежності (залежності) системи векторів в термінах їх матриці Грама. Ермітові векторні простори: основні означення і властивості. Означення лінійного оператора, спряженого до даного. Зв'язок між матрицями лінійного оператора і оператора, спряженого до даного, в векторних просторах зі скалярним добутком.

Розділ 3. Теорія визначників.

Тема 8. Функціонали.

Лінійний функціонал у лінійному просторі. Простір лінійних функціоналів. Білінійні функціонали. Симетричні та антисиметричні білінійні функціонали. Полілінійні функціонали.

Перестановки. Визначники довільного порядку. Означення перестановки. Парні, непарні перестановки. Знак перестановки. Означення визначника довільного порядку. Властивості

визначників.

Тема 9. Визначники.

Означення мінору, алгебраїчного доповнення.

Методи обчислення визначників n-го порядку: а) метод приведення до трикутного вигляду; б) метод виділення лінійних множників; в) метод представлення визначника у вигляді суми визначників; г) метод рекурентних співвідношень; д) метод змінювання елементів визначника

Обчислення визначника верхньотрикутної, діагональної матриці. Формула Лапласа. Приклади. Обчислення визначників за допомогою елементарних перетворень. Приклади.
Ранг матриці. Обернені матриці. Терема про визначник добутку матриць.

Розділ 4. Системи лінійних рівнянь. Тема 10.
Системи лінійних рівнянь.
Термінологія систем лінійних рівнянь. Теорема Крамера та формули Крамера. Обернена матриця та методи знаходження оберненої матриці.
Однорідні системи лінійних рівнянь. Простір розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, його розмірність.
Тема 11. Неоднорідні системи лінійних рівнянь.

Теорема Кронекера-Капеллі (крітерій сумісності системи лінійних рівнянь). Теорема про загальний розв'язок неоднорідної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Структура множини розв'язків загальної системи лінійних рівнянь. Метод Гауса. Альтернатива Фредгольма.

Розділ 5. Білінійні та квадратичні форми.

Тема 12. Квадратичні форми та їх класифікація. Канонічний виглядквадратичної форми. Метод Лагранжа та метод Якобі приведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Критерій Сильвестра додатно та від'ємно визначеної квадратичної форми. Закон інерції квадратичних форм.
Лінійні функції. Білінійні форми. Квадратичні форми.

Означення лінійної функції векторного простору. Зв'язок між матрицями лінійної функції в різних базисах. Означення білінійної форми на векторному просторі. Матриця білінійної форми. Зв'язок між матрицями білінійної форми в різних базисах. Означення квадратичної форми на векторному просторі. Зв'язок між квадратичними і білінійними формами. Матриця квадратичної форми. Властивості квадратичних форм.

Тема 13. Криві та поверхні другого порядку

Застосування теорії квадратичних форм до теорії кривих другого порядку.

Зведення загального рівняння кривої другого порядку до канонічного виду за допомогою теорії квадратичних форм. Еліпс, гіпербола, парабола: канонічні рівняння, основні властивості.
Поверхні другого порядку. Поверхні обертання. Еліпсоїд. Однопорожнинний, двопорожнинний гіперболоїд. Еліптичний, гіперболічний параболоїд. Циліндричні поверхні, циліндр другого порядку. Конічні поверхні, конус другого порядку.

Розділ 6. Лінійні оператори.
Тема 14. Лінійний оператор.
Поняття лінійного відображення векторних просторів. Приклади. Ядро і образ лінійного відображення. Означення лінійного відображення векторних просторів. Ядро і образ лінійного відображення, їх властивості. Умови ін'єктивності, сюр'єктивності та бієктивності лінійного відображення. Матриця лінійного відображення. Зв'язок між множиною лінійних відображень і множиною матриць відповідного розміру.

Тема 15. Власні вектори та власні значення лінійного оператора.

Власні вектори та власні значення лінійного оператора. Ермітові, унітарні та нормальні оператори. Зв'язок інваріантних підпросторів та власних векторів лінійного оператора. Характеристичний багаточлен лінійного оператора та
зв'язок його коренів з власними значеннями оператора у евклідовому та унітарному просторах. Спектральні властивості лінійного оператора. Теореми про існування інваріантних підпросторів у комплексному та дійсному лінійних просторах.

Самоспряжені лінійні оператори, їх властивості. Спектральна задача для самоспряжених лінійних операторів.

Тема 16. Використання ВВ та ВЗ. Тензорні поля.

Корінь m-го ступеня з матриці. Одночасне приведення пари квадратичних формдо канонічного вигляду. Символ Кронекера. Символ Леві-Чивіта. Тензорні поля. Операції над тензорними полями.

3. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модуліві тем	Кількість годин											
	Денна форма						Заочна форма					
	Усього	у тому числі					У	у тому числі				
		л	п	л	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Розділ 1. Лінійні простори.												
Тема 1. Лінійний простір	11	2	2			3						
Тема 2. Базис та розмірність лінійного простору.	11	2	2			3						
Тема 3. Лінійний оператор.	11	2	2			3						
Тема 4. Матриці, операції з матрицями	11	2	2			3						
Тема 5. Перетворенняпри зміні базису.	11	2	2			3						
Разом за розділом 1	55	10	10			15						
Розділ 2. Евклідові та унітарні простори.												
Тема 6. Скалярний добуток у дійсному просторі.	11	2	2			3						

Тема 7. Скалярний добуток у комплексному просторі.	11	2	2			3						
Разом за розділом 2	22	4	4			6						
Розділ 3. Теорія визначників.												
Тема 8. Функціонали.	11	2	2			3						
Тема 9. Визначники.	11	2	2			3						
Разом за розділом 3	22	4	4			6						
Розділ 4. Системи лінійних рівнянь.												
Тема 10. Системи лінійних рівнянь.	12	2	2			3						
Тема 11. Неоднорідні системи лінійних рівнянь.	12	2	2			3						
Разом за розділом 4	24	4	4			6						
Розділ 5. Білінійні та квадратичні форми.												
Тема 12. Квадратичні форми та їх класифікація.	11	2	2			4						
Тема 13. Криві та поверхні другого порядку	11	2	2			4						
Разом за розділом 5	22	4	4			8						
Розділ 6. Лінійні оператори.												
Тема14. Лінійний оператор.	11	2	2			5						
Тема 15. Власні вектори та власні значення лінійного оператора.	12	2	2			5						
Тема 16. Використання ВВ та ВЗ. Тензорні поля.	12	2	2			5						
Разом за розділом 6	25	6	6			15						
Усього годин	120	32	32			56						

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Лінійний простір.	2
2	Тема 2. Базис та розмірність лінійного простору.	2
3	Тема 3. Лінійний оператор.	2
4	Тема 4. Матриці, операції з матрицями	2
5	Тема 5. Перетворення при зміні базису.	2
6	Тема 6. Скалярний добуток у дійсному просторі.	2
7	Тема 7. Скалярний добуток у комплексному просторі.	2
8	Тема 8. Функціонали.	2
9	Тема 9. Визначники.	2
10	Тема 10. Системи лінійних рівнянь.	2
11	Тема 11. Неоднорідні системи лінійних рівнянь.	2
12	Тема 12. Квадратичні форми та їх класифікація.	2
13	Тема 13. Криві та поверхні другого порядку	2
14	Тема 14. Лінійний оператор.	2
15	Тема 15. Власні вектори та власні значення лінійного оператора.	2
16	Тема 16. Використання ВВ та ВЗ. Тензорні поля	2
	Разом	32

5. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Види, зміст самостійної роботи	Кількість годин
1	Тема 1.Засвоїти поняття загального лінійного простору.	3
2	Тема 2. Навчитися визначати розмірність простору	3
3	Тема 3.Засвоїти поняття загального лінійного перетворення.	3
4	Тема 4. Навчитися будувати матриці лінійних операторів	3
5	Тема 5.Вміти виконувати перетворення матриць при зміні базисів.	3
6	Тема 6.Навчитися використовувати скалярний добуток при розв’язуванні геометричних задач.	3
7	Тема 7.Знати особливості комплексних та ермітових просторів.	3
8	Тема 8.Засвоїти поняття загального лінійного функціоналу.	3
9	Тема 9. Навчитися обчислювати визначники довільних порядків.	3
10	Тема 10.Навчитися досліджувати довільні однорідні системи.	3

11	Тема 11.Навчитися досліджувати довільні неоднорідні системи .	3
12	Тема 12. Засвоїти поняття білінійної,півторалінійної та квадратичної форми та методи їх спрощення.	4
13	Тема 13. Навчитися аналізувати криві та поверхні другого порядку за допомогою квадратичних форм.	4
14	Тема 14. Навчитися шукати спектр лінійного оператору.	5
15	Тема 15.Навчитися будувати діагональну та нормальну форму лінійного оператору та функції від операторів.	5
16	Тема 16. Навчитися застосовувати тензорне обчислення для розв’язування задач теорії поля.	5
	Разом	56

6. Індивідуальні завдання

Передбачена розрахунково-графічна робота за темами розділів 1-6, що виконується за варіантами під час самостійної роботи студентів протягом семестру. Подання відповідної частини роботи здійснюється протягом останнього та наступного за ним тижнів вивчення тем відповідного розділу, алене пізніше дати іспиту. Для перевірки якості засвоєних знань у студента є можливість захистити роботу в усній формі або підтвердити рівень засвоєних знань та вмінь при написанні експрес-контролю.

7. Методи навчання

Передбачено усне викладання матеріалу на лекційних заняттях (зокрема відеолекції), проведення практичних занять в аудиторії та консультації протягом семестру. Використовуються пояснювально - ілюстративний та репродуктивний методи навчання.

8. Методи контролю

Навчальні досягнення студентів з дисципліни оцінюються за модульно- рейтинговою системою, в основу якої покладено принцип пооперaційної звітності, обов’язковості модульного контролю, накопичувальної системи оцінювання рівня знань, умінь та навичок, розширення кількості підсумкових балів до 100.

У процесі оцінювання навчальних досягнень студентів застосовуються такі методи:

1. Методи усного контролю: індивідуальне опитування, фронтальне опитування, співбесіда, екзамен.
2. Методи письмового контролю: контрольна робота, екзамен.
3. Методи самоконтролю: уміння самостійно оцінювати свої знання, самоаналіз.

Кількість балів за роботу з теоретичним матеріалом, на практичних заняттях, під час виконання самостійної роботи залежить від дотримання таких вимог:

- систематичність відвідування занять;
- своєчасність виконання навчальних завдань;
- повний обсяг їх виконання;
- самостійність виконання;
- творчий підхід у виконанні завдань;
- ініціативність у навчальній діяльності;
- виконання тестових завдань.

Загальна максимальна бальна оцінка за екзамен складатиме 40 балів. Мінімальний підсумковий бал складатиме 50 балів, а максимальний – 100 балів. Підсумкова оцінка визначається шляхом переводу підсумкового балу з дисципліни у традиційну академічну оцінку національної шкали ("відмінно", "добре", "задовільно", "незадовільно") за шкалою, що наведено у попередньому пункті робочої програми.
Передбачаються бали за:

- розрахунково-графічна робота (1) – 16 балів всього;
- активність на лекціях – 8 бала;
- контрольні роботи (2) – 36 балів;
- іспит – 40 балів.

Систему рейтингових балів для різних видів контролю та порядок їх переведення у національну (4-бальну) та європейську (ECTS) шкалу подано нижче у таблицях.

9. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання					Екзамен	Сума
Розділ 1-7	Розділ 8-13	Контрольні роботи, передбачена навчальним планом	Розрахунково-графічна робота	Разом		
4	4	2*18	16	60	40	100

Мінімальна кількість балів для допуску до підсумкового контролю – 20 балів.

Критерії оцінювання з дисципліни

1. Поточне оцінювання – 60 балів.

Зазначені бали нараховуються за наступними критеріями:

- Студент уважно слідкує за викладанням теоретичного матеріалу, веде повний конспект лекцій, відповідає на питання лектора – 4 бали. Студент пропускає деякі лекції, не веде повний конспект, не відповідає на питання – бали стягуються пропорційно кількості зроблених зауважень.
- Студент уважно слідкує за розв’язанням задач, веде конспект практичних занять, працює у дошки – 4 бали. Студент пропускає деякі заняття, не

розв’язує задачі самостійно, не працює у дошки – бали стягуються пропорційно кількості зробленихзауважень.

- Контрольна робота складається з 6 завдань. Повний розв’язок завдання оцінюється 3 балами. При незначних помилках (зокрема арифметичних) – 2 бали. При суттєвих помилках, які не свідчать про незасвоєність матеріалу – 1 бал. При грубих помилках або академічному шахрайстві (несамостійне виконання) – 0 балів;
- Розрахунково-графічна робота складається з 4 завдань, кожне з яких оцінюється 4 балами за повне виконання, 1 балом – при незначних помилках, 0 балів – при суттєвих помилках.

2. Оцінка екзаменаційної роботи – 40 балів.

Білет складається з 5 завдань, кожне з яких оцінюється 8 балами. При незначних помилках бали стягуються пропорційно значності помилки. При суттєвих помилках або академічному шахрайстві (несамостійне виконання) – 0 балів.

Критерії оцінювання навчальних досягнень

Знання студентів як з теоретичної, так і з практичної підготовки оцінюються за такими критеріями:

90-100 балів – студент міцно засвоїв теоретичний матеріал, глибоко і всебічно знає зміст навчальної дисципліни, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, висловлює своє ставлення до тих чи інших проблем, демонструє високий рівень засвоєння практичних навичок;

70-89 балів – студент добре засвоїв теоретичний матеріал, аргументовано викладає його; має практичні навички, висловлює свої міркування з приводу тих чи інших проблем, але припускається певних неточностей і похибок у логіці викладу теоретичного змісту або при аналізі практичного;

50-69 балів – студент в основному опанував теоретичними знаннями навчальної дисципліни, орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, але непереконливо відповідає, додаткові питання викликаютьневпевненість або відсутність стабільних знань; відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності у знаннях;

1-49 балів – студент майже не опанував навчальний матеріал дисципліни, не знає наукових фактів, визначень, майже не орієнтується в першоджерелах та рекомендованій літературі, практичні навички майже не сформовані.

Шкала оцінювання

<table>
<tr><td rowspan="2">Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру</td><td colspan="2">Оцінка за національною шкалою</td></tr>
<tr><td>для екзамену</td><td>для заліку</td></tr>
<tr><td>90 – 100</td><td>відмінно</td><td rowspan="5">зараховано</td></tr>
<tr><td>80-89</td><td rowspan="2">добре</td></tr>
<tr><td>70-79</td></tr>
<tr><td>60-69</td><td rowspan="2">задовільно</td></tr>
<tr><td>50-59</td></tr>
<tr><td>1-49</td><td>незадовільно</td><td>не зараховано</td></tr>
</table>

10. Рекомендована література

Основна література

1. Павленко А.В., Пасічник І.В., Моня А.Г., Запорожченко О.Є., Дисковський О.А. Вища математика в прикладах та задачах. Дніпропетровськ, 2012
2. .Lang Algebra. Graduate Texts in Mathematics Springer; 3rd edition, 2002 – 933p.
3. Гринев Б.В., Кириченко І.К.. Вища алгебра. Підручник для вищіх навчальних закладів. Київ. - 2016
4. Рубіш В.В. Конспект лекцій з курсу «Вища математика». Ужгород, 2015

Допоміжна література

1. Вацкул В.М. Вища математика для економістів, Одеса – 2018 - 473 с.
2. Дубініна О. В., Махиня Т. А. Вища математика – навчально-методичний комплекс. – Київ, 2016 - 464 с.
3. Sheldon P. Gordon and Florence S. Gordon Functions, Data and Models: An Applied Approach to College Algebra // American Mathematical Society - 2010 – 492c.

11. Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Мережа Internet.
2. Бібліотека ХНУ ім. В.Н.Каразіна
3. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf
4. http://matphys.rpd.univ.kiev.ua/downloads/courses/angem/AGLA.pdf