План практичних занять з дисципліни

«Нанофізика і фемтохімія в нетрадиційній енергетиці та ресурсозбереженні»

Практичне заняття 1. Основи наноелектроніки.

1.1 Одиниці вимірювання

Використовуючи фундаментальні константи q, h, k і m_0, обчисліть:

(a) квант провідності, q^2/h, в Сіменсах

(b) квант опору, h/q^2, в Омах

(c) теплову енергію kT при T=300 K в eV

(d) швидкість v вільного електрона з кінетичною енергією $m_0v^2/2$ = 10 meV

1.2 Різниця функцій Фермі

Показати, що різниця між двома функціями Фермі з різними електро-хімічними потенціалами μ_0 і μ_1,

$$f_0(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_0}{kT}\right)+1} \text{ та } f_1(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_1}{kT}\right)+1},$$

може бути наближена як $f_1(E) - f_0(E) = \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)(\mu_1 - \mu_0)$ для різниці потенціалів, що не перевищує kT: $\mu_1 - \mu_0 \ll kT$.

Практичне заняття 2. Балістична провідність.

1.3 Вироджені та невироджені провідники

На лекції 1 було показано, що провідність може бути наведена в формі

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) q^2 \frac{D}{2t}.$$

Показати, що повна провідність G може буде наближена як $G = \left(q^2 \frac{D}{2t}\right)_{E=\mu_0}$,

якщо щільність станів D(E) приблизно постійна на інтервалі в декілька kT навколо μ_0.

1.4 Усереднення швидкості

Розглянути електрони в провіднику, що мають швидкість v, однорідно розподілену в усіх напрямках у випадках (a) одномірного, (b) двомірного, (c) трьохмірного простору. Знайти середні значення $\langle |v_i| \rangle$ і $\langle v_z^2 \rangle$.

Практичне заняття 3. Щільність станів.

2.1 Щільність станів

Розглянути двомірні провідники з трьома різними відношеннями між енергією та імпульсом:

$$E(p) = E_c + \frac{p^2}{2m}, \quad E(p) = E_c + v_0 p, \quad E(p) = \sqrt{E_c^2 + v_0^2 p^2}.$$

В кожному випадку знайти функції N(E) і D(E) та перевірити, чи задовільнюється умова $D(E)\nu(E)p(E) = N(E)d$, де d = 2 - розмірність простору.

2.2 Провідність та щільність електронів

Для кожного з трьох випадків вправи 2.1 знайти відношення між провідністю і щільністю електронів за низьких температур. Можна допустити, що фактор виродження g = 1.

Практичне заняття 4. Квантування провідності.

2.3 Щільність мод

Для кожного з трьох випадків вправи 2.1 знайти M(E) із рівняння

$$M(E) = \frac{hD\nu}{2L}\left\{1, \frac{2}{\pi}, \frac{1}{2}\right\}$$

і показати, що воно співпадає з формулой

$$M(E) = \left\{1, 2\frac{W}{h/\pi}, \pi\frac{A}{(h/p)^2}\right\}.$$

2.4 Балістична провідність

Чому дорівнює площа балістичного провідника, провідність якого дорівнює 10 q^2/h, якщо він зроблен із такого матеріалу:

(a) мідь з питомим опором 17e-9 Ом/м і довжиною вільного пробігу 40 нм?

(b) кремній з питомим опором 2e-4 Ом/м і довжиною вільного пробігу 1 мкм?

Практичне заняття 5. Спінтроніка.

4.1 Тунельний магнетоопір

В лекції 4 ми отримали вираз $MR = \frac{P^2}{1-P^2}$, якщо $R_{\text{ch}} = 0$, де $P \equiv \frac{R-r}{R+r}$,

припускаючи, що будь-які два резистора, що підключені послідовно, дають сумарний опір R_1+R_2. Припускаючи, що тунельні резистори, що підключені послідовно, дають сумарний опір KR_1R_2, де K - константа, показати, що MR має додатковий фактор 2:

$$MR = \frac{2P^2}{1-P^2}.$$

4.2 Нелокальний спіновий потенціал

В лекції 4 ми обговорювали, як змінюється потенціал в нелокальній структурі. Показати, що спінова напруга, що заміряна зовнішнєю пробою, дається формулою $V_s = P_1 P_2 I R_s e^{-L/\lambda_{sf}}$, де P_1 і P_2 - полярізації інжектуючого та вимірюючого контакта, і $R_s = \rho\lambda_{sf}/A$.

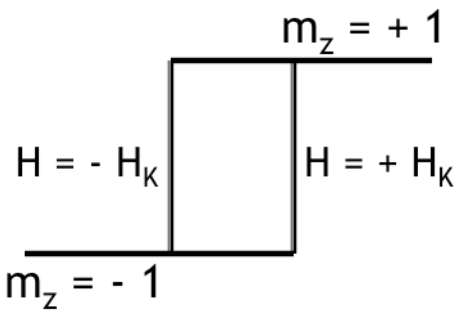
Практичне заняття 6. Спінтроніка.

4.3 Рівняння LLG

Намагніченість $\hat{m}$ магніту описується рівнянням Ландау-Ліфшица-Гілберта (LLG). При деяких спрощуючих умовах рівняння для z-компоненти $\hat{m}$ магніту зводиться до:

$$(1+\alpha^2)\frac{dm_z}{dt} = (1-m_z^2)\alpha\gamma\mu_0(H_K m_z + H).$$

Покажіть, що стійкі рішення цього рівняння виглядають так:



4.4 Струм перемикання

Для магнітів, що перемикаються спіновим струмом I_s в напрямку z, рівняння LLG має вигляд:

$$(1+\alpha^2)\frac{dm_z}{dt} = (1-m_z^2)\left(\alpha\gamma\mu_0 H_K m_z + \frac{I_s}{qN_s}\right),$$

де N_s - кількість спінів, що включає магніт, які пов'язані з намагніченістю насичення M_s і обсягом V відношенням $N_S = M_S V/\mu_B$.

Покажіть, що мінімальний струм, необхідний для перемикання, задається формулой

$$(I_S)_{\text{switching}} = 2q\alpha\frac{H_K M_S V}{\hbar}.$$

Оцініть чисельне значення мінімального струму перемикання для магніту з $H_K M_S V = 2\,eV$ та параметром демпфування $\alpha = 0.01$.

Практичне заняття 7. Термоелектрика.

5.1 Однорівневий пристрій

У лекції 6 ми використовували прості аргументи, щоб показати, що для однорівневого пристрою коефіцієнти Зеєбека та Пельтьє, а також коефіцієнт теплопровідності є

$$S = \frac{\varepsilon - \mu}{qT},\ \Pi = \frac{\varepsilon - \mu}{T},\ \kappa = 0.$$

Отримати ці результати формально, починаючи з транспортних коефіцієнтів

$$G = \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) G(E);\quad G_S = \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \frac{E - \mu_0}{qT} G(E);$$

$$G_P = \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \frac{E - \mu_0}{q} G(E);\quad G_Q = \int_{-\infty}^{\infty} dE \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) \frac{(E - \mu_0)^2}{q^2 T} G(E).$$

Зверніть увагу, що

$$S = \frac{G_S}{G},\ \Pi = \frac{\varepsilon - \mu_0}{q},\ G_\kappa = G_Q - \frac{G_P G_S}{G}.$$

5.2 Невироджені провідники

Покажіть, що коефіцієнт Зеєбека S дається

$$S = \frac{k}{q}\left(n + 1 - \frac{\mu_0}{kT}\right)$$

для невиродженого провідника з

$$G(E) = \frac{q^2}{h}\left(\frac{E}{E_0}\right)^n,$$

для якого функція Фермі наближується експоненціальною функцією $f(E, \mu_0) \approx e^{(E-\mu_0)/kT}$.

Практичне заняття 8. Термоелектрика.

5.3 Довжина хвилі електронів і довжина хвилі фононів

Оцінити довжини хвиль Де Бройля для електрона (з ефективною масою *m*) і для акустичного фонона (зі швидкістю c_s), кожна з яких має енергію, рівну *kT*.

5.4 Закон Стефана-Больцмана для фононів

Аналогічно тому, як балістичний зарядовий струму на одиницю площини, що переноситься електронами, дорівнює

$$\left(\frac{I}{A}\right)_{\text{ballistic}} = \frac{q}{h}\int_0^{\infty} dE \left(\frac{M}{A}\right)_{\text{el}} (f_1(E) - f_2(E)),$$

ми можемо записати балістичний тепловий струм на одиницю площини, що переноситься фононами, як

$$\left(\frac{I_Q}{A}\right)_{\text{ballistic}} = \frac{1}{h}\int_0^\infty d(\hbar\omega)\left(\frac{M}{A}\right)_{\text{ph}}(n_1(\omega) - n_2(\omega))\,.$$

Починаючи з цього співвідношення, отримайте закон Стефана-Больцмана для фононів:

$$\left(\frac{I_Q}{A}\right)_{\text{ballistic}} = \frac{\pi^2 k^4}{40 c_s^2 \hbar^3}(T_1^4 - T_2^4)\,.$$

Література:

1. S. Datta. Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport. World Scientific, 2017.
2. Ю.А. Кругляк. Наноэлектроника "снизу - вверх", ТЭС, Одесса, 2015.